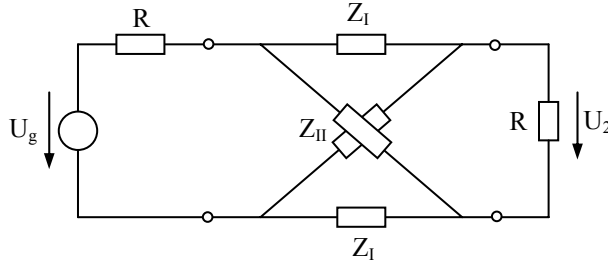


5.5. Mindent-áteresztőkkel felépített szűrők

A folytonos-idejű LC szűrők megvalósításának egy elvi lehetősége, az u.n. hídkapcsolású szűrő. Azért elvi lehetőség ez a realizálás, mert a gyakorlatban nem érdemes arra törekedni, hogy a reaktáns Z_I és Z_{II} híd impedanciákat lehetőleg egyformán, kétszer is megépítsük (kétszeres elemszám!).



5.13. ábra Hídkapcsolású szűrő

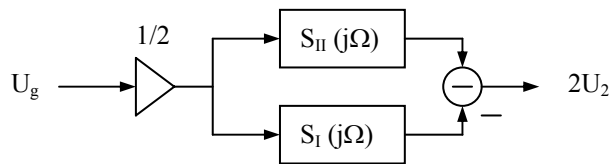
Kiindulásként ezt a szűrőt használva azonban egy érdekes struktúrához juthatunk. A szűrő átvitele az impedanciákkal kifejezve:

$$\frac{2U_2}{U_g} = \frac{1}{\Gamma} = \frac{1}{2} \left(\frac{Z_{II} - R}{Z_{II} + R} - \frac{Z_I - R}{Z_I + R} \right) = \frac{1}{2} (S_{II} - S_I) \quad (5.41.)$$

Az (5.41.)-ben a tiszta reaktáns Z_I és Z_{II} híd impedanciák reflexiós tényezőit ismerhettük fel:

$$S_I = \frac{Z_I - R}{Z_I + R} \quad \text{és} \quad S_{II} = \frac{Z_{II} - R}{Z_{II} + R} \quad (5.42.)$$

A reflexiós tényezőket tartalmazó alakhoz rendelhetjük hozzá az új struktúrát, melyben a reflexiós tényezők egy-egy blokk átviteli tényezőjének felelnek meg.



5.14. ábra A szűrő realizálása párhuzamos mindent-áteresztőkkel

Az $S_I(j\Omega)$ és $S_{II}(j\Omega)$ átviteli függvényű blokkok mindent-áteresztők, amit könnyen beláthatunk, ha tekintetbe vesszük, hogy Z_I és Z_{II} híd impedanciák tiszta reaktanciák:

$$|S_I(j\Omega)| = \left| \frac{Z_I(j\Omega) - R}{Z_I(j\Omega) + R} \right| = \left| \frac{jX_I(j\Omega) - 1}{jX_I(j\Omega) + 1} \right| = 1 \quad (5.43.)$$

$$|S_{II}(j\Omega)| = \left| \frac{Z_{II}(j\Omega) - R}{Z_{II}(j\Omega) + R} \right| = \left| \frac{jX_{II}(j\Omega) - 1}{jX_{II}(j\Omega) + 1} \right| = 1 \quad (5.44.)$$

Az 5.14. ábrán látható struktúra a szűrő hatást úgy fejt ki, hogy a két mindent-áteresztő ág fázis késleltetése nem egyforma. Azokon a frekvenciákon, ahol a fázis-

késleltetések különbsége 180 fok, a két ágon terjedő jel a kivonás során valójában összeadódik (áteresztő sáv). Ha a fázisok megegyeznek, a két jel kioltja egymást (záró sáv).

A szűrő katalógusok általában nem adják meg a híd impedanciákat, ezért az alábbiakban kitérünk arra, hogy milyen módon approximálhatóak a hálózat mindent-áteresztői.

