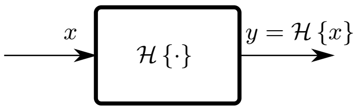
Lineáris rendszer átvitelének mérése

Mérési útmutató 2. éves fizika alapszakos hallgatók számára

A mérési útmutatót kidolgozta: Fiala Péter és Koller István



1. ábra. A rendszer értelmezése

1. Bevezetés

Jelen mérés célja, hogy megismertesse a hallgatót a lineáris időinvariáns rendszerek átvitelének méréstechnikájával. A mérés során megismerkedünk az átviteli karakterisztika és az impulzusválasz mérésének több módszerével. A mérési módszereket egy hangsugárzóból és mikrofonból álló akusztikai rendszer vizsgálatára alkalmazzuk.

Jelen elméleti összefoglaló első hat fejezete általános méréstechnikai ismereteket közöl, a hetedik fejezet mutatja be a konkrét alkalmazás elemeit.

2. A lineáris időinvariáns rendszer

2.1. A lineáris rendszer

A rendszer bemenő és kimenő jelek közti összefüggés, mely az x gerjesztéshez az $y = \mathcal{H}\{x\}$ választ rendeli hozzá (lásd 1. ábra). A lineáris rendszer olyan rendszer, melyben a bemenet és kimenet kapcsolata lineáris. A linearitást legegyszerűbben úgy fogalmazhatjuk meg, hogy a rendszer „összeghez összeget rendel”, vagyis ha a tetszőleges x_1 gerjesztésre adott válasz y_1, és az x_2 gerjesztésre adott válasz y_2, akkor az $x_1 + x_2$ összegre adott válasz $y_1 + y_2$ lesz[1].

2.2. Az időinvariáns rendszer

A továbbiakban olyan rendszerekkel foglalkozunk, melyek be- és kimenetei az $x(t)$ és $y(t)$ időfüggvények. A rendszert időinvariánsnak nevezzük, ha a gerjesztés és a válasz közti kapcsolat az időtől független, vagyis a gerjesztés időbeli eltolása a válasz egyszerű időbeli eltolását vonja maga után:

$$\mathcal{H}\{x(t)\} = y(t) \rightarrow \mathcal{H}\{x(t+\tau)\} = y(t+\tau) \quad (2)$$

3. A rendszer jellemzése a frekvenciatartományban

A lineáris időinvariáns rendszerek esetében a harmonikus gerjesztés kitüntetett jelentőségű. Elmondható ugyanis, hogy amennyiben a rendszer gerjesztése ω körfrekvenciájú, harmonikus

$$x(t) = X \cos(\omega t + \xi) \quad (3)$$

időfüggvény, akkor a rendszer válasza szintén harmonikus és azonos ω körfrekvenciájú

$$y(t) = Y \cos(\omega t + \eta) \quad (4)$$

időfüggvény lesz[2]. Ez azt jelenti, hogy adott ω körfrekvencián – harmonikus gerjesztés esetén

[1]Szabatosabban fogalmazva, a rendszer „lineáris kombinációhoz lineáris kombinációt rendel”, vagyis tetszőleges c_i konstansok esetén

$$\mathcal{H}\left\{\sum_i c_i x_i\right\} = \sum_i c_i \mathcal{H}\{x_i\} \quad (1)$$

[2]Fontos kihangsúlyoznunk, hogy ez a tulajdonság kizárólag harmonikus jelek esetén áll fenn. Ha a lineáris rendszert pl. periodikus négyszögjellel gerjesztjük, akkor kimenete általában nem négyszögjel lesz. A harmonikus jelek kitüntetett szerepét úgy is megfogalmazhatjuk, hogy a harmonikus függvények a lineáris rendszerek sajátfüggvényei.

– a rendszer két valós számmal jellemezhető: A $H = Y/X$ erősítéssel és a $\phi = \eta - \xi$ fázistolással. A két jellemző mennyiséget gyakran egy $\tilde{H}$ komplex számba foglaljuk, melynek abszolút értéke az erősítést, fázisa pedig a fázistolást adja meg:

$$\tilde{H} = H\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi} \tag{5}$$

A rendszer teljes körű jellemzéséhez úgy jutunk, ha minden lehetséges frekvencián megadjuk a rendszer erősítését és fázistolását, vagyis megadjuk a rendszer $H(\omega)$ amplitúdókarakterisztikáját és $\phi(\omega)$ fáziskarakterisztikáját. Az amplitúdó- és fáziskarakterisztikából előállított

$$\tilde{H}(\omega) = H(\omega)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi(\omega)} \tag{6}$$

komplex értékű függvényt a rendszer átviteli karakterisztikájának nevezzük.

4. Az átviteli karakterisztika mérése

Az átviteli karakterisztika mérése során a rendszert megfelelő $x(t)$ mérőjellel gerjesztjük, megmérjük az $y(t)$ választ, majd a két jel alapján próbáljuk meghatározni a rendszer átviteli karakterisztikáját.

4.1. Harmonikus (keskenysávú) gerjesztés

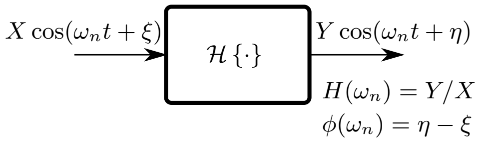
Az amplitúdó- és fáziskarakterisztika definíciója szerint kézenfekvő, hogy gerjesztésnek adott ω körfrekvenciájú harmonikus $x(t) = X\cos(\omega t + \xi)$ időfüggvényt használunk. Ekkor a rendszer válasza az $y(t) = Y\cos(\omega t + \eta)$ időfüggvény lesz, a rendszer átvitelét pedig az $H = Y/X$ erősítés és $\phi = \eta - \xi$ fázistolás jellemzi.

Ha a mérést megfelelő számú diszkrét ω_n frekvencián megismételjük, felvehetjük a mérendő rendszer átviteli karakterisztikájának pontjait.

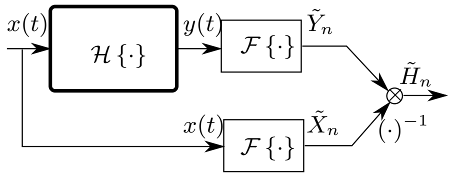
A harmonikus gerjesztéssel történő mérés blokksémája a 2. ábrán látható.

