

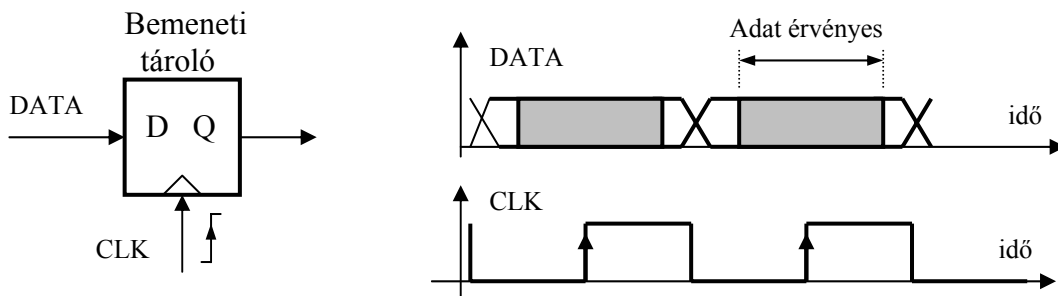
## 4. Digitális adatátvitel analóg csatornán

A feladat adatállományok (digitálisan tárolt adatok) nagy távolságú átvitele. Az adatátviteli csatorna kábel (csavart érpár, coax), nyilvános távbeszélő hálózat, rádió csatorna, stb lehet. Ebben a fejezetben a digitális adatátvitel esetén alkalmazott modulációs eljárásokkal foglalkozunk.

### Motiváció:

A digitális adatok kezelésének technológiájával a digitális technika tudománya foglalkozik. A "0" és az "1" logikai szimbólumok jellé történő leképezését elektromos feszültség szintek hozzárendelésével végzi el, pld: "0"  $\rightarrow$  0V és "1"  $\rightarrow$  5V.

Ha egy áramkör két fokozata között digitális adatátvitelt akarunk végezni, akkor szükségünk van még egy ún. *órarejle* (CLK) is, amelyik a fogadó áramkört vezérli. A szokásos megoldás az, hogy a négyszöghullámú órajel felfutó éle írja be a tárolóba a bemenetén lévő adatot.



A bemenet mintavételezését vezérlő órajelnek természetesen szinkronban kell lennie az adatok megjelenésével, annak érdekében, hogy a mintavétel akkor történjen meg, amikor az adat érvényes az áramkör bemenetén.

Ha a feladat az, hogy nagy távolságra juttassuk el a digitális adatokat, felmerül a kérdés, az órajelet hogyan állítsuk elő a vételi oldalon úgy, hogy az szinkronban legyen az adatjellel (ne következzen be szétcsúszás). Szükség van tehát olyan jel átalakításra (modulációra), ami lehetővé teszi azt, hogy a vevőben egy megfelelő áramkör az adatjelből *kellő hatékonysággal* ki tudja nyerni az órajelet (*órarejel helyreállítás*).

A nagy távolságú összeköttetés esetén további problémát jelent, hogy a bemenet komparátor típusú: ha a bemeneti jel értéke egy adott szint felett van, akkor logikai "1"-nek, ha alatta van, akkor logikai "0"-nak érzékeli azt. Az összeköttetés csillapítása a döntést befolyásolhatja, amit a jel erősítésével csak akkor tudunk kompenzálni, ha a jel nem tartalmaz egyenáramú összetevőt. (Ui. az erősítők kimeneti *egyenszint eltolódása* további hibák forrása lenne.)

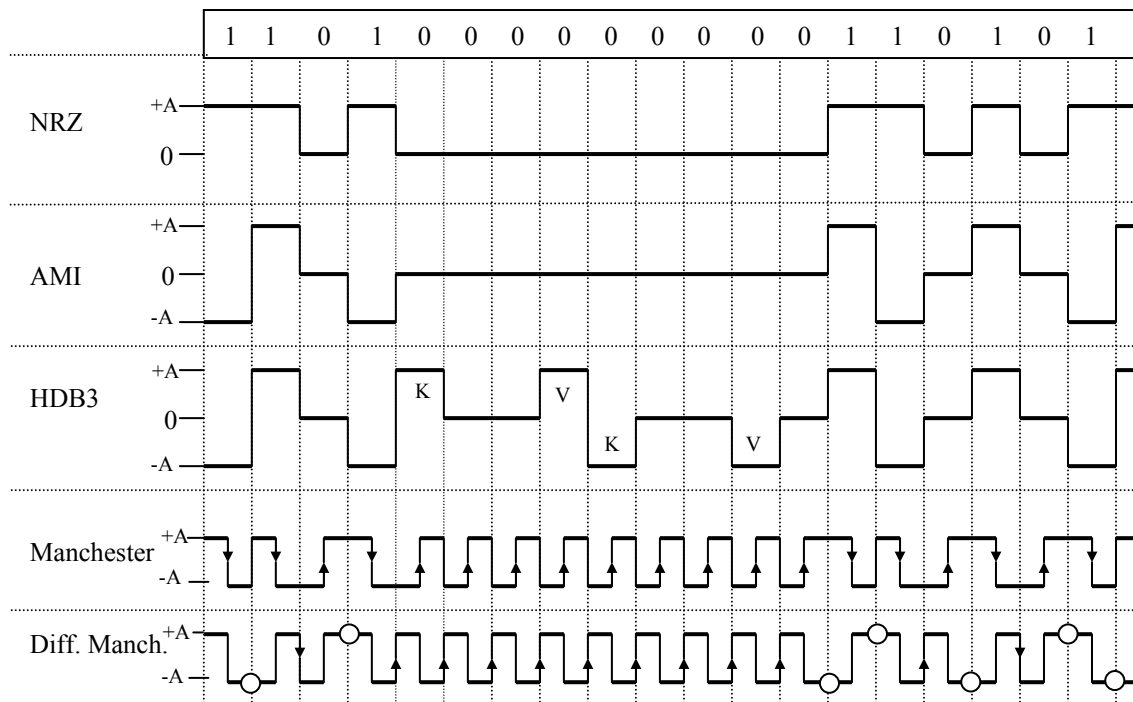
Tehát, ahogy a digitális technika szokásos jel-reprezentációja tökéletesen megfelel egy áramkörön belül, úgy a nagytávolságú átvitelre ez a forma nem megfelelő.