A Γ átviteli tényező approximálását az 1. fejezetben ismertetett módszer szerint fogjuk elvégezni. Γ -t olyan alakban írjuk majd fel, hogy abból a mindent-áteresztők átviteli függvényei kiolvashatóak lesznek.

$$\Gamma(s) = \frac{U_g}{2U_2} = \frac{H(s)}{N(s)} \quad (5.45.)$$

A közvetlen approximáció helyett most is először a $K(s)$ karakterisztikus függvényt fogjuk meghatározni, majd ebből számítjuk ki $\Gamma(s)$ -t.

$$\Gamma(s)\Gamma(-s) = 1 + K(s)K(-s) = 1 + \frac{h(s)}{N(s)} \frac{h(-s)}{N(-s)} \quad (5.46.)$$

A hídkapcsolás szimmetrikus hálózat, ezért a karakterisztikus függvényt ennek megfelelően kell megválasztani. Szimmetrikus hálózatra akkor jutunk, ha:

$$K(s) = \frac{h_1(s)}{N_2(s)} \quad , \quad (5.47.)$$

vagy

$$K(s) = \frac{h_2(s)}{N_1(s)} \quad (5.48.)$$

alakú, ahol az 1-es index a polinom tiszta páratlan, a 2-es index a polinom tiszta páros voltát jelenti. Ha aluláteresztőt tervezünk, csak az (5.47.) alak jöhet számításba, mivel az origóban nem lehet csillapítás pólus ($N_1(0) = 0$ és $N_2(0) \neq 0$). A továbbiakban az (5.47.) alakot fogjuk használni, de hasonlóan kell eljárni a másik alak esetében is.

Ezzel a megkötéssel az (5.46.):

$$\begin{aligned} \Gamma(s)\Gamma(-s) &= 1 + \frac{h_1(s)}{N_2(s)} \frac{h_1(-s)}{N_2(-s)} = 1 - \frac{h_1(s)}{N_2(s)} \frac{(-h_1(s))}{N_2(s)} = 1 - \frac{h_1^2(s)}{N_2^2(s)} = \\ &= \frac{N_2^2(s) - h_1^2(s)}{N_2^2(s)} = \frac{[N_2(s) + h_1(s)][N_2(s) - h_1(s)]}{N_2(s) N_2(s)} \end{aligned} \quad (5.49.)$$

Az (5.49.) számlálójában lévő polinomokat a gyökök szeparálásának céljából bontsuk szorzattá:

$$N_2(s) + h_1(s) = P(s)Q(-s) \quad (5.50.)$$

$$N_2(s) - h_1(s) = N_2(-s) + h_1(-s) = P(-s)Q(s) \quad (5.51.)$$

Itt kihasználtuk azt, hogy $N_2(-s) = N_2(s)$, illetve $h_1(-s) = -h_1(s)$.

Az (5.50.) és (5.51.)-ben bevezetett $P(s)$ és $Q(s)$ polinomok Hurwitz polinomok (azaz a gyökeik a bal félsíkban vannak), míg a $P(-s)$ és $Q(-s)$ polinomok anti-Hurwitz polinomok, mivel gyökeik az előzőeknek (-1) szereseiben (azaz a jobb félsíkon) vannak.

Ezen polinomokkal:

$$\Gamma(s)\Gamma(-s) = \frac{H(s)}{N(s)} \frac{H(-s)}{N(-s)} = \frac{P(s)Q(s)}{N_2(s)} \frac{P(-s)Q(-s)}{N_2(-s)} \quad (5.52.)$$

Amiből a keresett átviteli függvény:

$$\frac{2U_2}{U_g} = \frac{1}{\Gamma(s)} = \frac{N(s)}{H(s)} = \frac{N_2(s)}{P(s)Q(s)} \quad (5.53.)$$

Az (5.50.) és (5.52.) egyenleteket összeadva,

$$2N_2(s) = P(s)Q(-s) + P(-s)Q(s)$$

majd ezt behelyettesítve (5.53.)-ba, írhatjuk:

$$\frac{2U_2}{U_g} = \frac{1}{2} \frac{P(s)Q(-s) + P(-s)Q(s)}{P(s)Q(s)} = \frac{1}{2} \left(\frac{Q(-s)}{Q(s)} + \frac{P(-s)}{P(s)} \right) \quad (5.54.)$$

$$\boxed{\frac{2U_2}{U_g} = \frac{1}{2} [\hat{M}_p(s) + \hat{M}_q(s)]} \quad (5.55.)$$

Ahol:

$$\hat{M}_p(s) = \frac{P(-s)}{P(s)} \quad (5.56.)$$

$$\hat{M}_q(s) = \frac{Q(-s)}{Q(s)} \quad (5.57.)$$

Az approximáció eredményeként egy, az \hat{M}_p és \hat{M}_q mindent-áteresztők párhuzamos kapcsolásával felépített hálózatot kaptunk, ami a célunk volt. A teljes hálózat fokszáma (\hat{M}_p és \hat{M}_q fokszámanak összege) páratlan kell hogy legyen ($p+q = n$).