4.2. Szélessávú gerjesztés

A rendszer linearitását kihasználva a fenti mérési módszer jelentősen gyorsítható. Megtehetjük ugyanis, hogy a különböző frekvenciájú harmonikus gerjesztéseket nem egymást követően, hanem egyszerre, szuperponálva adjuk rá a rendszerre:



2. ábra. Lineáris rendszer mérése harmonikus gerjesztéssel



3. ábra. Lineáris rendszer mérése szélessávú gerjesztéssel

$$\begin{aligned} x(t) = X_1\cos(\omega_1 t + \xi_1) + X_2\cos(\omega_2 t + \xi_2) \\ + X_3\cos(\omega_3 t + \xi_3) + \ldots \end{aligned} \tag{7}$$

Ekkor az (1) linearitási tulajdonság miatt a rendszer kimenetén a harmonikus gerjesztésekre adott válaszok összege jelenik meg.

$$\begin{aligned} y(t) = Y_1\cos(\omega_1 t + \eta_1) + Y_2\cos(\omega_2 t + \eta_2) \\ + Y_3\cos(\omega_3 t + \eta_3) + \ldots \end{aligned} \tag{8}$$

Ha a mért $y(t)$ válaszfüggvénynek meg tudjuk határozni a harmonikus összetevőit, vagyis a mérést követően ki tudjuk számítani az Y_n és η_n paramétereket (dekompozíció), akkor az Y_n/X_n hányadosok és $\eta_n - \xi_n$ különbségek számításával egyetlen méréssel határozhatjuk meg az átviteli karakterisztika elvileg tetszőlegesen sok pontját.

A dekompozíciót a Fourier-sorfejtés segítségével oldjuk meg, amely technika pontosan a harmonikus összetevőkre bontás módszere.

A szélessávú mérőjellel történő mérés blokksémája a 3. ábrán látható. Az $y(t)$ válaszjel rögzítése után mind az $x(t)$ gerjesztő jelet, mind az $y(t)$ válaszjelet Fourier-sorfejtésnek vetjük alá. Az analízis eredményeként előállnak a Fourier-sorok

$$\tilde{X}_n = X_n\mathrm{e}^{\mathrm{j}\xi_n} \tag{9}$$

és

$$\tilde{Y}_n = Y_n\mathrm{e}^{\mathrm{j}\eta_n} \tag{10}$$

komplex együtthatói, majd az összetartozó együtthatók komplex hányadosát meghatározva, felírjuk az átviteli karakterisztika mintáit:

$$\tilde{H}_n = \frac{\tilde{Y}_n}{\tilde{X}_n} = \frac{Y_n}{X_n} \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\eta_n - \xi_n)} = H_n \mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi_n} \qquad (11)$$

4.3. A Fourier-analízis gyakorlati kivitelezése

A gyakorlatban az $x(t)$ gerjesztés és az $y(t)$ válasz természetesen csak a véges a $0 \leq t < T$ időintervallumban áll rendelkezésre, ahol T a mérési idő. A Fourier-analízis során feltételezzük, hogy a gerjesztés és a válasz a mért regisztrátumok periodikus kiterjesztetése, és a periodikus függvények Fourier-sorát keressük. A Fourier-sor alapharmonikusának körfrekvenciája $\omega_1 = 2\pi/T$, a többi frekvenciakomponens pedig ennek egész számú többszöröse, azaz

$$\omega_n = n\omega_1 = n\frac{2\pi}{T}, \qquad n = 0, 1, 2, 3, \ldots \qquad (12)$$

Figyelembe kel vennünk továbbá, hogy az időtartománybeli mérést digitális eszközökkel mintavételezéssel hajtjuk végre, vagyis az $x(t)$ és $y(t)$ függvényeknek az állandó időközönként vett $x_k = x(k\Delta t)$ és $y_k = y(k\Delta t)$ mintáit rögzítjük. Ha a minták számát N jelöli, akkor a mintavételi időköz

$$\Delta t = \frac{T}{N} \qquad (13)$$

a mintavételi frekvencia (sampling frequency) pedig

$$f_\mathrm{s} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{N}{T} \qquad (14)$$

Mivel az időtartománybeli jeleket csak Δt időközönként figyeltük meg, természetesen nem fedezhetünk fel bennük tetszőlegesen gyors változásokat. A Nyquist-féle mintavételi törvény szerint a mintavételezett jelben megfigyelhető legmagasabb frekvenciájú komponens frekvenciája az f_s mintavételi frekvencia fele. Ez a Fourier-analízis szempontjából azt jelenti, hogy a Fourier-soroknak csak az első $N/2$ tagját határozhatjuk meg.

4.4. Szélessávú mérőjelek

A szélessávú méréshez alkalmas $x(t)$ mérőjellel szemben kézenfekvő elvárás, hogy a teljes számunkra érdekes frekvenciatartományban tartalmazzon harmonikus összetevőket. Ha ez a kitétel nem teljesül, akkor a Fourier-dekompozíciót követő osztás művelete nem hajtható végre. Tipikus szélessávú mérőjelek a következők:

4.4.1. Impulzus

A Dirac-impulzus – pontosabban periodikusan kiterjesztett Dirac-impulzussorozat – Fourier-sorának minden együtthatója egységnyi, vagyis az impulzus minden frekvencia-összetevőt azonos, egységnyi súllyal (és zérus kezdőfázissal) tartalmaz. Az ideális Dirac-impulzus értéke $t = 0$-ban végtelen, minden más $0 < t < T$ időpontban nulla. Ilyen gerjesztőjelet a valóságban természetesen csak erős közelítéssel tudunk előállítani.

Mechanikai rendszer esetén tipikus impulzusszerű mérőjel egy kalapácsütés, akusztikai rendszer esetén tapsjel, zacskódurrantás, ajtóbecsapás vagy robbantás hangja.

Az imulzusszerű mérőjelek gyakorlati alkalmazásának hátránya az, hogy amennyiben elegendő energiát akarunk bevinni a rendszerbe egy rövid impulzussal, az impulzus amplitúdóját olyan nagyra kell választanunk, ami mellett a rendszer linearitása már sérül. Így – a linearitás megtartása mellett – a mérőjel energiája rendszerint kicsi, a mérés jel-zaj viszonya pedig alacsony lesz.

