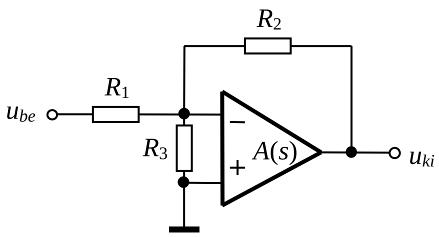
# 1.) Példa




$A_0=10^6$; $\omega_1=5r/s$, $\omega_2=1Mr/s$
$R_1=2\ k\Omega$, $R_2=9\ k\Omega$, $R_3=3\ k\Omega$,

$$A(s)=\frac{A_0}{(1+s/\omega_1)(1+s/\omega_2)}$$

**Kérdések:**

$u_{ki}/u_{be}$=? , ha a ME ideális!

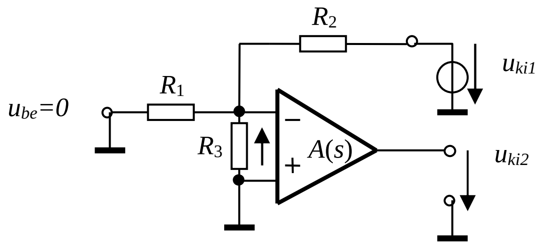
Mekkora legyen $R_3$ értéke ahhoz, hogy az $u_{ki}/u_{be}$ erősítés maximális lapos legyen ($\xi=\frac{1}{\sqrt{2}}$).

Mekkora a 3dB –es határfrekvencia?

A visszacsatolt áramkör átvitele: $\frac{U_{ki}(s)}{U_{be}(s)}=T_v(s)=T_{id}\frac{\beta A(s)}{1+\beta A(s)}$,

ahol $T_{id}$ a végtelen erősítéshez tartozó átvitel, azaz ideális műveleti erősítő esetén:

$$T_{id}=\left.\frac{u_{ki}}{u_{be}}\right|_{A=\infty}=-\frac{R_2}{R_1}=-4.5$$



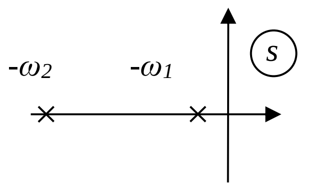

és $A\beta$ a hurok átvitel a felvágott hurokból :

$$A\beta=-\left.\frac{u_{ki2}}{u_{ki1}}\right|_{u_{be}=0}=\frac{R_1\times R_3}{R_2+R_1\times R_3}A,$$

$$\beta=\frac{R_1\times R_3}{R_2+R_1\times R_3}$$

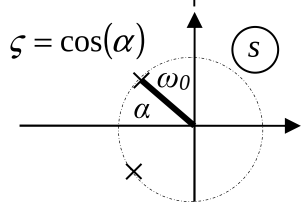
Ha nyílthurkú $A\beta$ átvitelnek két pólusa van :

$$A\beta=\frac{A_0\beta}{(1+s/\omega_1)(1+s/\omega_2)},$$




akkor a visszacsatolt átvitelnek (tipikus esetben) egy konjugált-komplex pólus párja lesz:

$$T=T_0\frac{1}{\left(1+2\varsigma\frac{s}{\omega_0}+\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2\right)}$$




Az összefüggés a nyílthurkú rendszer $\beta$, $A_0$, $\omega_1$ és $\omega_2$ paraméterei valamint a zárthurkú (visszacsatolt) rendszer $T_0$, $\zeta$, $\omega_0$ paraméterei közt:

$$T_0=T_{id}\frac{A_0\beta}{1+A_0\beta}$$

$$\xi=\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{1+A_0\beta}}\left(\sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}}+\sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}}\right)\cong\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{A_0\beta}}\sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}}$$

$$\omega_0=\sqrt{1+A_0\beta}\sqrt{\omega_1\omega_2}\cong\sqrt{A_0\beta}\sqrt{\omega_1\omega_2}$$

A visszacsatolt áramkör nevezetes méretezési esetei:

kritikus csillapítás: $\zeta = 1$

maximálisan lapos amplitdó karakterisztika: $\zeta = 1/\sqrt{2}$

45 fok fázis tartalék: $\zeta = 1/2$

Az esetünkben maximálisan lapos amplitúdó karakterisztika esetén : $\xi = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Tehát: $\dfrac{1}{2}\dfrac{1}{\sqrt{10^6\beta}}\sqrt{\dfrac{10^6}{5}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \quad \rightarrow \quad \beta = 0.1$