Az (5.50.) szerinti polinom s_k gyökeit megkeresve, a mindent-áteresztők átviteli függvényeit első-, illetve másodfokú gyöktényezők szorzataként írjuk fel:

A bal félsíkra eső gyökökből:

$$\hat{M}_p(s) = \frac{P(-s)}{P(s)} = \frac{-s + \Omega_1}{s + \Omega_1} \prod_{k=2}^{\frac{p-1}{2}} \frac{s^2 - D_k \Omega_k s + \Omega_k^2}{s^2 + D_k \Omega_k s + \Omega_k^2} \quad (5.58.)$$

$$\text{ahol:} \quad \Omega_1 = -s_1 > 0 \quad (5.59.)$$

a valós gyök, illetve a konjugált komplex gyökpárokra:

$$\Omega_k^2 = s_k s_k^* \quad \text{és} \quad D_k \Omega_k = -(s_k + s_k^*) > 0 \quad (5.60.)$$

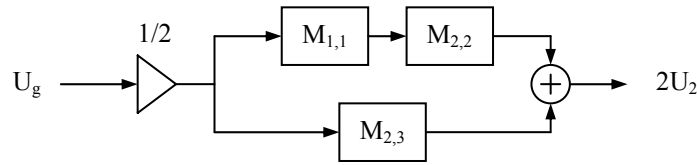
A jobb félsíkra eső gyökökre:

$$\hat{M}_Q(s) = \frac{Q(-s)}{Q(s)} = \prod_{k=\frac{p+1}{2}}^{\frac{n-1}{2}} \frac{s^2 - D_k \Omega_k s + \Omega_k^2}{s^2 + D_k \Omega_k s + \Omega_k^2} \quad (5.61.)$$

ahol:

$$\Omega_k^2 = s_k s_k^* \quad \text{és} \quad D_k \Omega_k = (s_k + s_k^*) > 0 \quad (5.62.)$$

Az (5.58.) és (5.61.) szerinti szorzat alakú előállítás azt jelenti, hogy a mindent-áteresztőket ($M_{1,1}$) első- ill. ($M_{2,k}$) másodfokú alaptagok kaszkád kapcsolásával realizáljuk. A párhuzamosan kapcsolódó ágak egyikében lesz egy elsőfokú tag, míg az összes többi blokk másodfokú lesz.



5.15. ábra Ötödfokú szűrő realizálása mindent-áteresztők kaszkád kapcsolásával

A módszert egy példával szemléltetjük:

Legyen a tervezendő szűrő 3-ad fokú, maximális lapos karakterisztikájú aluláteresztő, melynek határfrekvenciája az egység ($\Omega_h=1$). A megengedett áteresztő sávi ingadozás 3 dB.

Ezen specifikációnak eleget tesz a $K(s) = s^3$ alakú karakterisztikus függvény. Így az approximáció eredménye: $h_1(s) = s^3$, $N_2 = 1$.

Megkeresve az (5.50.) szerint a

$$P(s)Q(-s) = N_2(s) + h_1(s) = 1 + s^3 = 0 \quad (5.63.)$$

gyökeket, azok közül $s_1 = -1$ a bal félsíkon, míg az $s_{2,3} = \frac{1}{2} \pm j\frac{\sqrt{3}}{2}$ gyökök a jobb félsíkon helyezkednek el. Ezen értékekkel:

$$P(s) = s - s_1 = s + 1 \quad \text{és} \quad Q(-s) = (s - s_2)(s - s_3) = s^2 - s + 1. \quad (5.64.)$$

A transzfer függvény:

$$\frac{2U_2}{U_g} = \frac{1}{2} \left(\frac{Q(-s)}{Q(s)} + \frac{P(-s)}{P(s)} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1 - s + s^2}{1 + s + s^2} + \frac{1 - s}{1 + s} \right) \quad (5.65.)$$

■

5.6. Diszkrét-idejű mindent-áteresztők

A diszkrét-idejű mindent-áteresztők egy speciális struktúra bevezetésére adnak lehetőséget. Ezen struktúrában a szorzók száma minimális, így a velük felépített szűrők a hardware komplexitása szempontjából optimálisak.

