

Híradástechnikai jelfeldolgozás

11. előadás

Sebességkonverziós jelfeldolgozás

2015. 04. 10.

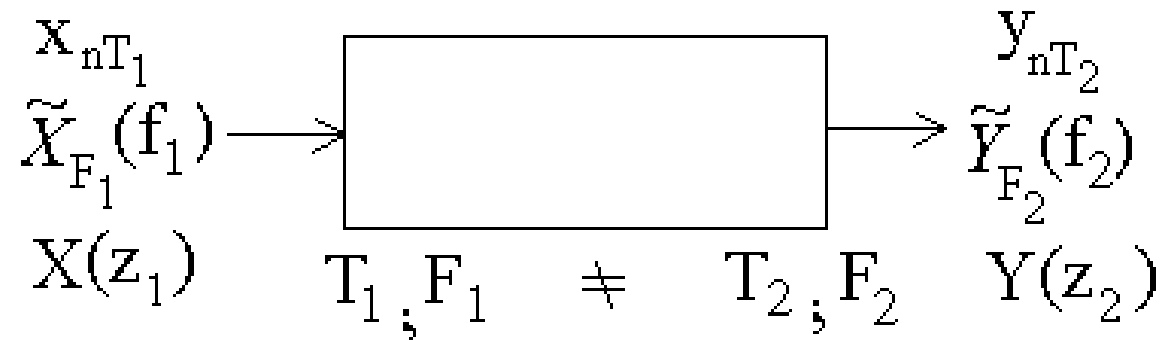
2015. április 13.
Budapest

Dr. Gaál József
BME Hálózati Rendszerek és Szolgáltatások Tanszék
gaal@hit.bme.hu

Tartalom

- **Egész arányú sebesség csökkentés**
- **Egész arányú sebesség növelés**
- **Nem egész arányú sebességkonverziós eljárások**
- **Alulmintavételezés**
- **Túlmintavételezés**
- **Szűrőbankok**

Alap model:

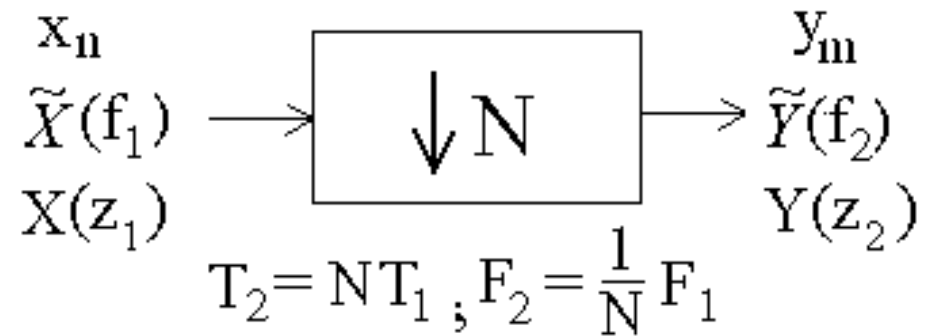
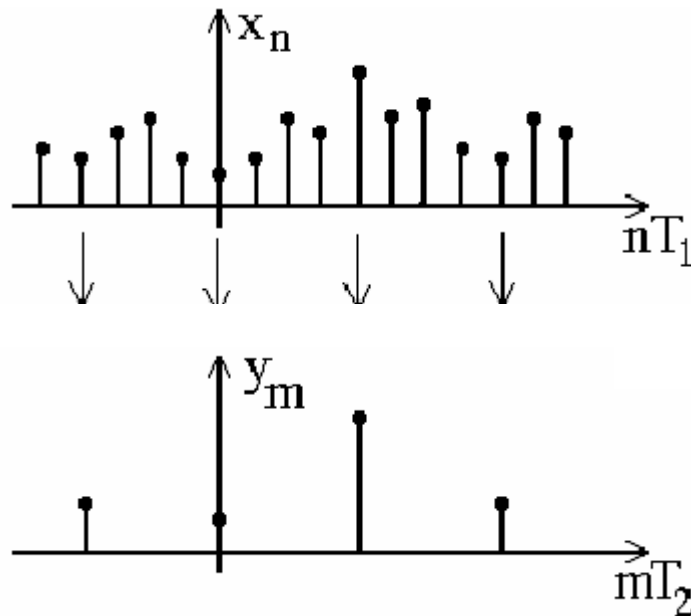


Órajel frekvencia \leftrightarrow sávszélesség

Periódikus spektrumok

Alapsáv: $-F/2 \dots F/2$

Minta ritkítás (újra-mintavételezés):



- időtartományi differencia egyenlet: $y_m = x_{mN}$, $m = -\infty \dots +\infty$
- Frekvencia tartományi egyenlet: ?
- Operátor tartományi egyenlet: ?