A visszacsatolási együttható : $\beta = \dfrac{R_1 \times R_3}{R_2 + R_1 \times R_3} = 0.1 \quad \rightarrow \quad R_1 \times R_3 = 1k\Omega \quad \rightarrow \quad R_3 = 2k\Omega$

A törésponti frekvencia, mely max.lap. esetben a 3 dB-es határfrekvenciával egyenlő:

$$\omega_0 = \sqrt{1 + A_0\beta}\sqrt{\omega_1\omega_2} \cong \sqrt{A_0\beta}\sqrt{\omega_1\omega_2} = \sqrt{10^5 \cdot 5 \cdot 10^6} = 0.707 Mrad/s$$

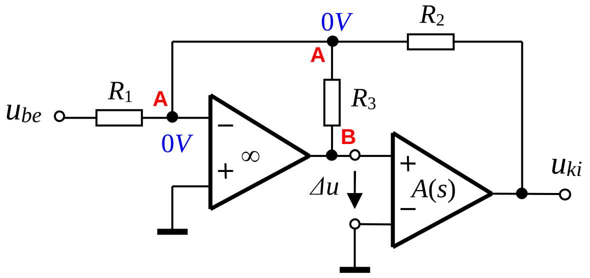
Megjegyzés: max. lap. amplitúdó karakterisztika.

Azt az $\omega = \omega_r$ frekvenciát, melynél az amplitúdó karakterisztikának helyi szélsőértéke van:

a $\dfrac{d}{d\omega}\left|1 + 2\xi\dfrac{j\omega}{\omega_0} + \left(\dfrac{j\omega}{\omega_0}\right)^2\right|^2 = 0$ egyenlet megoldásaként kapjuk.

Ezek szerint: $\omega_r = \sqrt{2 - 4\xi^2}\,\omega_0$ . Maximálisan lapos az amplitúdó karakterisztika, ha szélsőértéke csak $\omega = 0$ -ban van. Tehát $\xi_{\max.lap} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$..

## 2.) Példa: Az első műveleti erősítő ideális, a második nem:




$$A(s)=\frac{A_0}{\left(1+\frac{s}{\omega_1}\right)\left(1+\frac{s}{\omega_2}\right)} .$$

Mekkora legyen a domináns pólus értéke ( $\omega_1$ = ?), ha: $\omega_2 = 10^5$ *rad/sec* és a $\zeta$=1/2 értéket kívánjuk beállítani (45 fokos fázistartalékra méretezés)?

$R_1$ = 10 $k\Omega$, $R_2$ = 20 $k\Omega$, $R_3$ = 20 $k\Omega$, $A_0 = 10^5$

**Megoldás:** Ha mindkét ME ideális lenne ($A\to\infty$), akkor mind az **A** mind a **B** csomópont potenciálja zérus lenne. Ekkor az $R_3$ ellenállás kivehetővé válna, mivel rajta nem folyhat áram. Ezzel a két ME egyesíthetővé válik egyetlen (ideális) invertáló kapcsolássá, melynél:

$$A_{id}=\frac{u_{ki}}{u_{be}}=-\frac{R_2}{R_1}=-\frac{20}{10}=-2$$

Ha a második ME most újra nem-ideális, akkor az átviteli függvény:

$$A_v(s)=A_{id}\frac{\beta A(s)}{1+\beta A(s)}=A_{id}\frac{\beta A_0}{(1+s/\omega_1)(1+s/\omega_2)+\beta A_0}=A_{id}\frac{\beta A_0}{1+\beta A_0}\frac{1}{1+2\zeta(s/\omega_{pv})+(s/\omega_{pv})^2}$$

Ahol:

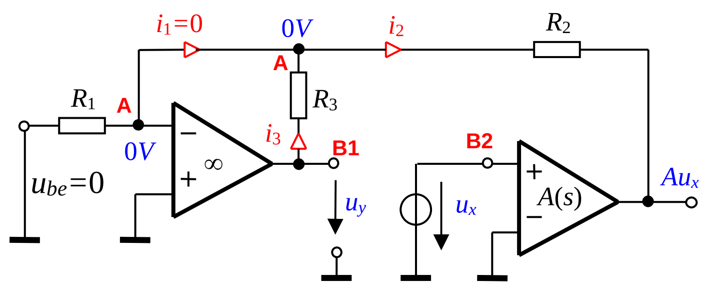
$$\zeta=\frac{1}{2}\frac{\sqrt{\omega_2/\omega_1}+\sqrt{\omega_1/\omega_2}}{\sqrt{1+\beta A_0}}\cong\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\omega_2}{\beta A_0\omega_1}}$$

Amiből:

$$\omega_1\cong(2\zeta)^2\frac{\omega_2}{\beta A_0}=\frac{\omega_2}{\beta A_0}$$

A kisfrekvenciás hurokerősítés (az $u_{be}$=0 feltétellel):

$$\beta A_0=-\frac{u_y}{u_x}$$




Az **A** csomópont potenciálja most is zérus, ami csak úgy lehet ha $i_1$=0. Ebből következik az: $i_3$=$i_2$.

A feszültségekkel felírva az áramok azonosságát:

$$i_3=\frac{u_y}{R_3}=i_2=-\frac{A_0u_x}{R_2} \qquad \text{amiből:} \quad \beta A_0=-\frac{u_y}{u_x}=A_0\frac{R_3}{R_2}=10^5$$

Ezzel:

$$\omega_1 \cong (2\zeta)^2 \frac{\omega_2}{\beta A_0} = \frac{\omega_2}{\beta A_0} = \frac{10^5}{10^5} = 1 \ rad/\sec \qquad \text{és} \qquad \omega_{pv} = \sqrt{(1+\beta A_0)\omega_1\omega_2} \cong 10^5 \ rad/\sec$$

Természetesen a feladatot a klasszikus módszerrel (csomóponti potenciálok) is megoldhatjuk.
Ekkor is sokat segít annak a felismerése, hogy az **A** pont potenciálja zérus, a **B** ponté $u_{ki}/A$.
Az **A** pontra felírható csomóponti egyenlet: $i_1+i_3 = i_2$.
Az áramokat a potenciál különbségekkel felírva:

$$i_1 = \frac{u_{be}-0}{R_1} = \frac{u_{be}}{R_1} \qquad i_2 = \frac{0-u_{ki}}{R_2} = -\frac{u_{ki}}{R_2} \qquad i_3 = \frac{u_{ki}/A-0}{R_3} = \frac{u_{ki}}{AR_3}$$

Behelyettesítve az áramokat: $\frac{u_{be}}{R_1} + \frac{u_{ki}}{AR_3} = -\frac{u_{ki}}{R_2}$

Amiből:

$$\frac{u_{ki}}{u_{be}} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{A\frac{R_3}{R_2}}{1+A\frac{R_3}{R_2}} = A_{id} \frac{A\beta}{1+A\beta} \qquad \text{ahol:} \quad \beta = \frac{R_3}{R_2} = 1$$

Megjegyzés a feladathoz

A 45$^o$ –os fázistartalék nem pontos érték, mivel azt a törtvonalas közelítés alapján számítottuk. Valójában először azt az $\omega_e$ frekvencia értéket kell megkeresni, ahol a hurokerősítés abszolút értéke egységnyi, majd ezen a frekvencián kell kiszámítani a fázis szöget ( a fázis tartalékot).

$$\frac{A_0\beta}{\left|1+j\frac{\omega_e}{\omega_1}\right|\left|1+j\frac{\omega_e}{\omega_2}\right|}=1 \qquad \rightarrow \qquad \left(1+\left(\frac{\omega_e}{\omega_1}\right)^2\right)\left(1+\left(\frac{\omega_e}{\omega_2}\right)^2\right)=\left(A_0\beta\right)^2$$

Várhatóan $\omega_e$ értéke $\omega_2$ közelében lesz (lásd a *Nyquist* diagramot).