A diszkrét-idejű mindent-áteresztő transzfer függvényét számítsuk ki egy folytonos-idejű mindent-áteresztő transzfer függvényének bilineáris transzformációjával:

$$M(z) = \frac{P(-s)}{P(s)} \Big|_{s=\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}} = \frac{D_{@}(z)}{D(z)} = \frac{d_N + d_{N-1}z^{-1} + \dots + d_1z^{-(N-1)} + d_0z^{-N}}{d_0 + d_1z^{-1} + \dots + d_{N-1}z^{-(N-1)} + d_Nz^{-N}} \quad (5.66.)$$

ahol a számláló polinom kifejezhető a nevező polinommal:

$$D_{@}(z) = z^{-N} D(z^{-1}) \quad (5.67.)$$

Szavakban ez azt jelenti, hogy a számláló polinomban az együtthatók fordított sorrendben szerepelnek, mint a nevező polinomban. Ez a tulajdonság megfordítva is érvényes: ha egy hálózat függvény az (5.66.) szerinti, akkor az mindent-áteresztő.

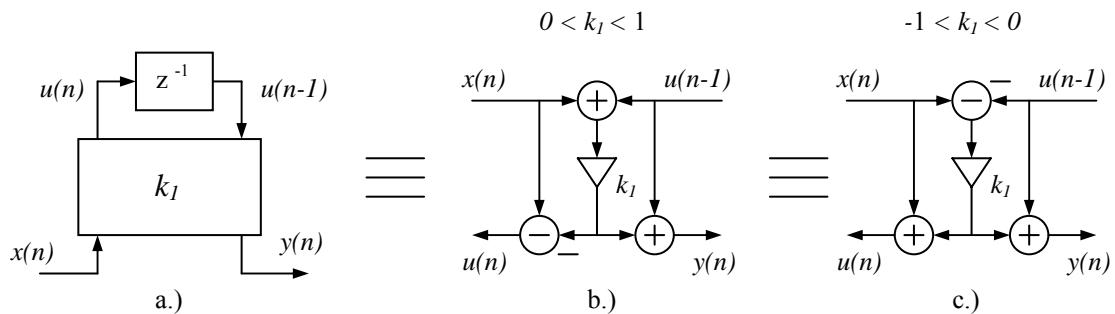
Ha a magasabb fokszámú függvényeket első- és másodfokú alaptagok kaszkád kapcsolásával realizáljuk, akkor elegendő csak ezeknek a transzformációival foglalkozni.

1. Az elsőfokú mindent-áteresztő:

$$M_1(z) = \hat{M}_1(s) \Big|_{s=\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}} = \frac{-s + \Omega_1}{s + \Omega_1} \Big|_{s=\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}} = \frac{k_1 + z^{-1}}{1 + k_1 z^{-1}} \quad (5.68.)$$

ahol: $k_1 = \frac{\Omega_1 - 1}{\Omega_1 + 1}$ és $|k_1| < 1$ (5.69.)

Az (5.68.) alakú első fokú transzfer függvényt az 5.16. ábrán szereplő adaptorokkal valósíthatjuk meg.



5.16. ábra A mindent-áteresztő adaptorja és annak kétféle realizálása

Az 5.16.b ábrán látható hálózat differencia egyenlet rendszere:

$$y(n) = u(n-1) + k_1[x(n) + u(n-1)] = k_1x(n) + (1 + k_1)u(n-1) \quad (5.70.)$$

$$u(n) = x(n) - k_1[x(n) + u(n-1)] = (1 - k_1)x(n) - k_1u(n-1) \quad (5.71.)$$

Az 5.16.c ábrán látható hálózat differencia egyenlet rendszere:

$$y(n) = u(n-1) + k_1[x(n) - u(n-1)] = k_1x(n) + (1-k_1)u(n-1) \quad (5.72.)$$

$$u(n) = x(n) + k_1[x(n) - u(n-1)] = (1+k_1)x(n) - k_1u(n-1) \quad (5.73.)$$

Mind a két egyenlet rendszer az:

$$M_1(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{k_1 + z^{-1}}{1 + k_1z^{-1}} \quad (5.74.)$$

alakú átviteli függvényre vezet.