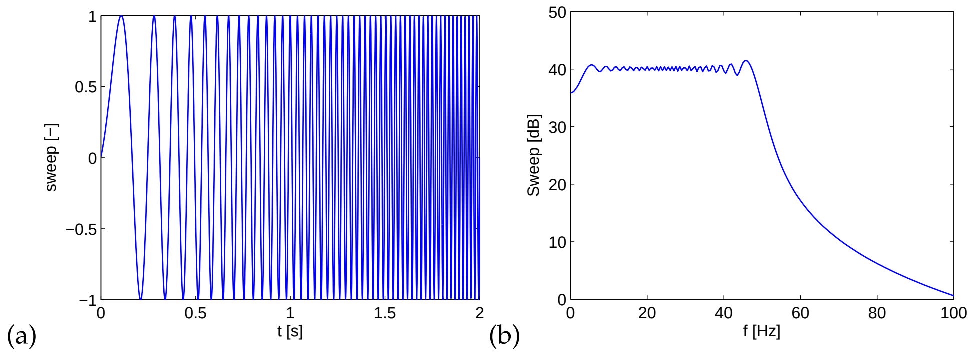
4.4.2. Léptetett és sepert szinusz

A léptetett szinuszos (stepped sine) vagy sepert szinuszos (swept sine, sweep) mérőjellel történő mérés tulajdonképpen a sok lépésben elvégzett, harmonikus mérés továbbgondolt, automatizált változatának is tekinthető.

Léptetett szinuszos mérés esetén az $x(t)$ mérőjel különböző, diszkrét frekvenciájú harmonikus függvények sorozata.

A gyakrabban alkalmazott sepert szinuszos mérőjel frekvenciája a mérés időtartama alatt folyamatosan változik, „végigsepri” a mérési frekvenciasávot. A sepert szinuszos mérőjel fontos jellemzője a sepert szinusz frekvenciakarakteriszikája, mely általában lineáris vagy exponenciális. Lineáris karakterisztika esetén a jel pillanatnyi frekvenciája az idővel lineárisan, exponenciális karakterisztika esetén pedig exponenciálisan növekszik. A 4. ábra egy lineáris sepert szinuszt ábrázol.

A sepert szinuszos mérés előnye az impulzusos méréssel szemben, hogy a mérőjel hossza tetszés szerint növelhető, így – megfelelően



4. ábra. Sepert szinuszjel az idő- és a frekvenciatartományban. A jel frekvenciája 1 Hz és 50 Hz között változik, a pilanatnyi frekvencia lineárisan növekszik. Az (a) ábra a jel időtartománybeli lefutását, a (b) ábra az amplitúdókarakterisztikát mutatja.

lassan változó frekvenciájú sepert szinuszt választva – elegendő energia vihető a rendszerbe minden frekvencián.

4.4.3. Zaj gerjesztés

A szélessávú mérőjelek között fontosak a zajjelek is. lényeges eltérés a korábbiakhoz képest, hogy míg az impulzus és a sepert szinusz determinisztikus, vagyis ismételhető gerjesztések, a zajjelek véletlenszerűek, sztochasztikusak.

Fontos sztochasztikus mérőjel a fehér zaj. Ez a jel a Dirac-impulzus sztochasztikus megfelelőjének is tekinthető. A fehér zajra ugyanis az jellemző, hogy teljesítménye egyenletesen oszlik meg a teljes frekvenciatartományon, vagyis tetszőlegesen megválasztott, de adott szélességű frekvenciaintervallumba azonos zajteljesítmény esik. Pontosan ezen tulajdonsága miatt hívjuk – optikai mintára – fehér zajnak.

A mintavételezett fehér zajt általában véletlenszámgenerátorral generálják. A zajjel tökéletes fehér zaj lesz akkor, ha az egymást követő mintákat függetlenül sorsoljuk[3]. A különböző fehér zajokat a sorsolt zajminták eloszlása szerint különböztetjük meg, tipikusan egyenletes vagy normális eloszlású (gaussi) fehér zajokat használunk.

Az 5. ábra egységnyi szórású gaussi fehér zajt ábrázol az idő- és a frekvenciatartományban. A frekvenciatartományi ábrán a kék görbe egyetlen zajregisztrátum Fourier-sorának X_n együtthatóit ábrázolja. Látszik, hogy a fehér zaj nemcsak az idő-, hanem a frekvenciatartományban is véletlenszerű jelleget ölt. A piros görbét úgy kaptuk, hogy egymást követő száz zajregisztrátum Fourier-sorát négyzetesen átlagoltuk. Az eredmény a zajjel teljesítménysűrűség spektrumának közelítése, amely jól mutatja a frekvenciatartományban egyenletesen megoszló jelenergiát.

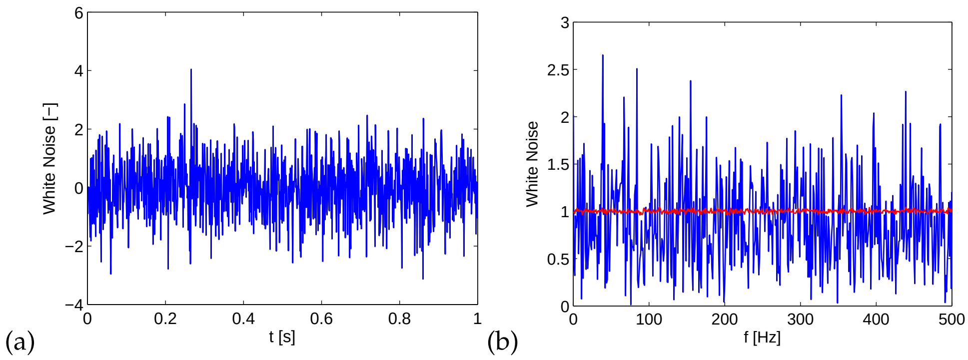
A fehér zaj mellett színes zajokat is gyakran alkalmaznak a méréstechnikában. Akusztikai alkalmazásokban igen gyakori a rózsazaj, amelynek teljesítménysűrűsége a frekvenciával fordítottan, $1/f$ szabály szerint változik, illetve a vörös zaj, melynek teljesítménysűrűsége az $1/f^2$ szabálynak engedelmeskedik. A spektrum másik oldalán a kék és lila zajok találhatók.