A moduláció további indokai még azok az okok lehetnek, amit az analóg modulációs eljárásoknál említettünk. Magában a csatornában ui. analóg jelek terjednek, ezért a szemponok hasonlóak:

- a jelet illeszteni kell a csatornában rendelkezésre álló frekvenciasávhoz
- többszörös csatorna kihasználás (frekvencia szerinti multiplexálás)
- rádió csatornában a kisugározhatóság.

### 4.1. Alapsávi adatátvitel

Ha a csatorna kábel és azt egy felhasználó használja, akkor a zérus frekvencia környezetét lefoglaló ún. *alapsávi* összeköttetés jöhet szóba. Ha nincs más jel a kábelben, akkor az adatátviteli sebességet csak a kábel fizikai tulajdonságai korlátozzák (például a kábel felső határfrekvenciája).. (Meredek jelátmeneteknek ui. nagy a nagyfrekvenciás tartalma.)



NRZ kódolás: ( a digitális technika jel-reprezentációja)

"0" → 0 , "1" → +A

Hátránya: Van egyenáramú összetevő, sok egyforma bit után elveszik a szinkron.

AMI kódolás:

"0" → 0 , "1" → +A , -A alternálva (nincs egyenáramú összetevő)

Hátránya: Sok egyforma bit után elveszik a szinkron

HDB3 kódolás:

"0" → 0 , "1" → +A , -A alternálva (nincs egyenáramú összetevő)

Négy egymást követő 0 esetén a K00V jelek mennek, ami sérti az alternálási szabályt. Ezt a vevő észleli, visszaállítja a 0000-t.

Manchester kódolás:

"1" → lefutó él, "0" → felfutó él a szimbólum idő közepén.

Hátránya: nagyobb frekvenciás összetevők.

Differenciális Manchester kódolás:

"0" → le- vagy felfutó él a szimbólum idő kezdetén,

"1" → nincs változás a szimbólum idő kezdetén.

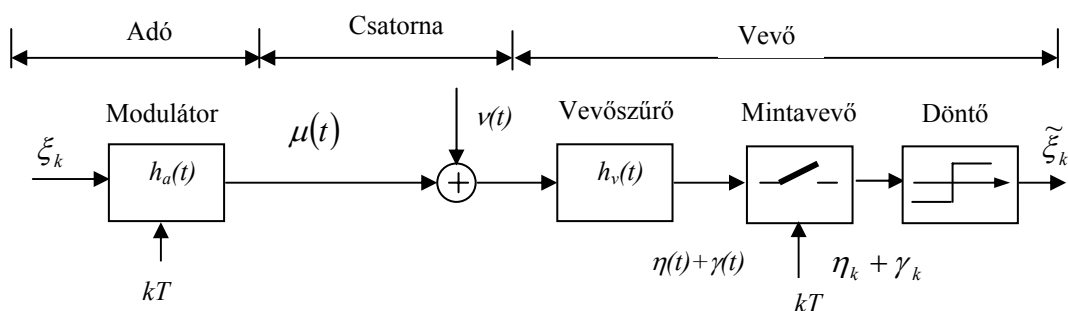
Aszimibólum idő közepén mindig van váltás, az órajel könnyen regenerálható.

## 4.2. A pulzus amplitúdó moduláció (PAM)

Az adó oldalon az állomány bitjeit megfelelő protokoll szerint soros bit-folyammá alakítjuk át, majd ezeket a biteket  $T$  időközönként a modulátor a bemenetére vezetjük. A modulátor a '0' vagy '1' szimbólumoktól függően vagy egy pozitív, vagy egy negatív előjelű impulzust bocsájt ki, amit bizonyos jelformálás után átküldünk a csatornán.

A vevő oldalon  $T$  szerint mintavételezzük a jelet és annak előjeléből következtetünk a küldött szimbólumra. A vett szimbólumokból a választott protokoll szerint visszaállítjuk az adatállományt. Ez az eljárás a kétszintű PAM.

A választott modell a következő:



Az adó oldali jelformáláson aluláteresztő szűrőt kell érteni azért, hogy a kibocsátott impulzus sávhatárolt legyen (illeszkedve a csatornában rendelkezésre álló sáv szélességhez).

A vevő bemenetén is célszerű (aluláteresztő) szűrőt alkalmazni, annak érdekében, hogy a csatornában lévő, sávon kívüli idegen jelektől és a zajtól megszabaduljunk, mert ezek a döntés helyességét elronthatják.

A pulzus amplitúdó moduláció a fenti elképzelés szerint csak alapsávi összeköttetés (kábel) esetén jöhet számításba.

Az adatátviteli sebesség növelhető, ha a bitfolyamból több bitet foglalunk össze egy szimbólummá, majd a lehetséges kombinációknak megfelelően, többféle impulzus amplitúdó értéket engedünk meg moduláló jelként. Ekkor a vevő oldalon a döntés is ennek megfelelően többszintű. Adott jel- és zajteljesítmény mellett ilyenkor a döntési értékek közelebb kerülnek egymáshoz és ezért az adatátviteli hiba valószínűsége növekszik.

## 4.3. A szimbólum-áthallás mentes csatorna

Mint fentebb indokoltuk, mind az adóban, mind a vevőben sávhatároló szűrést kell végeznünk. Mint tudjuk, a szűrés következtében a keskeny impulzusok az időben (esetleg több szimbólum-idő intervallumban) is szétterülnek. A döntés alapját képező pillanatértéket így nem csak egyetlen (az éppen küldött) impulzus, hanem az azt megelőző és azt követő impulzusok sokasága befolyásolja.

Ezt a jelenséget nevezzük *szimbólum-áthallásnak* (intersymbol interference: ISI).

Első lépésben magát az átviteli csatornát zaj- és torzítás mentesnek tételezzük fel. Erre az esetre fogjuk megvizsgálni, milyen eredő  $H(f)$  átviteli karakterisztika szükséges ahhoz, hogy ne lépjen fel szimbólum-áthallás. Az eredő karakterisztika ismeretében tudjuk a felbontást elvégezni adó- ill. vevőoldali szűrőre.