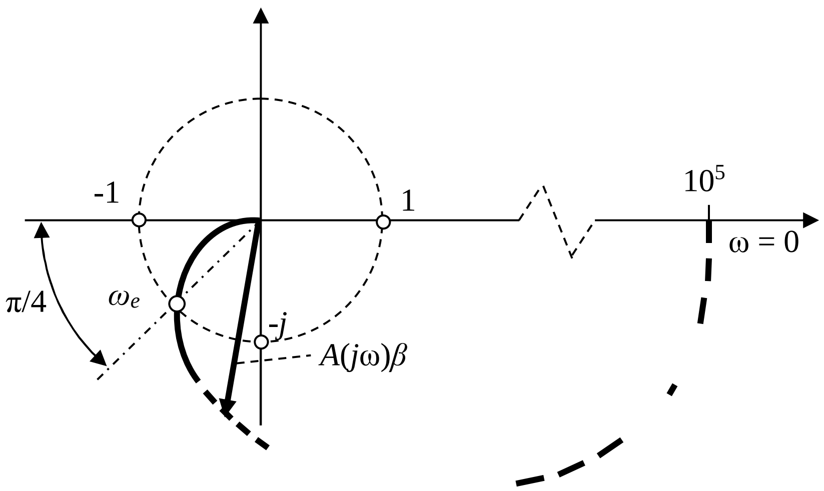
$$\left(\frac{\omega_e}{\omega_1}\right)^2\left(1+\left(\frac{\omega_e}{\omega_2}\right)^2\right)\cong\left(A_0\beta\right)^2 \quad \rightarrow \quad x\left(1+\frac{x}{10^{10}}\right)=10^{10} \quad \rightarrow \quad x^2+10^{10}x-10^{20}=0$$

$$\omega_e^2=x=\frac{-10^{10}+\sqrt{5}*10^{10}}{2}=0.618*10^{10} \qquad \omega_e=0.786*10^5 \;\; rad/\sec$$

$$arc\left\{\frac{A_0\beta}{\left(1+j\frac{\omega_e}{\omega_1}\right)\left(1+j\frac{\omega_e}{\omega_2}\right)}\right\}=-arctg\left(\frac{\omega_e}{\omega_1}\right)-arctg\left(\frac{\omega_e}{\omega_2}\right)\cong-90^0-38.16^0=-128.16^0$$

A fázistartalék pontos értéke: $\varphi_t=180-128.16=51.84^0 \;\; > \;\; 45^0$

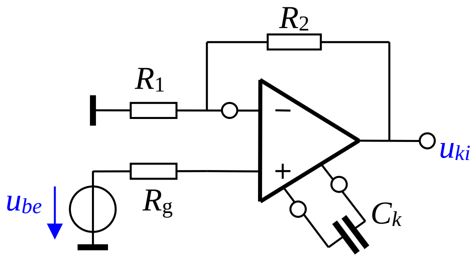
*Nyquist* diagramon:




$$\varphi_t=180-128.16=51.84^0 \;\; > \;\; 45^0$$

# 3.) Példa

**Műveleti erősítő kompenzálása**




Milyen $C_k$ kompenzáló kapacitást kell a műveleti erősítőre kapcsolni, hogy az átviteli függvény maximális lapos legyen?
A műveleti erősítő átviteli függvénye:

$$A(s) = \frac{A_0}{(1 + s/\omega_1)(1 + s/\omega_2)}$$

$$A_0 = 10^5, \quad \omega_2 = 10^5 \ rad/\mathrm{sec}$$

$\omega_1$ : külső kapacitással hangolható.
(lásd lentebb)

$$R_1 = 10 \ k\Omega, \quad R_2 = 90 \ k\Omega, \quad R_g = R_1 \times R_2$$

**Megoldás:**
A visszacsatolt műveleti erősítő átviteli függvénye:

$$\frac{u_{ki}}{u_{be}}(s) = A_{id} \frac{A_0\beta}{1 + A_0\beta} \frac{1}{1 + 2\zeta \frac{s}{\Omega_0} + \left(\frac{s}{\Omega_0}\right)^2}$$

Ahol:

$$A_{id} = 1 + \frac{R_2}{R_1} = 1 + \frac{90}{10} = 10 \qquad \beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{10}{10 + 90} = 0.1,$$

$$\frac{A_0\beta}{1 + A_0\beta} = \frac{10^4}{1 + 10^4} \cong 1 \qquad \Omega_0 = \sqrt{(1 + A_0\beta)\omega_1\omega_2}$$