4.5. A mérési zaj és kiküszöbölése

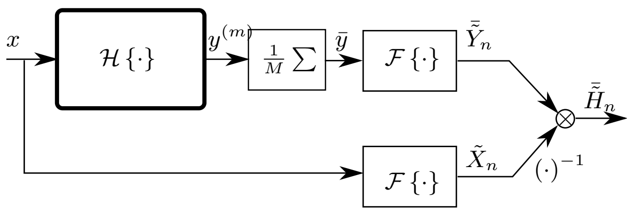
A mérések mindig zajjal terheltek. A zajok származhatnak a mérőműszerekből (elektronikus alkatrészek termikus zaja) és a mérendő objektumtól független környezeti tényezőktől (zajos környezetben végzett akusztikai mérés). A mérendő rendszertől független zajok kiküszöbölésének egyszerű és hatásos módja az átlagolás, mely során a mérést M-szer megismételjük, és a mért mennyiségeket átlagoljuk. A mért rendszertől független véletlen zajforrás zajteljesítménye M-szeri átlagolás után $1/M$-ed részre csökken.

Az átlagolás során különböző módon kell kezelni a determinisztikus és a sztochasztikus mérőjelek eseteit. Determinisztikus mérőjel esetén elegendő, ha a mérendő rendszer $y^{(m)}(t)$

[3] Tökéletes egyenletes eloszlású fehér zajt lehet pl. generálni kockadobás-sorozattal.



5. ábra. Gaussi fehér zaj az (a) időtartományban és (b) a frekvenciatartományban.



6. ábra. A szélessávú determinisztikus mérőjellel történő átviteli karakterisztika mérés blokksémája átlagolással

kimeneteit átlagoljuk, és előállítjuk az

$$\bar{y}(t) = \frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M} y^{(m)}(t) \tag{15}$$

átlagos kimenetet. Itt az $y^{(m)}(t)$ jelölés az m-edik mérés során kapott kimenő jelet jelöli. Ezután a Fourier-analízist az $\bar{y}(t)$ jelen hajtjuk végre, és minden ugyanúgy történik, mint az átlagolásmentes esetben. Az ide tartozó blokksémát a 6. ábra mutatja.

Sztochasztikus mérőjel esetén a gerjesztő jel is változik mérésről mérésre. Az $x^{(m)}(t)$ és $y^{(m)}(t)$ időfüggvények átlagolása itt nem megengedhető, hiszen a rendszer gerjesztése és válasza is véletlenszerű. Az időtartománybeli jelek átlagolása helyett minden egyes mérésnél elvégezzük a Fourier-analízist, előállítjuk a $\tilde{H}_n^{(m)}$ átviteli karakterisztika mintákat, és az átlagolást az átviteli karakterisztikán hajtjuk végre[4]. A mérés blokksémáját a 7. ábra mutatja. Figyeljük meg, hogy a mérés számításigénye nagyobb, mint a determinisztikus mérőjel esetében, hiszen a Fourier-sorfejtést minden egyes mérés után el kell végezni.

5. A rendszer időtartománybeli jellemzése

Mindeddig a lineáris rendszer frekvenciatartománybeli átvitelének mérésével foglalkoztunk. A továbbiakban olyan technikával ismerkedünk meg, ami a rendszer időtartománybeli leíró jellemzőjének mérésére szolgál.

A lineáris időinvariáns rendszer fontos időtartománybeli jellemzője a $w(t)$ impulzusválasz, ami nem más, mint az $x(t) = \delta(t)$ Dirac-impulzus gerjesztésre adott $y(t)$ válasz:

$$w(t) = \mathcal{H}\{\delta(t)\} \tag{18}$$

Az impulzusválaszt gyakran súlyfüggvénynek (weight function) is hívják, innen a w jelölés.

Könnyen belátható, hogy mivel a Dirac-impulzussorozat Fourier-sora az azonosan egy

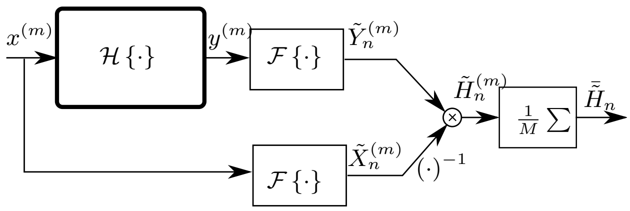
[4]Bár az indoklás túlmutat a mérési útmutató keretein, megjegyezzük, hogy az átviteli karakterisztika átlagolása alatt rendszerint nem az

$$\bar{\tilde{H}}_n = \frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M} \tilde{H}_n^{(m)} \tag{16}$$

mennyiséget értjük, hanem a némileg bonyolultabb

$$\bar{\tilde{H}}_n = \frac{\sum_{m=1}^{M} \tilde{Y}_n^{(m)} \tilde{X}_n^{*(m)}}{\sum_{m=1}^{M} \tilde{X}_n^{(m)} \tilde{X}_n^{*(m)}} \tag{17}$$

átlagot, ahol a csillag a komplex konjugált képzést jelenti



7. ábra. A szélessávú sztochasztikus mérőjellel történő átviteli karakterisztika mérés blokksémája átlagolással

függvény

$$\mathcal{F}\{\delta(t)\} = 1 \tag{19}$$

az impulzusválasz Fourier-sora a rendszer átviteli karakterisztikája lesz:

$$\mathcal{F}\{w(t)\} = H_n \tag{20}$$

Az impulzusválasz és az átviteli karakterisztika egyenértékű, ekvivalens rendszerleíró függvények; az egyik mérése után a másik könnyen számítható.

6. Az impulzusválasz mérése

Az impulzusválasz közelítő mérésére alkalmas a 4.4.1. fejezetben említett, impulzusszerű gerjesztéssel dolgozó mérési módszer.

Az impulzusválasz pontosabb mérésére speciális szélessávú mérőjelet, az úgynevezett maximális hosszúságú sorozatot (Maximum Length Sequence, MLS-jel) használunk.