Mint látni fogjuk, a szűrők (az egyszerű tárgyalhatóság érdekében) nem-kauzális szűrőknek adódnak. A szűrők súlyfüggvényeinek eltolásával a nem-kauzális szűrők kauzálissá tehetők, és így már realizálhatók lesznek. A súlyfüggvények eltolása a jel késleltetésének felel meg. (Ennek a késleltetésnek a figyelembe vétele nehezítené a tárgyalást.) A valóságos rendszerekben a vevő oldali mintavételi időpont szinkronizálása a vett jelhez (az időzítés visszaállítása) magából a vett jelből történik, így a vett jel késleltetése ebből a szempontból érdektelen.

A modulátor diszkrét idejű bemenettel és folytonos idejű kimenettel rendelkező rendszer. Jelöljük  $h_a(t)$ -vel a modulátor impulzus válasz függvényét ( az egységnyi impulzusra adott választ).

Az átvíendő "0" vagy "1" szimbólumokhoz rendeljük hozzá a  $\xi_k \in \{-A_0, +A_0\}$  amplitúdó értékeket. Az eredeti üzenet  $k$ -ik bitje ezzel a  $\xi_k$  amplitúdó értékre konvertálódott. A továbbiakban ezt tekintjük az üzenetnek.

A jelzés sebessége:  $f_b = 1/T$  Baud [ szimbólum/secundum ], ami kétszítű moduláció esetében megegyezik az adatátviteli sebességgel [bit/ sec] (egy szimbólumhoz egy bit tartozik).

Mivel a modulátor lineáris és időinvariáns, annak kimenő jele:

$$\mu(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \xi_k h_a(t - kT) \quad (4.1.)$$

A modulátor tehát az egy darab (egységnyi) diszkrét idejű jelre a folytonos idejű, u.n. elemi csatorna jellel (  $h_a(t)$  ) válaszol. Ennek a jelnek a Fourier-transzformáltja (Fourier-integrálja) az adószűrő  $H_a(f)$  átviteli karakterisztikája.

$$H_a(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h_a(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (4.2.)$$

A vevőszűrőt a  $H_v(f)$  átviteli karakterisztikájával definiáljuk, melyhez a  $h_v(t)$  impulzusválasz tartozik.

$$h_v(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H_v(f) e^{+j2\pi ft} df \quad (4.3)$$

Az eredő átviteli karakterisztika a kaszkád kapcsolásnak megfelelően:

$$H(f) = H_a(f) H_v(f) \quad (4.4.)$$

Az eredő csatorna impulzusátviteli függvénye ( súlyfüggvénye)  $h(t)$  az adó- és vevőoldali impulzusválasz függvények konvolúciója.

A mintavételező bemenetén a jel ( a zajtól az első lépésben tekintsünk el):

$$\eta(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \xi_n h(t - nT) \quad (4.5.)$$

Mintavételező kimenete a  $kT$ -ik időpontban:

$$\eta_k = \eta(kT) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \xi_n h(kT - nT) = \xi_k h(0) + \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq k}}^{\infty} \xi_n h((n - k)T) \quad (4.6.)$$

A memória mentes döntő kimenete a bemenet (pillanatnyi) előjelétől függ:

$$\tilde{\xi}_k = A_0 \cdot \text{sign}(\eta_k) \quad (4.7.)$$

A (4.6.)-ból láthatóan a (4.7.) szerinti döntésben  $\tilde{\xi}_k = \xi_k$ , ha:

$$h_n = h(nT) = \delta_{n0} = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases} \quad (4.8.)$$

A vevő oldali mintavételezés után egy diszkrét idejű bemenettel és diszkrét idejű kimenettel rendelkező rendszert kaptunk, melynek az impulzus válasz sorozata a  $h_n$  sorozat.

Ennek a diszkrét idejű rendszernek a frekvencia tartományban a  $H_{mv}(f)$  átviteli függvény felel meg, amely karakterisztika ideális (ISI mentes) esetben:

$$H_{mv}(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h_n e^{-j2\pi f n T} = 1 \quad (4.9.)$$

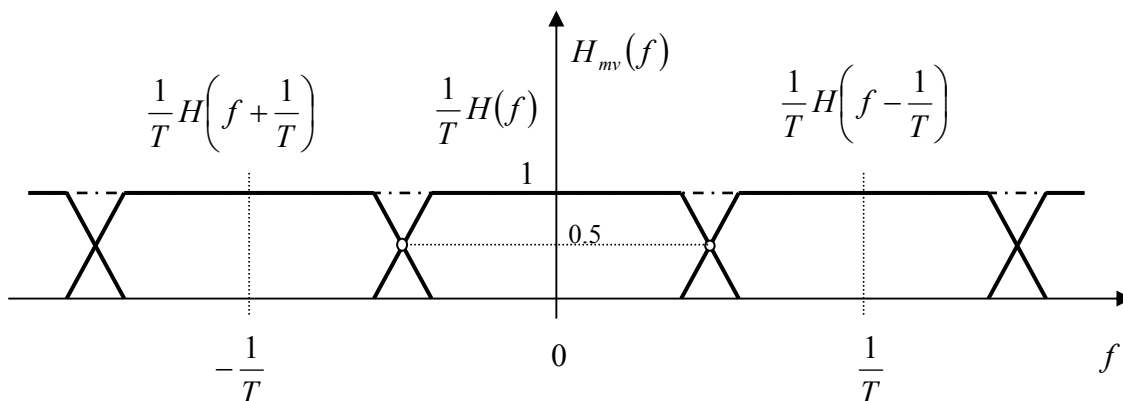
A mintavételi tétel értelmében viszont a mintavett rendszer átviteli függvénye kifejezhető a folytonos idejű csatorna eredő  $H(f)$  átviteli függvényének periódikus kiterjesztéseként:

$$H_{mv}(f) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} H\left(f - n \frac{1}{T}\right) = 1 \quad (4.10.)$$

A  $H(f)$ -től ezen kívül még megköveteljük, hogy aluláteresztő karakterisztikájú legyen.

