LOGaritmikus kontra LINeáris skála

Nagy dinamikájú **mérőszám** (*arány*!) megadásához célszerű a kis értéket kiemelő, a nagyot összenyomó LOGaritmikus skála. (A *log* argumentumában csak pozitív szám szerepelhet, és tudni kell, hogy mennyi a mérőszámot értelmező mérték*egység*!)

Teljesítmény (P) mérésnél pl. a gyakran használt *dBm* esetén, vagyis ha *1 mW* a **referencia**-szint (a mértékegység):

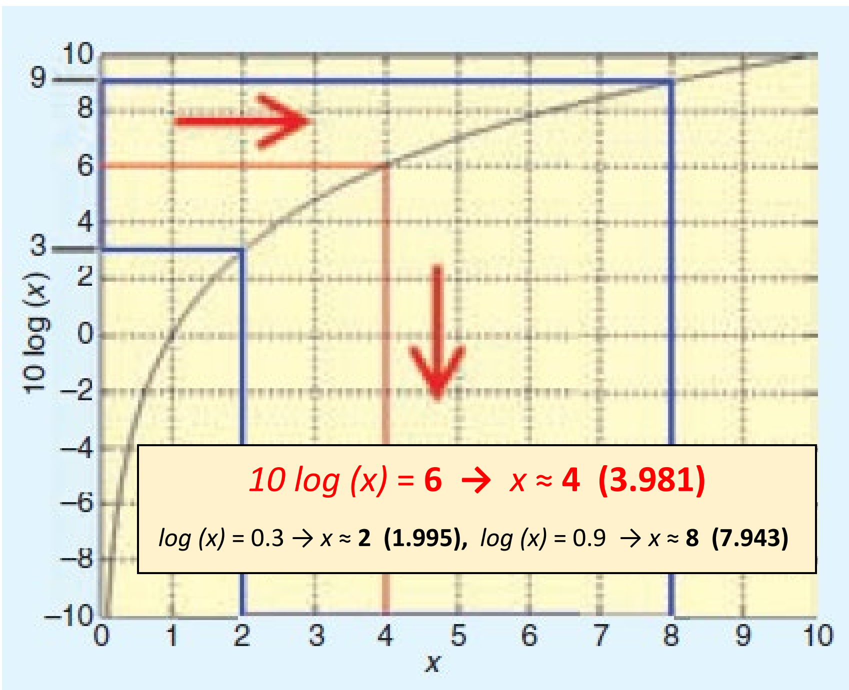
$$P_{[dBm]} = 10 \cdot \log\left(\frac{P_{[mW]}}{1_{[mW]}}\right)$$

Az alkalmazott viszonyítási alapra (a referenciára) utal a decibel (*dB*) melletti jel (*m*), a referencia-szintet mindig meg kell adni!

http://www.hit.bme.hu/~papay/edu/Db/Decibel.htm

A mért értékre *dBm*-ben specifikált, a mérési bizonytalanság által meghatározott **hibasáv** LINeáris skákán *nem* lesz szimmetrikus.

Példa (Carobbi, 2010): 6 [*dBm*] mért értéknél ha 3 [*dBm*] a hibasáv **fél**szélessége, akkor a teljesítmény *arány* lineáris skálán $x = 4$ (1*mW* referenciával), és ezen a lineáris skálán a hibasáv határai 2 és 8 (*mW* egységben).



Ha tehát a decibelben mért érték: $y_d \pm H_d$ (H_d **fél**szélességű szimmetrikus hibasávval), az ennek megfelelő x adat LINeáris skálán (a definiáló $y = 10 \cdot \log(x)$ egyenlet alapján)

$$x = 10^{\frac{y_d}{10}}, \text{ az alsó hibakorlát: } A = 10^{\frac{y_d - H_d}{10}} = \frac{x}{10^{H_d/10}}, \text{ a felső: } F = 10^{\frac{y_d + H_d}{10}} = x \cdot 10^{H_d/10}$$

Amíg LOGaritmikus skálán a mért érték a (mérési bizonytalanság által meghatározott és szimmetrikus) hibasáv határok között „félúton" van (vagyis a LOG hibasáv határok „*aritmetikai* átlaga"), addig LINeáris skálán az ennek megfelelő adat a LIN hibasáv határok *geometriai* átlaga ($x = \sqrt{A \cdot F}$).

*

Fordított eset.

A metrika alapegyenlete LINeáris skálán

$$x + H = N{\cdot}\Delta x \quad \rightarrow \quad \frac{x}{\Delta x}(1+h) = N, \text{ és } h = \frac{H}{x} \approx \frac{H}{m}$$

x: mérendő, H: *abszolút* hiba, N: mérő**szám**, Δx: mérték**egység**, h: *relatív* hiba (praktikusan az $m = N{\cdot}\Delta x$ *mért érték*re relatív, mert h < 1).

Ez az érték (teljesítmény adat, $\Delta x = 1\ mW$ referenciával) LOGaritmikus skálán

$$10 \cdot logN = 10 \cdot log\left[\frac{x}{\Delta x}(1+h)\right] = 10 \cdot log\left(\frac{x}{\Delta x}\right) + 10 \cdot log(1+h)$$

Felhasználva az

$$ln(z) = \log(z) \cdot ln(10) \quad \text{és} \quad ln(1+z) \approx z - \frac{z^2}{2},\ z < 1$$

összefüggéseket (ahol *ln* a természetes, e-alapú logaritmus) és eltekintve a „másodrendűen kicsiny" tagtól, a hiba-komponens:

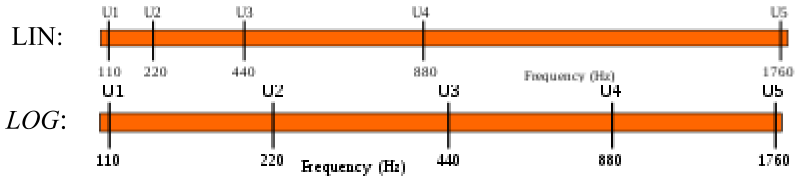
$$10 \cdot log(1+h) = \frac{10}{ln(10)}\ ln(1+h) \approx 4.343{\cdot}h$$

LOGaritmikus skálán a hiba a Lineáris skála *relatív* hibájával arányos.

*

A különböző fizikai mennyiségek (pl. hangerősség, hangmagasság, fényintenzitás stb.) által keltett, általunk érzékelt fiziológiai *érzet* a fizikai jel (teljesítményének) logaritmusával arányos.

Négy oktáv (= 2-szeres távolság) LINeáris, ill. *LOGaritmikus* skálán (ahogyan a fül hallja):



Sok összefüggés (pl. fizikai képlet) hatványfüggvény, így ha mindkét tengelyen szereplő értékeknek logaritmusát ábrázoljuk, az ún. kettős logaritmikus (röviden *log-log)* ábrán bármely hatványfüggvény lineáris alakú, a meredekség adja a kitevőt.