6.1. Az MLS jel

Az MLS jel ún. álvéletlen jel, ami azt jelenti, hogy noha a jel determinisztikus algoritmussal generálható és ismételhető, mégis sok tulajdonsága a zajjelekre emlékeztet.

Az MLS jel bináris mérőjel, vagyis olyan jel, melynek értéke két állapot között váltakozik. A jel generálására alkalmas eszköz blokksémáját a 8(a). ábra mutatja. Az ábra egy $N = 8$-bites léptető (shift) regisztert mutat, melynek bitjeit minden mintavételi ciklusban – vagyis Δt időközönként – eggyel jobbra léptetjük. A shift regiszter néhány bitje (példánkban a 4., 5., 6. és 8. bitek egy bináris (moduló 2 aritmetikával dolgozó) összegzőbe van vezetve, melynek kimenete lesz a következő ciklusban a shift regiszter 1. bitje. A bináris mérőjel mintáit a shift regiszter utolsó, nyolcadik bitje adja. A rendszert adott kezdeti állapotba helyezve majd magára hagyva, automatikusan generálja a mérőjel mintáit.

Az MLS generátor konstrukciójából nyilvánvaló, hogy a shift regiszter aktuális állapota egyértelműen meghatározza a következő állapotot. Ebből következik, hogy ha a shift regiszter az M-edik időlépésben visszatér a kezdeti állapotba, akkor az M-edik ütemtől kezdve a kimenő jelsorozat ismétlődik, és egy M-periodikus kimeneti jelet kapunk. A lehető legnagyobb M érték, ami előtt a shift regiszter csupa különböző állapoton megy át

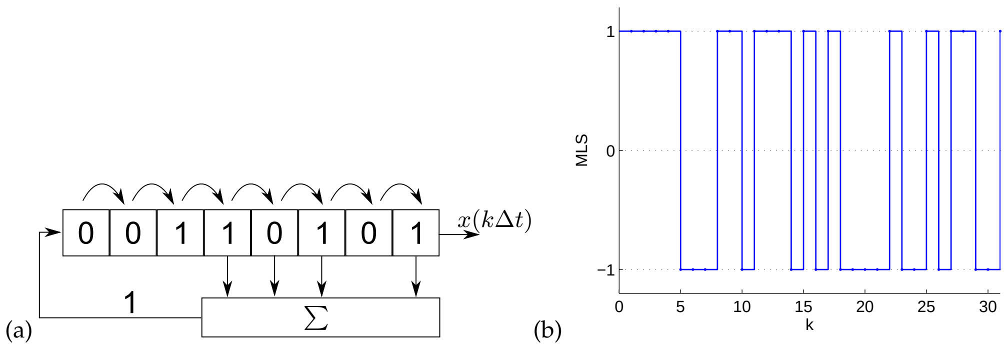
$$M = 2^N - 1 \tag{21}$$

ahol a 2^N tag az N biten ábrázolható összes különböző szám száma, amiből ki kell vonnunk a csupa 0 bitet tartalmazó állapotot. Ez az állapot nyilván nem megengedett, mert ha előfordul, akkor a shift regiszter többé nem mozdul ki belőle.

A visszacsatolt bitek helyes megválasztásával elérhető, hogy a shift-regiszter valóban fel is veszi az M különböző állapotot, vagyis maximális periódusidejű kimenő jelsorozatot generál. Ezeket a kimenő jeleket hívjuk maximális hosszúságú sorozatoknak. A különböző bitszámú MLS-generátorok konfigurációja táblázatokban megtalálható, a gyakorlatban tipikusan $N = 10-20$-bites MLS jeleket alkalmaznak. A 8. ábra $N = 5$-bites MLS jel egy periódusát mutatja. A periódus hossza $M = 2^5 - 1 = 31$. Figyeljük meg, hogy praktikus okokból az MLS jel nem 0 és 1, hanem -1 és 1 értékeket vesz fel.

6.2. Az MLS jel alkalmazása az impulzusválasz mérésére

Az MLS-mérés megértéséhez először is meg kell ismerkedünk a cirkuláris keresztkorreláció műveletével. A cirkuláris keresztkorreláció művelete az x_k és y_k diszkrét, M-periodikus



8. ábra. (a) $N = 8$-bites MLS jel generálása. (b) $N = 5$-bites MLS jel egy periódusa

jelsorozatokhoz egy $C_{xy} = x_k \oplus y_k$, szintén M-periodikus diszkrét jelsorozatot rendel a következő szabály szerint:

$$C_{xy,k} = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{M-1} x_i y_{i+k} \tag{22}$$

Látjuk, hogy a cirkuláris keresztkorreláció k-adik mintája az x jel egy periódusának súlyozott átlaga, ahol a súlyozó tényezőt a k mintával eltolt y jel adja.

Az MLS jel fontos tulajdonsága, hogy cirkuláris autokorrelációja – vagyis önmagával vett keresztkorrelációja – nagyon jól közelíti a diszkrét Dirac-delta függvényt[5]:

$$C_{xx,k} = x_k \oplus x_k \approx \delta_k \tag{24}$$

Az MLS mérőjellel elvégzett mérés után rendelkezésünkre állnak az x_k MLS-minták és a rendszer válaszának $y_k = \mathcal{H}\{x_k\}$ mintái. Határozzuk meg az $y_k \oplus x_k$ keresztkorrelációt:

$$y_k \oplus x_k = \mathcal{H}\{x_k\} \oplus x_k \tag{25}$$

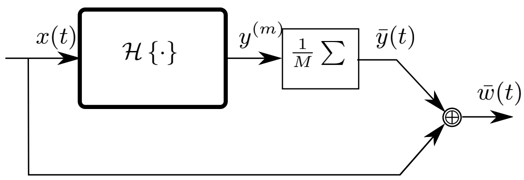
A rendszer linearitása miatt (lásd az (1) tulajdonságot) a keresztkorreláció művelete bevihető a $\mathcal{H}$ lineáris operátor argumentumába:

$$y_k \oplus x_k = \mathcal{H}\{x_k \oplus x_k\} \approx \mathcal{H}\{\delta_k\} = w_k \tag{26}$$

[5]Könnyen látszik, hogy $C_{xx,0} = 1$, hiszen az önmagával súlyozott MLS jel csupa 1×1 vagy -1×-1 értéket tartalmaz, így átlaga 1 lesz. Az önmaga eltoltjával súlyozott MLS jel „kvázi véletlenszerűen" elrendezett $+1$ és -1 értékeket tartalmaz, átlaga pedig jó közelítéssel zérus. Pontosabban

$$C_{xx,k} = \begin{cases} 1 & k = 0 \\ \frac{-1}{M} & \text{egyébként} \end{cases} \tag{23}$$

Elegendően nagy bitszámnál a $-1/M$ érték elegendően kicsi ahhoz, hogy a keresztkorreláció nagyon hasonlítson a diszkrét Dirac-deltához, vagyis valóban $x_k \oplus x_k \approx \delta_k$.