A (4.10.)-ben szereplő végtelen összegből így a  $[-1/T, +1/T]$  frekvencia tartományban csak az  $n = 0, +1, -1$  indexekhez tartozó tagok maradnak meg:

$$H(f) + H\left(f + \frac{1}{T}\right) + H\left(f - \frac{1}{T}\right) = T = \text{const} \quad (4.11.)$$

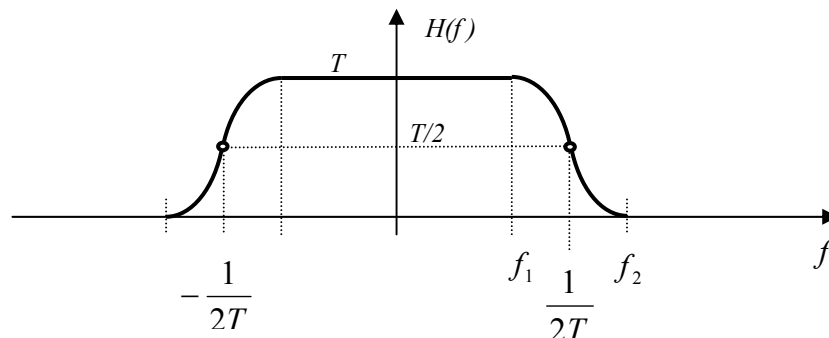


A mintavételezett csatorna eredő karakterisztikája

Szavakban kifejezve ez azt jelenti, hogy a mintavételezésből adódó periódikus kiterjesztés következtében fellépő átlapolódásnak olyannak kell lennie, hogy kiadódjon a konstans (1) érték. Ennek a feltételnek minden olyan karakterisztika eleget tesz, amelyik aluláteresztő jellegű és páratlan szimmetriájú az  $1/2T$  ( és a  $-1/2T$  ) pontokhoz tartozó 0.5 függvény értékekre (lásd ábra).

#### 4.4. Szabványos, ISI mentes csatorna karakterisztika:

Annak érdekében, hogy az impulzus válasz függvény az időben gyorsan csillapodó jellegű legyen, a csatorna átviteli karakterisztikáját emelt koszinuszos függvénynek választjuk:



Az emelt koszinuszos csatorna karakterisztika

Formulákban ez a következőt jelenti:

$$H(f) = \begin{cases} T & \text{ha } 0 \leq |f| \leq f_1 \\ \frac{T}{2} \left[ 1 + \cos \left( \pi \frac{|f| - f_1}{f_2 - f_1} \right) \right] & \text{ha } f_1 \leq |f| \leq f_2 \\ 0 & \text{ha } f_2 \leq |f| \end{cases} \quad (4.12.)$$

Ahol:

$$f_1 = \frac{1 - \beta}{2T} \quad \text{és} \quad f_2 = \frac{1 + \beta}{2T} \quad (4.13.)$$

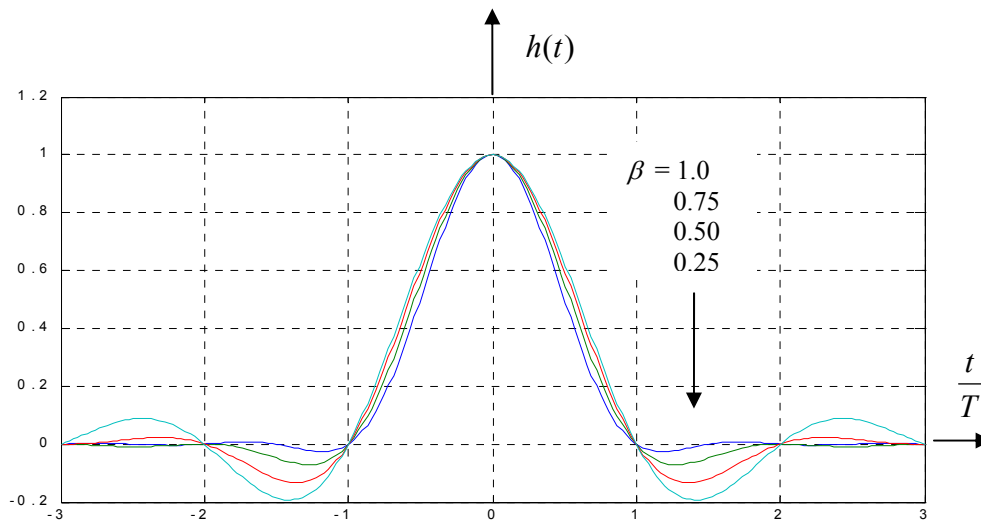
Lekerekítési (roll-off) paraméter: béta, tipikus értéke: 0.25, 0.50, 0.75 vagy 1.0.

Az impulzusválasz (a részlet számítások mellőzésével):

$$\begin{aligned} h(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} H(f) e^{j2\pi ft} df = 2 \int_0^{f_2} H(f) \cos(2\pi ft) df = \dots = \\ &= \frac{\sin \pi \frac{t}{T} \cos \left( \beta \pi \frac{t}{T} \right)}{\pi \frac{t}{T} \left[ 1 - \left( 2\beta \frac{t}{T} \right)^2 \right]} \end{aligned} \quad (4.14.)$$

A következő ábra a súlyfüggvényt mutatja a lekerekítési paraméter különböző értékei mellett. A függvény várakozásunknak megfelelő, T egész számú többszöröseinél zérus értékű, azaz biztosítja az áthallás-mentességet.

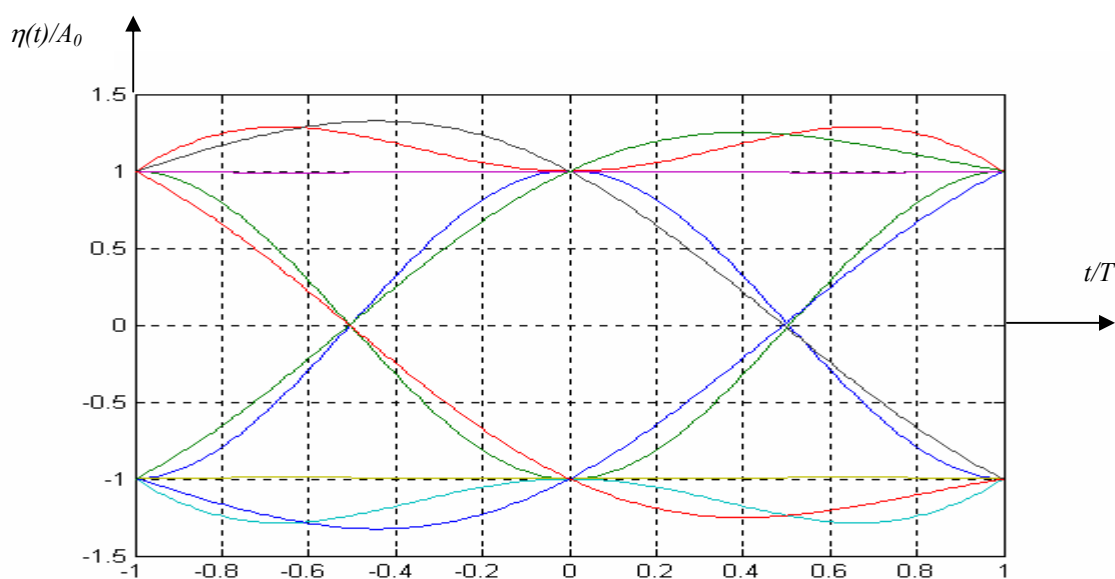
A normalizált súlyfüggvény:



Ha a sávszélességgel takarékoskodunk, akkor a  $\beta$  értékét kicsire választjuk (lásd ábra). Ekkor a nullátmenetek meredeksége nagyobb, ami viszont abból a szempontból kedvezőtlen, hogy a vevő oldalon az időzítés visszaállítást (a mintaveteli időpontok kijelölését) pontosabbá kell tenni, mivel annak kis ingadozása (jitter) nagyobb szimbólum áthallást okoz.

A kiszámított szűrő súlyfüggvényére nem kauzális jelet kaptunk, ami abból adódott, hogy az átviteli függvényt valósnak tételeztük fel. A súlyfüggvényt négyszögletes ablakkal ablakolva pld a  $[-8T, +8T]$  tartományra és a pozitív időtengely irányában eltolva  $8T$  értékkel, azt kauzálissá tehetjük (A  $t > 8T$  -n esetén a súlyfüggvény már elhanyagolhatóan kicsi.). Az időtartományban történő eltolás a frekvencia tartományban lineáris fázist eredményez. Mivel az időzítés visszaállítása a vett jelből van megoldva, az eltolásból adódó késleltetés nem okoz gondot.

Ha egy oszcilloszkóppal megvizsgáljuk a szűrő kimenetén a jelalakot úgy, hogy az oszcilloszkóp vízszintes eltérítését szinkronizáljuk a jelzési órajelhez, az ábrán látható jeleket látnánk. Ezt az ábrát nevezzük *szemábrának*.



Az ideális csatorna szemábrája, kétszintű PAM esetén ( $\beta = 0.25$ )

A konkrét jelalak természetesen a küldött üzenettől függ ( az ábrán 10 különböző üzenet részlethez tartozó választ rajzoltunk fel). A vétel minőségére a szemábra „nyitottsága” jellemző, vagyis az a tény, hogy a döntési pillanatokban (az ábrán a  $t = 0$ -ban) milyen távol vannak a döntés alapját képző értékek. Ha a csatornában lineáris torzítás (és zaj) van, a szemábra „záródik”, ami (különösen többszintű moduláció esetén) megnöveli a hibás döntés valószínűségét.

Ezek után bontsuk fel az eredő átviteli karakterisztikát adó- és vevőoldali szűrő átviteli karakterisztikákra. Gyakorlati megvalósításokban a szokásos választás az, hogy a két karakterisztikát egyformára választjuk úgy, hogy a szorzatuk az eredőt adja:

$$H_a(f) = TH_v(f) \quad (4.15.)$$

A (9.4.) alapján az amplitúdó karakterisztikák:

$$|H_a(f)| = T \sqrt{\frac{1}{T} H(f)} \quad (4.16.)$$

$$|H_v(f)| = \sqrt{\frac{1}{T} H(f)} \quad (4.17.)$$

(A különbség abból adódik, hogy az adó oldalán a szűrő  $h_a(t)$  súlyfüggvényét, míg a vevő oldalon szűrő  $H_v(f)$  átviteli függvényét definiáljuk dimenzió mentesnek.)

#### 4.5. A bithiba valószínűsége kétszintű PAM esetén

Az alábbiakban az ISI mentes csatornában a zaj hatására bekövetkező szimbólum-tévesztés valószínűségének meghatározásával foglalkozunk. Mint látni fogjuk, a hiba valószínűsége a jel és a zaj teljesítményének viszonytól függ. A jel-zaj viszony:

$$SNR = \frac{\bar{P}_\mu}{P_\gamma} \quad (4.18.)$$

Ahol a jel átlag teljesítménye:  $\bar{P}_\mu = A_0^2 \quad (4.19.)$

A zajról feltételezzük, hogy az zérus várható értékű, Gauss-eloszlású és fehér spektrumú. A fehér spektrum azt jelenti, hogy a zaj spektrális teljesítménysűrűség függvény értéke a vizsgált sávban konstans ( $N_0$ ). Ezen feltételekkel a zaj teljesítmény értéke (a szórásnégyzete):

$$P_\gamma = \sigma_\varphi^2 = N_0 \frac{1}{T} \quad (4.20.)$$

Ezekkel a jel-zaj viszony:

$$SNR = \frac{\bar{P}_\mu}{P_\gamma} = \frac{A_0^2}{\sigma_\varphi^2} = \frac{A_0^2 T}{N_0} \quad (4.21.)$$

A jel-zaj viszony tehát a modulátort tápláló jel  $A_0$  amplitúdójától, a csatornában lévő zaj  $N_0$  spektrális sűrűségétől és az  $1/T$  effektív sávszélességtől függ.