A belső állapotváltozóhoz tartozó átviteli függvények szempontjából a két hálózat viszont nem ekvivalens. Az (5.71.) egyenletet "Z"-transzformálva az:

$$U(z) = (1-k_1)X(z) - k_1z^{-1}U(z) \quad (5.75.)$$

egyenletet kapjuk, amiből kifejezve a bemenettől a tároló elem bemenetéig érvényes átviteli függvény abszolút értékét, láthatjuk, hogy:

$$\left| \frac{U(z)}{X(z)} \right| = \left| \frac{1-k_1}{1+k_1z^{-1}} \right| \leq 1 \quad \text{ha} \quad 0 < k_1 < 1 \quad (5.76.)$$

Az (5.73.)-ből kiindulva az

$$\left| \frac{U(z)}{X(z)} \right| = \left| \frac{1+k_1}{1+k_1z^{-1}} \right| \leq 1 \quad \text{ha} \quad -1 < k_1 < 0 \quad (5.77.)$$

feltételt kapjuk.

Ezen feltételek a tároló túlvezérlésének elkerülése szempontjából érdekesek. Szinuszos jel esetén, ha a bemenet nincs túlvezérlve és a k_1 -től függően választjuk meg az adaptort, akkor biztosan nem lép fel belső túlsordulás. Mindent-áteresztőről lévén szó, a kimeneten sem (mivel a kimeneti amplitúdó megegyezik a bemeneti amplitúdóval).

2. A másodfokú mindent-áteresztő

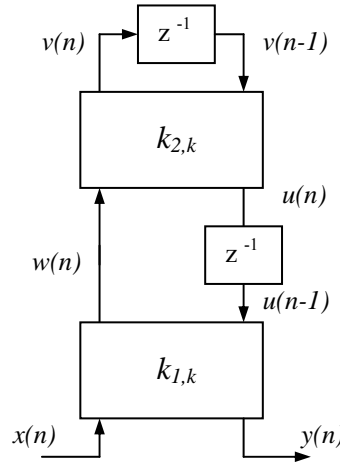
Induljunk ki a másodfokú, folytonos-idejű mindent-áteresztő transzfer függvényéből. A bilineáris transzformáció után kapjuk a diszkrét idejű transzfer függvényt:

$$M_{2,k}(z) = \frac{s^2 - D_k\Omega_k s + \Omega_k^2}{s^2 + D_k\Omega_k s + \Omega_k^2} \bigg|_{s=\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}} = \frac{d_{2,k} + d_{1,k}z^{-1} + z^{-2}}{1 + d_{1,k}z^{-1} + d_{2,k}z^{-2}} \quad (5.78.)$$

ahol az együtthatók:

$$d_{1,k} = \frac{2(\Omega_k^2 - 1)}{1 + D_k\Omega_k + \Omega_k^2} \quad d_{2,k} = \frac{1 - D_k\Omega_k + \Omega_k^2}{1 + D_k\Omega_k + \Omega_k^2} \quad (5.79.)$$

A másodfokú mindent-áteresztőt a fentebb bevezetett adaptorok segítségével fogjuk realizálni. A hálózat struktúráját az 5.17. ábrán láthatjuk.



5.17. ábra A másodfokú mindent-áteresztő realizálása adaptorokkal

A hálózatot leíró differencia-egyenlet rendszer:

$$y(n) = k_1 x(n) + (1 \pm k_1) u(n-1) = u(n-1) + k_1 [x(n) \pm u(n-1)] \quad (5.80.)$$

$$w(n) = (1 \mp k_1) x(n) - k_1 u(n-1) = x(n) \mp k_1 [x(n) \pm u(n-1)] \quad (5.81.)$$

$$u(n) = k_2 w(n) + (1 \pm k_2) v(n-1) = v(n-1) + k_2 [w(n) \pm v(n-1)] \quad (5.82.)$$

$$v(n) = (1 \mp k_2) w(n) - k_2 v(n-1) = w(n) \mp k_2 [w(n) \pm v(n-1)] \quad (5.83.)$$