9. ábra. Az MLS mérőjellel történő impulzusválasz mérés blokksémája átlagolással

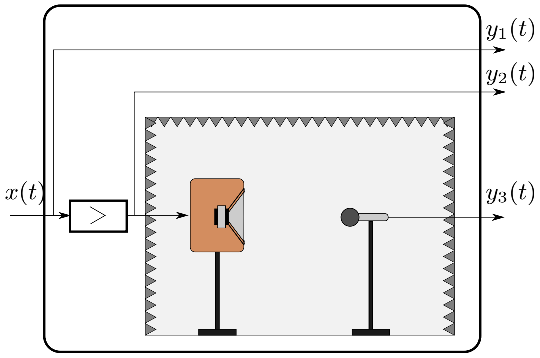
Vagyis az MLS jellel gerjesztett rendszer válaszának és gerjesztésének cirkuláris keresztkorrelációja megadja a rendszer $w(t)$ impulzusválaszának w_k mintáit. Az MLS-mérés blokksémáját – átlagolással együtt – a 9. ábra mutatja.

Az MLS-mérés lényeges előnye az impulzusszerű jellel való méréssel szemben, hogy sokkal pontosabb, és jel-zaj viszonya is lényegesen jobb, hiszen megfelelően hosszú MLS-jel választásával tetszőlegesen sok energia vihető a rendszerbe.

A gyakorlati alkalmazások során természetesen az MLS-mérést is átlagolással végezzük. Mivel determinisztikus mérőjellel dolgozunk, az átlagolásnál egyszerűen a rendszer $y_k^{(m)}$ kimeneteit átlagoljuk, és az átlagolt kimeneten végezzük el a keresztkorreláció műveletét.

7. A mérendő rendszer

A mérendő lineáris rendszert a 10. ábra mutatja. A rendszer egy hangfrekvenciás teljesítményerősítőből, valamint egy visszhangmentes mérőszobában elhelyezett hangsugárzóból és mikrofonból áll. A rendszer $x(t)$ bemenete az erősítő bemenő feszültsége. A rendszer kimenetét három különböző állapotban vizsgáljuk. Az $y_1(t)$ kimenet az ún. egységrendszer-



10. ábra. A mérendő rendszer

hez tartozik, melynek bemenete megegyezik a kimenetével. Az $y_2(t)$ kimenet az erősítő kimenő feszültsége, az $y_3(t)$ kimenet pedig a mikrofon kimenő feszültsége.

7.1. Hangsugárzók jellemzése

A dinamikus hangszórókkal felépített zárt vagy nyitott dobozos hangsugárzó a gyakorlatban legelterjedtebb hangreprodukáló eszköz. Egy hangsugárzó dobozban a legtöbb esetben több hangszórót helyeznek el, mert a teljes hangfrekvenciás sáv (20–20000 Hz) lesugárzása egyetlen hangszóróval csak kompromisszumokkal valósítható meg. A mély hangokra nagy membránátmérőjű, kis rezonanciafrekvenciájú, a magas hangokra kis méretű, merevebb felfüggesztésű, tehát nagyobb rezonanciafrekvenciájú hangszórókat alkalmaznak.

Ha a dinamikus hangszórót zárt dobozba szereljük, a rezonanciafrekvenciája nagyobb lesz, mint szabadon, hiszen a rendszer eredő rugóengedékenysége csökken. A dobozba zárt levegő ugyanis kisfrekvencián koncentrált rugónak tekinthető, amely a hangszórót keményíti.

Ha többutas hangsugárzót készítünk, azaz a mély, magas, esetleg középfrekvenciás hangokat külön hangszóróval sugározzuk le, akkor szűrőváltót kell alkalmaznunk, amely a keresztezési frekvenciák szerint a hangfrekvenciás sávot ketté, vagy több részre osztja. Ez a szűrőváltó a hangdobozban elhelyezett passzív RLC hálózat. Egy sávon belül célszerű egyegy hangszórót alakalmazni, annak érdekében, hogy elkerüljük a több forrásból származó interferenciás hatást.

A hangsugárzók jellemzésére alkalmazott legfontosabb paraméterek az alábbiak:

Terhelhetőség mértékegysége W, amely megadja azt a legnagyobb villamos jelteljesítményt, amelyet a hangsugárzó károsodás nélkül elvisel.

Névleges impedancia mértékegysége Ω, amely a hangsugárzó impedancia abszolút értékének $4, 6, 8, 12, 16$ Ω-ra kerekített értéke 1 kHz frekvencián. (A teljesítményerősítő és a hangsugárzó illesztésénél fontos szempont, hogy a teljesítményerősítőre megadott optimális terhelő ellenállásnál kisebb névleges impedanciájú hangsugárzót csatlakoztatni nem szabad.)

Érzékenység mértékegysége dB, amely megadja, hogy 1 W elektromos teljesítmény hatására 1 m távolságban a hangsugárzó mekkora hangnyomást kelt dB ben kifejezve, ahol a vonatkoztatási szint 20 μP, amely a hallásküszöbhöz tartozó hangnyomásérték 1 kHz-en.

Minimális impedancia mértékegysége Ω. A hangsugárzó bemeneti impedanciája komplex és frekvenciafüggő. Bizonyos frekvenciákon az abszolút értéke a névleges impedancia többszörösét is elérheti, de más frekvencián az alá is eshet. Annak érdekében, hogy a hangsugárzót tápláló erősítő ne menjen tönkre, megadják az impedancia abszolút érték minimumát is.