Keressük ezek után annak az eseménynek a valószínűségét, amikor a  $\tilde{\xi}_k$  vett üzenet nem egyezik meg a  $\xi_k$  küldött üzenettel.

$$P_{berr} = P\{\tilde{\xi}_k \neq \xi_k\} = \quad (4.22.)$$

$$= P\{\tilde{\xi}_k = -A_0 | \xi_k = +A_0\} P\{\xi_k = +A_0\} + P\{\tilde{\xi}_k = +A_0 | \xi_k = -A_0\} P\{\xi_k = -A_0\}$$

Az üzenet forráseloszlására tételezzük fel, hogy:

$$P\{\xi_k = +A_0\} = P\{\xi_k = -A_0\} = \frac{1}{2} \quad (4.23.)$$

A döntési szabályt figyelembe véve, a feltételes valószínűségek kifejezhetők a zaj amplitúdók előfordulási valószínűségeivel:

$$P\{\tilde{\xi}_k = -A_0 | \xi_k = +A_0\} = P\{+A_0 + \gamma_k < 0\} = P\{\gamma_k < -A_0\} \quad (4.24.)$$

$$P\{\tilde{\xi}_k = +A_0 | \xi_k = -A_0\} = P\{-A_0 + \gamma_k \geq 0\} = P\{\gamma_k \geq +A_0\} \quad (4.25.)$$

A (4.24.)-ben felírt valószínűség, ( a modellválasztásunk szerint a Gauss-eloszlású zaj)  $F_\gamma$  eloszlás-függvényéből határozható meg:

$$P\{\gamma \leq -A_0\} = F_\gamma(-A_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\gamma} \int_{-\infty}^{-A_0} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_\gamma^2}} dx \quad (4.26.)$$

Vezessük be a  $t = \frac{x}{\sigma_\gamma}$  ( a zaj szórására normált) változót, amivel a keresett valószínűség a standard normális eloszlás eloszlásfüggvényével válik kifejezhetővé:

$$F_\gamma(-A_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-A_0/\sigma_\gamma} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \Phi\left(-\frac{A_0}{\sigma_\gamma}\right) \quad (4.27.)$$

Ahol  $\Phi(y)$  a standard normális eloszlás eloszlásfüggvénye:

$$\Phi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^y e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (4.28.)$$

Mivel feltevésünk szerint a zaj várható értéke zérus, így a valószínűségi sűrűség függvény páros, ezért a (4.24.)-ban és a (4.25.)-ben felírt események valószínűsége egyforma:

$$P\{\gamma_k \leq -A_0\} = P\{\gamma_k > +A_0\} = \Phi\left(-\frac{A_0}{\sigma_\gamma}\right) = \Phi(-\sqrt{SNR}) \quad (4.29.)$$

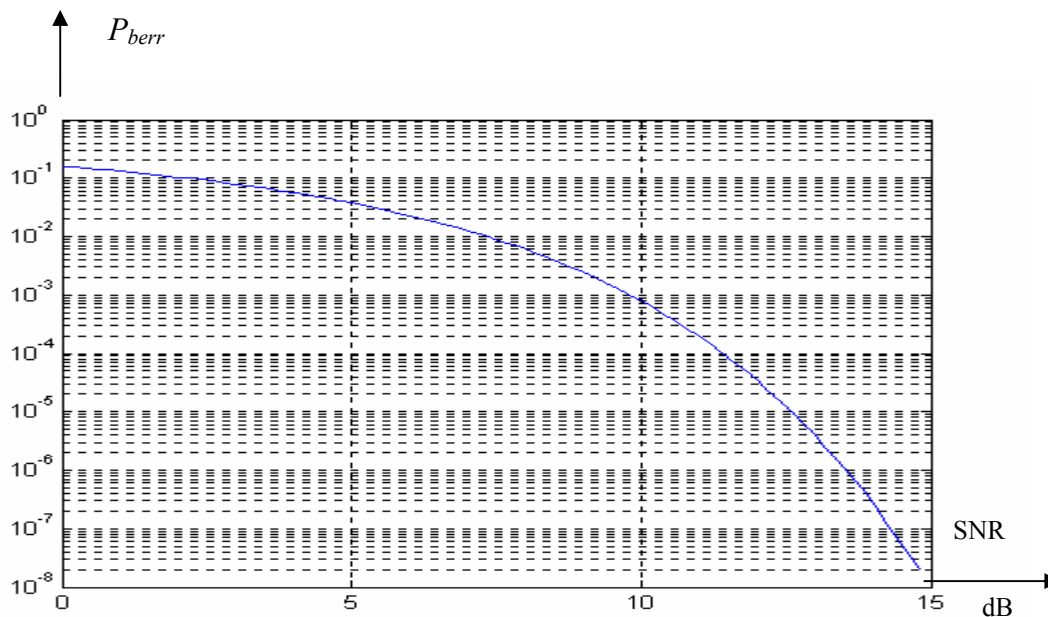
A (4.29.)-ben felhasználtuk a jel-zaj viszony (4.21.) szerinti alakjából, az impulzus amplitúdójának és a zaj szórásának hányadosára adódó összefüggést.

Ezzel az üzenet tévesztésének valószínűsége, a bithiba arány:

$$P_{berr} = \frac{1}{2} [\Phi(-\sqrt{SNR}) + \Phi(-\sqrt{SNR})] = \Phi(-\sqrt{SNR}) \quad (4.30.)$$

A jel-zaj viszonyt a csatornában lévő hasznos jel és a mintavételező bebenetén lévő zaj teljesítményének hányadosaként értelmezzük:

Az ábra a bithiba arány alakulását mutatja a dB-ben kifejezett jel-zaj viszony függvényében:



Ezt az eredményt úgy kaptuk, hogy tökéletes időzítés visszaállítást, és ISI mentes csatornát tételeztünk fel. Valóságos rendszerekben (ahol ISI is van), az elérhető hibaarány a fentiekénél rosszabb.

#### 4.6. A BPSK moduláció

Ha az átvitelt rádió csatornában valósítjuk meg (- vagy a kábelt a többszörös kihasználás érdekében frekvencia osztásban (FDM) használjuk (más felhasználók is használják a kábelt) -), akkor valamilyen *vivőfrekvenciás modulációs* eljárás alkalmazása szükséges. FDM esetén törekedni kell arra, hogy a lehető legkisebb sávszélesség felhasználással valósítsuk meg az adott sebességű adatátvitelt.