A fenti egyenlet párokban a kettős előjelek közül vagy a felsők, vagy az alsók érvényesek, attól függően, hogy az (1) és (2) adaptor helyén az 5.16.b vagy az 5.16.c ábrán szereplő adaptort értjük. (Ezzel a jelöléssel a négyféle választási lehetőséget így együtt tudjuk kezelni.) Az egyenleteket "Z" transzformálva:

$$Y(z) = k_1 X(z) + (1 \pm k_1) z^{-1} U(z) \quad (5.84.)$$

$$W(z) = (1 \mp k_1) X(z) - k_1 z^{-1} U(z) \quad (5.85.)$$

$$U(z) = k_2 W(z) + (1 \pm k_2) z^{-1} V(z) \quad (5.86.)$$

$$V(z) = (1 \mp k_2) W(z) - k_2 z^{-1} V(z) \quad (5.87.)$$

Ebből az egyenletrendszerből a másodfokú mindent-áteresztő transzfer függvénye:

$$M_2(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{k_1 + k_2(1 + k_1)z^{-1} + z^{-2}}{1 + k_2(1 + k_1)z^{-1} + k_1 z^{-2}} \quad (5.88.)$$

függetlenül attól, hogy az (5.80.)-(5.83.) egyenletekben melyik előjel párosítást választottuk.

Eredményünket összevetve az (5.79.)-ben megadott egyenletekkel:

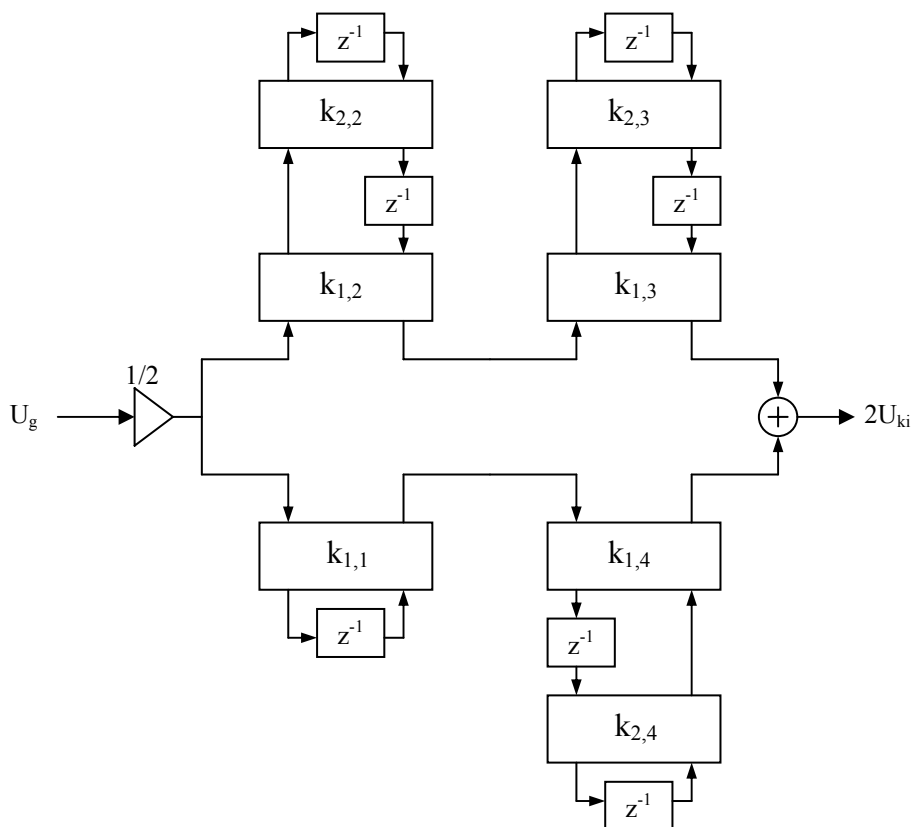
$$d_{1,k} = k_{2,k}(1 + k_{1,k}) \quad \text{illetve} \quad d_{2,k} = k_{1,k} \quad (5.89.)$$

amiből az adaptorok együttthatóira a következő méretezési összefüggések adódnak:

$$k_{1,k} = \frac{1 - D_k \Omega_k + \Omega_k^2}{1 + D_k \Omega_k + \Omega_k^2} \quad (5.90.)$$

$$k_{2,k} = \frac{\Omega_k^2 - 1}{\Omega_k^2 + 1} \quad (5.91.)$$

A méretezés során az (5.90.) és (5.91.) numerikus értékétől függően döntünk az adaptor típusáról. Pozitív együttható esetén az 5.16.b., negatív együttható esetén az 5.16.c. ábra szerinti adaptort választjuk. Ezzel a választással fixpontos aritmetika esetén sem lép fel túlsordulás a szűrőben.



5.18. ábra Hetedfokú hullámdigitális szűrő megvalósítása mindent-áteresztőkkel