Frekvenciamenet az érzékenység frekvenciafüggése. Általában diagram formájában adják meg, ahol ábrázolják az érzékenység értékét dB-ben a frekvencia függvényében. Ezt a paramétert szokás még amplitudókarakterisztikának, frekvenciaválasznak, frekvenciamenetnek is nevezni. Ha a mérést nem a tengelyben, hanem attól adott mértékben eltérve végezzük, és az itt kapott értékekeket az előbbi diagramban ábrázoljuk, akkor meg tudjuk ítélni a hangsugárzó érzékenységének helyfüggését.

Utak száma

Utankénti hangszórók száma

Keresztezési frekvencia mértékegysége Hz.

Harmonikus torzítás a frekvencia függvényében, mértékegysége %. Sokszor diagramban adják meg, ahol a felharmonikus amplitudók láthatók dB-ben a frekvencia függvényében.

Jelen mérésben a hangsugárzó érzékenységét, illetve a frekvenciamenetet mérjük meg.

7.2. Mikrofonok jellemzése

A mikrofonok olyan elketromechanikai átalakítók, amelyek a hangnyomással arányos kimenő feszültséget szolgáltatnak. A dinamikus mikrofonok robusztus felépítésű, általában olcsóbb eszközök, amelyeknek különböző fajtáit hangstúdiókban is alkalmazzák. Egy ilyen stúdiómikrofont vizsgálunk a mérésben. A kondenzátormikrofonok drága mérőeszközök, melyeket nagyon egyenletes érzékenység-frekvenciafüggés jellemez.

Az e érzékenység a mikrofonok egyik fő jellemzője, amely az $U_{\text{ü}}$ üresjárási kimenő feszültség és a membránon mérhető p hangnyomás hányadosa:

$$e = \frac{U_{\text{ü}}}{p} \tag{27}$$

Az érzékenység mértékegysége $\mathrm{V/Pa}$, vagy $\mathrm{mV}/\mu\mathrm{bar}$ ($1\ \mathrm{Pa} = 10\ \mu\mathrm{bar}$).

A membrán síkjára merőleges, a membrán középpontján áthaladó egyenes a mikrofon főtengelye. Főirányból érkezik a hang, amikor a főtengellyel párhuzamosan, elölről éri a membránt. Az érzékenységet vizsgálhatjuk főirányban a frekvencia függvényében, ezt nevezzük frekvenciamenetnek. Egy rögzített frekvencián, a beeső hang irányának függvényében mért érzékenység görbe a mikrofon iránykarakterisztikája.

A mikrofonok akusztikai működésük alapján két nagy csoportba oszthatók: nyomás- és nyomásgradiens-mikrofonokra. A nyomásmikrofonokra gömb, a gradiens mikrofonokra térbeli nyolcas iránykarakterisztika a jellemző. A két akusztikai alaprendszer kombinációjából származik a kardioid iránykarakterisztika. Tehát a nyomás-, a gradiens-, és az ideális kardioid mikrofon iránykarakterisztikája rendre:

Ha a mikrofon membrán méretei a hullámhosszhoz képest kicsik, akkor a zárt konstrukciójú nyomásmikrofon iránykarakterisztikája gömbi, hiszen a viszonyok függetlenek a mikrofon főtengelyének a beeső hang irányával bezárt szögétől. Ha a membrán hátulról teljesen nyitott, mozgását az elő- és hátoldal között kialakuló nyomáskülönbség határozza meg. Ilyen felépítési a szalagmikrofon, ahol az érzékelő membrán egy vékony fémszalag. Könnyen belátható, hogy ebben az esetben a membrán síkjával párhuzamosan beeső hanghullám a membrán két oldala között nyomáskülönbséget nem hoz létre, tehát a mikrofon ebben az esetben nem ad kimenő jelet. Az ilyen mikrofont nyolcas karakterisztikájúnak hívjuk. A harmadik eset a kardioid mikrofon esete, a nyomás és a nyolcas karakterisztikájú mikrofon keveréke, amely a zárt konstrukciójú nyomásmikrofon hátsó falának megnyitásával és fázistoló akusztikai hálózat beiktatásával kapható.

Kardioid mikrofonok esetén a jellemzők közt gyakran csak az úgynevezett előre-hátra viszony szerepel, amely az elölről illetve a hátulról mért érzékenység aránya dB-ben kifejezve, ha más adat nem szerepel, $1\ \mathrm{kHz}$ frekvencián.

A gyakorlatban mindhárom konstrukciónak megvan a megfelelő alkalmazási területe. Például a szalagmikrofon előnyösen alkalmazható egymással szemben helyet foglaló beszélgetők hangjának továbbítására, az oldalról jövő zavaró zaj elnyomására. A kardioid mikrofon a gyakorlatban kb. $10 - 15\ \mathrm{dB}$ (jó miniségű stúdiómikrofonoknál $20\ \mathrm{dB}$) körüli előre-hátra viszonyt biztosít, tehát ilyen mértékben a hátulról jövő zavaró hangokat elnyomja.

8. Ellenőrző kérdések

A mérésre való felkészülés során válaszolja meg az alábbi ellenőrző kérdéseket. Hasonló kérdésekre számíthat a felkészülés számonkérésekor.

1. Mit értünk lineáris / időinvariáns rendszer alatt?
2. Mondjon hétköznapi példát lineáris, nemlineáris, időinvariáns és idővariáns rendszerre!
3. Miért kitüntetett a harmonikus gerjesztés lineáris időinvariáns rendszerek esetében?
4. Hogyan értelmezzük a lineáris időinvariáns rendszer amplitúdó- és fáziskarakterisztikáját?
5. Hogyan mérjük meg a rendszer átvitelét harmonikus mérőjellel?
6. Hogyan határozzuk meg a rendszer átvitelét szélessávú mérőjellel?

7. Egy rendszer gerjesztését és válaszát $T = 3$ s ideig vizsgáljuk, és a jelekből $N = 1024$ mintát rögzítünk. A rendszer átviteli karakterisztikájának mely frekvencia-összetevőit tudjuk meghatározni a mért jelek alapján?