A PAM eljárás hátránya, hogy csak az alapsávban működhet. Így pld. egy kábeles összeköttetés esetén is a kábel többszörös kihasználására alkalmatlan. Ha azonban a PAM modulátor kimenő jelét egy szorzó típusú keverőbe vezetjük, akkor az alapsávi jel spektrumát „felkeverjük” az  $\omega_c$  vivőfrekvencia környezetébe. Különböző vivőfrekvenciák használatával

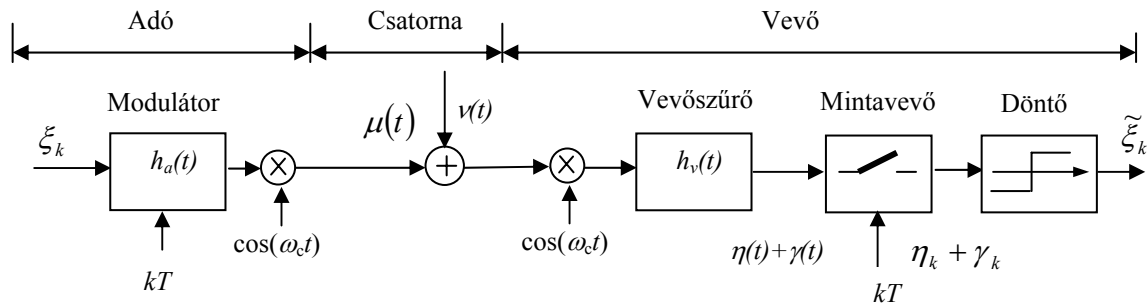
így lehetőségünk van a kábel (vagy a rádió csatorna) többszörös kihasználására. A vivőfrekvencia alkalmazása lehetővé teszi az adatátvitelt sáváteresztő típusú csatornában is, mint amilyen pld. a nyilvános telefonhálózat.

A PAM modulátor (alapsávi) kimenő jele:

$$\mu_a(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \xi_k h_a(t - kT) \quad (4.31.)$$

A csatornába felkevert jel:

$$\mu(t) = \mu_a(t) \cos(\omega_c t) \quad (4.32.)$$



A (4.32.) összefüggés egy elnyomott vivőjű amplitúdó modulált jelet (AM-DSB/SC) ír le, amit értelmezhetünk úgy is, hogy az  $\omega_c$  vivőfrekvenciás jelet a  $\mu_a(t)$  jel fázisban modulál. Ugyanis, ha  $\mu_a(t)$  előjelet vált, akkor a vivőhullámban 180 fokos fázisugrás következik be. Az amplitúdó előjel váltása egy speciális fázis modulációként fogható fel: két állapot lehetséges, ha  $\mu_a(t)$  pozitív, a kimenő jel fázisa a referencia fázis, ha  $\mu_a(t)$  negatív, a fázis a referenciához képest 180 fokkal megváltozott. Ez a fázismoduláció járulékos amplitúdó modulációval jár együtt, amit felfoghatunk a  $h_a(t)$  súlyfüggvényű adószűrő sávhatárolásának következményeként.

A PAM modulátor és a keverő tehát egy sávhatárolt fázismodulátort valósít meg (a PAM a küldött szimbólumtól függően változtatja a kimeneti impulzus előjelét, amit a keverő fázisváltozásba konvertál: **B**inary **P**hase **S**hift **K**eying = bináris fázis billentyűzés).

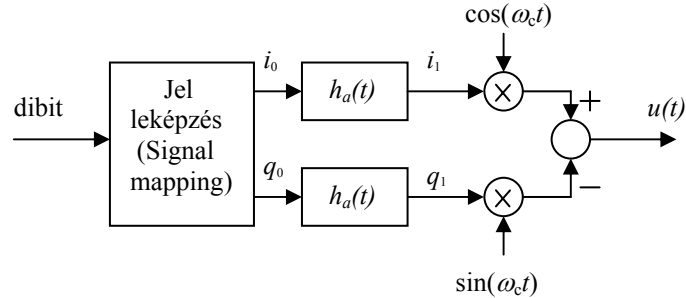
A vevőben a BPSK jel demodulációját egy keverővel és egy PAM demodulátorral valósítjuk meg. A keverő a jelet egyrészt az alapsávba, másrészt a  $2\omega_c$  frekvencia környezetében lévő sávba keveri. Az utóbbi sávban lévő jelet a  $h_v(t)$  súlyfüggvényű vevőszűrő kiszűri, így a PAM demodulátorra az alapsávi PAM jel kerül.

$$\mu(t) \cos(\omega_c t) = \mu_a(t) \cos(\omega_c t) \cos(\omega_c t) = \frac{\mu_a(t)}{2} + \frac{\mu_a(t)}{2} \cos(2\omega_c t) \quad (4.33.)$$

Vegyük észre, hogy a vevőben a keverő jelét az adóban lévő keverő jelével azonos fázisúnak tételeztük fel (koherens vétel). Ezt csak úgy tudjuk biztosítani, hogy magából a vett jelből nyerjük ki azt az információt, ami a vevő oldalon az oszcillátor jelének szinkronizálásához szükséges (carrier recovery). Ez a kérdéskör azonban vizsgálataink lehetőségeit meghaladja.

#### 4.7. A QPSK moduláció

Kvadratúra fázisbillyentyűzéses modulációt (Quadrature Phase Shift Keying) két PAM modulátorral és egy kvadratúra modulátorral hozhatunk létre:



A QPSK modulátor

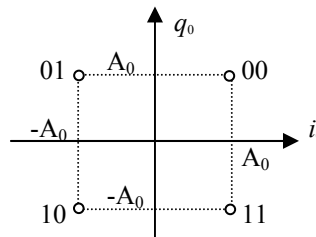
A PAM modulátorok legyenek kétszintűek. Így mindkét PAM bemenetére egy-egy bit, azaz összesen két bit (dibit) érkezik a bemenetre  $T$  szimbólum időnként.

A jel leképező fokozat mindkét kimenete ( $i_0$  és  $q_0$ )  $\pm A_0$  értékű lehet a bemenő dibit tartalmától függően.

Képezzük az  $i_0$  és  $q_0$  mennyiségekből az alábbi komplex számot:

$$z_0(kT) = i_0(kT) + jq_0(kT) \quad (4.34.)$$

Ezt a komplex számot ábrázolva egy komplex síkon, kapjuk az u.n. konstellációs diagrammot:



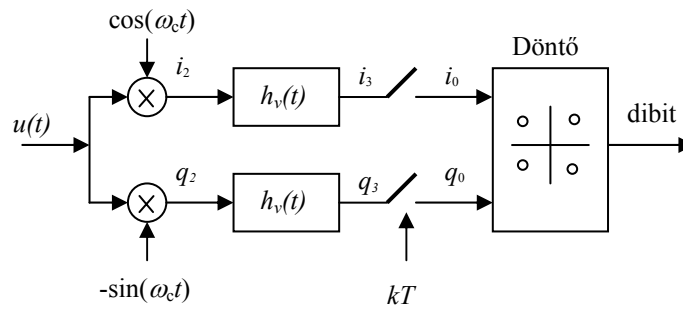
A konstellációs diagram QPSK esetében

A konstellációs diagram a leképezés eredményét mutatja, azaz, hogyan függ a dibit értékétől az alapsávi  $z_0$  jel fázisa. Ennél a modulációnál a  $z_0$  jel amplitúdója állandó ( $\sqrt{2}A_0$ ), a fázisnak a szimbólum-időnkénti ugrása:  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  illetve  $270^\circ$  lehet.

$$z_0(kT) = i_0(kT) + jq_0(kT) = \sqrt{2}A_0 e^{j\left(\frac{\pi}{4} + d(kT)\frac{\pi}{2}\right)} \quad (4.35.)$$

ahol  $d(kT)$  : 0,1,2,3 a dibit értéke ( binárisan 00, 01, 10, 11).