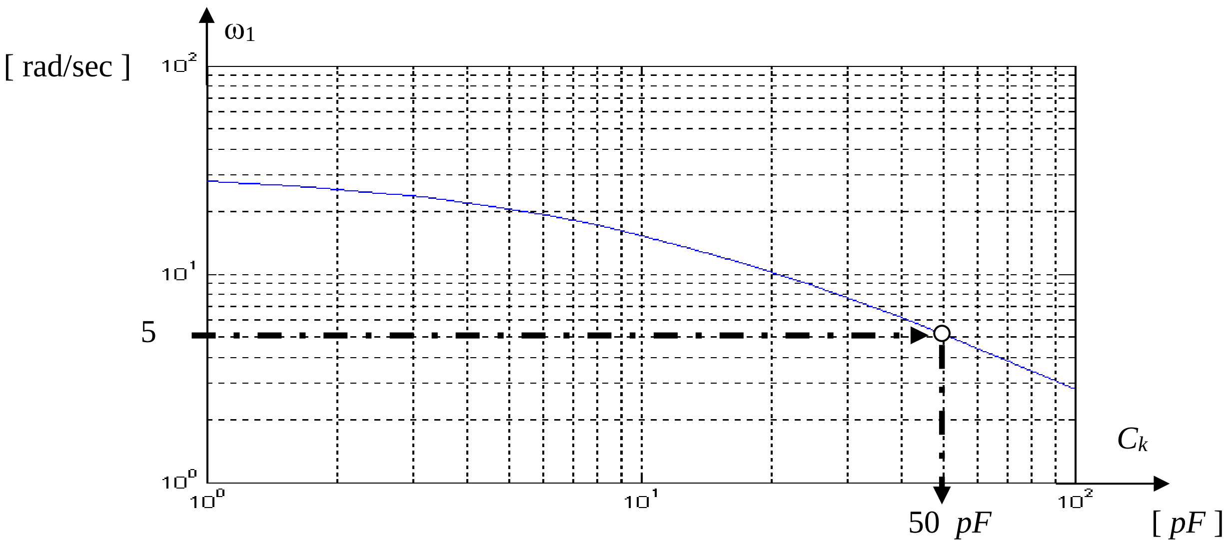
$$\zeta = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} + \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}}}{\sqrt{1 + A_0\beta}} \cong \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1 A_0 \beta}} \qquad \text{ha} \quad \omega_2 >> \omega_1$$

A maximális lapos átvitelhez a $\zeta = 1/\sqrt{2}$ értéket kell beállítanunk.

A $\zeta = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} + \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}}}{\sqrt{1 + A_0\beta}} \cong \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1 A_0 \beta}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ összefüggésből határozzuk meg $\omega_1$-et!

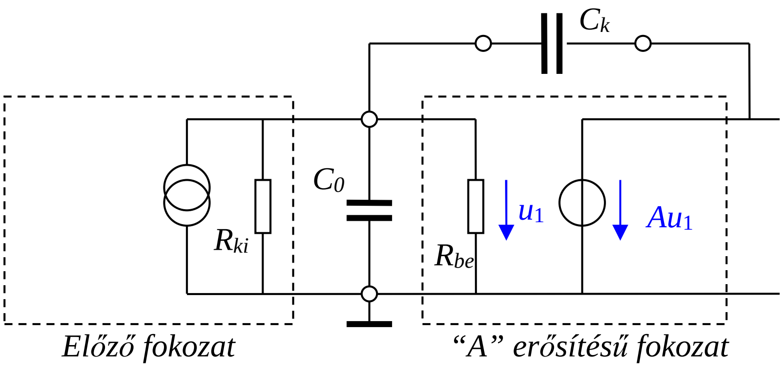
$$\omega_1 = \frac{\omega_2}{4\zeta^2 A_0\beta} = \frac{10^5}{2 * 10^4} = 5 \ rad/\mathrm{sec}$$

A műveleti erősítő gyártók az adatlapon pld.. diagramban adják meg, hogy a kisfrekvenciás pólus értéke hogyan függ a kompenzáló kapacitás értékétől.




Egy ilyen diagramot használva $C_k$ = 50 pF- nak adódik.

A $C_k$ kapcsolódása a műveleti erősítő belső áramköreihez az ábra szerint lehetséges:




Az ábra jelöléseivel: $\omega_1 = \dfrac{1}{R_p C_p}$

Ahol:

$$R_p = R_{ki} \times R_{be} \qquad C_p = C_0 + (1 - A) C_k \qquad ( A < 0 )$$