8. Mekkora egy $T = 2$ s periódusidejű jel Fourier-sora $n = 5$-ödik tagjának frekvenciája?

9. Milyen szélessávú determinisztikus/sztochasztikus mérőjeleket ismer?

10. Mire szolgál a mérés során az átlagolás?

11. Hány átlagot kell venni, ha a mérendő rendszertől független zajforrás teljesítményét $1/2$, $1/5$, $1/10$, $1/100$-ad részre szeretnénk csökkenteni?

12. Hogyan végezzük az átlagolást determinisztikus és sztochasztikus mérőjel esetén?

13. Hogyan értelmezzük a rendszer impulzusválaszát?

14. Mi az impulzusválasz és az átviteli karakterisztika kapcsolata?

15. Miért nem érdemes az impulzusválaszt közvetlenül, impulzusszerű mérőjellel mérni?

16. Mi az MLS-jel?

17. Hogyan számítjuk két diszkrét jel cirkuláris keresztkorrelációját?

18. Az MLS-jel mely tulajdonságát használjuk ki az impulzusválasz közvetlen mérésekor?

19. Hány másodpercig tart egy impulzusválasz mérés, ha $N = 18$-bites MLS-jellel gerjesztünk $f_\mathrm{s} = 44\,100$ kHz mintavételi frekvencián és $M = 5$-ös átlagolással dolgozunk?

20. Sorolja fel a hangsugárzók legfontosabb műszaki paramétereit!

21. Hogyan értelmezzük a hangsugárzó érzékenységét?

22. 1 Pa hangnyomásszint hány dB-nek felel meg?

23. Hogyan értelmezzük a mikrofon érzékenységét?

24. Hogyan értelmezzük a mikrofon iránykarakterisztikáját?

25. Mit értünk gömbi, nyolcas és kardioid karakterisztika alatt? Melyik milyen mikrofon-konstrukcióhoz tartozik?

9. Mérési feladatok

9.1. Az egységrendszer és a teljesítményerősítő mérése

Kösse a mérőrendszer $x(t)$ kimenetét a teljesítményerősítő bemenetére, majd az erősítő bemenetéről ágaztassa le az $y_1(t)$ jelet a mérőrendszer egyik bemenő csatornájára. A mérőerősítő $y_2(t)$ kimenetét kösse a mérőrendszer egy másik bemenő csatornájára. A Channel Setup modulban állítsa be a két kiválasztott csatornát előerősítés nélküli feszültségmérésre, majd lépjen be a Transfer modulba.

1. Gerjessze a rendszert harmonikus mérőjellel. Figyelje meg az $x(t)$ és $y_i(t)$ jelalakokat, állítsa be a gerjesztés szintjét és az erősítő erősítését úgy, hogy a rendszer lineáris üzemmódban működjön.

2. Állítsa be a mintavételi frekvenciát és a jelregisztrátumok mintaszámát úgy, hogy a mérési idő legalább 5 s legyen. Mérje meg harmonikus mérőjellel a rendszer átvitelét az 1 Hz $-$ 10 kHz tartományban, dekádonként két, logaritmikus skálán egyenletesen felvett frekvenciaértéken.

3. Mérje meg a rendszer átviteli karakterisztikáját sepert szinuszos mérőjellel, átlagolás nélkül. Figyelje meg, mi történik, ha a rendszert az 1 Hz $-$ 25 kHz tartományon vizsgálja, de a sepert szinusz csak az 1 Hz$-$ 1 kHz frekvenciatartományt futja be. Magyarázza meg az átviteli karakterisztikén és az impulzusválaszon tapasztaltakat.

4. Vizsgálja meg az átlagolás hatását. Hogyan változik a rendszer átvitele és impulzusválasza, ha az átlagok M számát növeli?

5. Mérje meg a rendszer átvitelét szélessávú fehér zaj gerjesztéssel átlagolás nélkül. Gondolja végig indokolja meg, hogy miért szükséges a mérés során legalább egy előgerjesztési ciklust alkalmazni!

6. Vizsgálja meg az átlagolás hatását a zajszerű gerjesztés esetében.

7. Vizsgálja meg a rendszer átvitelét színes zaj gerjesztéssel. Próbálja ki a lila, kék, rózsa- és vörös zaj gerjesztéseket. Mit tapasztal az átviteli karakterisztika és az impulzusválasz alapján?

9.2. A hangfal átvitelének mérése

A hangfal átvitelét közvetlenül mérni nem tudjuk, csak a hangfal és a mérőmikrofon együttes átvitelét. Szerencsére a mérőmikrofon átvitele egyenletesnek tekinthető a teljes hangfrekvenciás tartományban, így beiktatása csak egy konstans szorzót (a mikrofon érzékenysége) jelent a rendszer átvitelében. A mikrofon névleges érzékenysége gyári adat, de a tényleges érzékenység környezeti tényezők (hőmérséklet, páratartalom) függvénye, ezért érdemes elvégezni a mikrofon kalibrálását. A kalibrálás során a mikrofont ismert amplitúdójú és frekvenciájú szinuszos hangnyomás jellel gerjesztjük, és mérjük a kimenő feszültségét. A kalibrálás után a mérőrendszer a mikrofon jelét már közvetlenül pascalban méri.

Csatlakoztassa a mérőmikrofon kimenetét a mérőrendszer egy harmadik bemenő csatornájára. A Channel Setup modulban állítsa be a kiválasztott mikrofont.

1. Végezze el a mérőmikrofon kalibrálását a Calibration modulban.

2. Mérje meg a hangfal átvitelét harmonikus mérőjellel a $10\ \mathrm{Hz} - 10\ \mathrm{kHz}$ tartományban, harmadoktávsávonként. Hogyan befolyásolja az erősítő átvitele a mért eredményt? Határozza meg a hangfal érzékenység frekvenciamenetének pontjait.

3. Mérje meg a hangfal frekvenciamenetét és impulzusválaszát az $1\ \mathrm{Hz} - 25\ \mathrm{kHz}$ tartományban szélessávú gerjesztéssel. Elemezze és értelmezze az impulzusválasz szakaszait!

4. Mérje meg a hangfal frekvenciafüggő iránykarakterisztikáját. A mérést több lépésben végezze úgy, hogy a hangfalat $5°$-os felbontással elforgatja $0°$-os állásból $180°$-os állásig. Minden pozícióban mentse el a hangfal átvitelét, majd a mérés elvégzése után ábrázolja Matlabban az iránykarakterisztikát.