A kvadratúra modulátor/demodulátor működését az előzőekben már tárgyaltuk. A demodulátor  $i_3(t)$  és  $q_3(t)$  kimeneteit mintavételezve (a szűrők késleltetésétől eltekintve) visszkapjuk az  $i_0(kT)$  és  $q_0(kT)$  jeleket.



A QPSK demodulátor

A szűrők késleltetése a demodulációs eljárásban azért nem okoz gondot, mert az időzítés visszaállítását (timing recovery) az  $i_3(t)$  és  $q_3(t)$  jelek felhasználásával végezzük el.

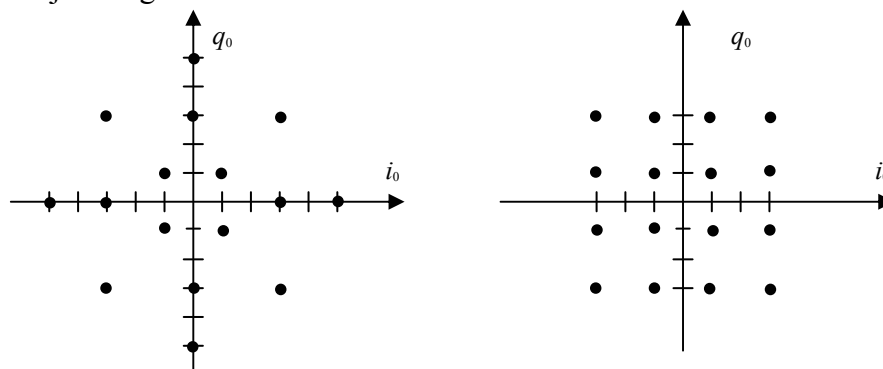
A döntő fokozat feladata, annak megállapítása, hogy az  $i_0(kT) + j q_0(kT)$  komplex vektor melyik síknegyedbe mutat. A síknegyed alapján eldönthető, mi volt a küldött dicit értéke. (Döntő = vektor kvantáló, egy vektor értékétől függ a kimenet.)

Itt jegyezzük meg, hogy a vivőhullám fázisának visszaállítása (még ideális körülmények között is) csak  $\pi/2$  egész számú többszörösének bizonytalanságával lehetséges. Ezért valóságos rendszerekben a konstellációs pontokhoz nem a dicit értékeket rendeljük hozzá. A dicithez célszerű a fázis megváltozását hozzárendelni, mert így az abszolút fázis ismeretének hiányában is az érvényes adathoz tudunk hozzájutni. Ezt az elvet nevezzük *differentiális kódolásnak*.

#### 4.8. A digitális QAM moduláció

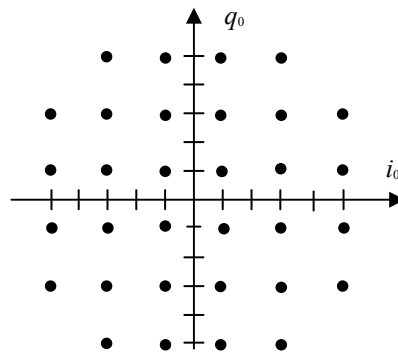
A kvadratúra amplitúdó moduláció a QPSK modulációból származtatható, azzal a kis eltéréssel, hogy a két ágban (in-phase, quadrature-phase) elhelyezkedő PAM modulátorok nem két állapotúak, hanem több állapotot is felvehetnek. A QAM modulátor / demodulátor felépítését tekintve megegyezik a 9.9. és a 9.11. ábrán látható rendszerekkel, azzal a különbséggel, hogy a jel leképezése ill. a vektor kvantálást végző döntő kicsi bonyolultabb.

A különböző QAM rendszereket a konstellációs diagramjaik alapján különböztetjük meg. Az alábbi ábrákon néhány, a gyakorlatban használt QAM eljárás konstellációs diagramját mutatjuk meg.



16-X QAM

16-M QAM



32 QAM

Használatosak még a 64, 128, 256, 512, 1024 pontos QAM rendszerek. Minél magasabb a pontszám, a konstalációs pontok annál közelebb kerülnek egymáshoz ( azonos jelteljesítményt feltételezve), így a döntőben (vektor kvantálóban) már kisebb zaj is hibás döntést eredményezhet. Jó minőségű átvitelhez ezért a jel-zaj viszonyának is nagyobbnek kell lennie a pontszám növekedtével.

A konstellációs pontok száma 2-nek egész számú hatványa. A BPSK modulációnál a szimbólum idő alatt 1 bitet tudunk átvinni, a QAM modulációnál az átvihető bitek száma a hatvány számával egyezik meg. Pld. az  $1/T = 2400$  Baud [szimbólum/sec] mellett, 128 QAM esetén az adatátviteli sebesség  $2400 \cdot 7 = 16\,800$  bit/sec lenne.

Az előbbi példában azért használtunk feltételes módot, mert az ilyen magas állapotszámú QAM adatátviteli rendszerekben a hibajavítás érdekében redundáns biteket is használunk. Egy a ilyen létező rendszer a nyilvános telefon hálózaton üzemelő adatátviteli modem (CCITT V32 ). Ennél a rendszernél az egy redundancia bitet egy beépített konvolúciós kódoló szolgáltatja. Az előző példánál maradva a 128 QAM adatkapcsolat esetén a hasznos bitek száma ezért csak 6, így az effektív adatátviteli sebesség  $2400 \cdot 6 = 14\,400$  bit/sec.