Mintaritkító a frekvencia tartományban

Segédjel: x'_n

- a bemeneti órajellel azonos sebességű
- de csak a kimeneti minták lehetnek nem nullák

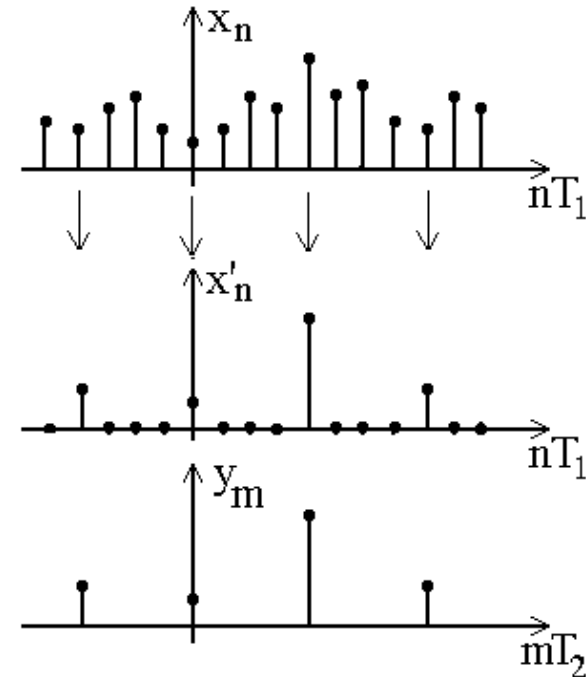
$$x'_n = \begin{cases} x_n, & \text{ha } n = k \cdot N, \text{ } k \text{ egész} \\ 0, & \text{egyébként} \end{cases}$$

$$Y(f) = F\{y_m\} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} y_m e^{-2\pi j m f T_2}$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{\infty} y_m e^{-2\pi j m N f T_1}$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{\infty} x'_{mN} e^{-2\pi j m N f T_1}$$

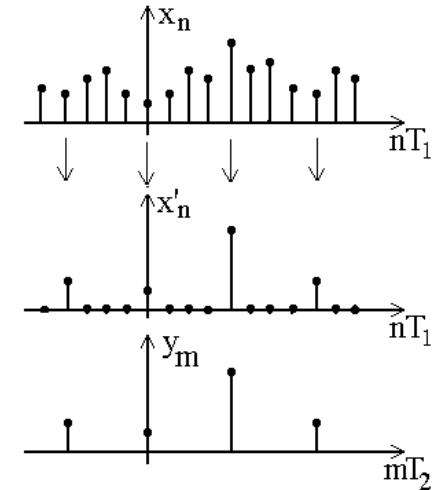
$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x'_n e^{-2\pi j n f T_1} = F\{x'_m\} = X'(f)$$



Mintaritkító a frekvencia tartományban

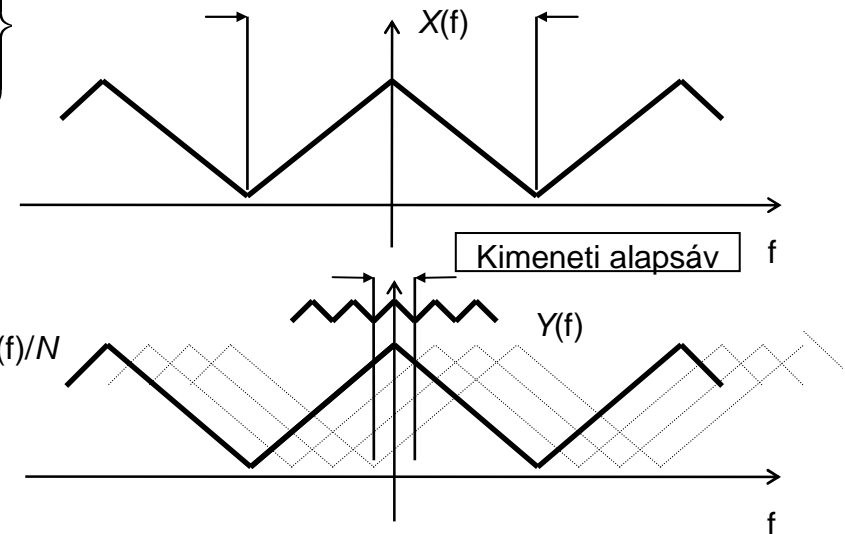
$$x'_n = w_n x_n, \text{ ahol } w_n = \begin{cases} 1, & \text{ha } n = k \cdot N, \text{ } k \text{ egész} \\ 0, & \text{egyébként} \end{cases}$$

$$w_n = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} e^{-\frac{2\pi j n m}{N}}, n = -\infty \dots \infty$$



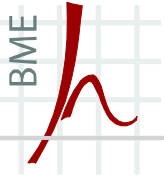
$$Y(f) = F\{x'_m\} = F\{w_n x_n\} = F\left\{ \left(\frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} e^{-\frac{2\pi j n m}{N}} \right) x_m \right\}$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} F\left\{ \left(e^{-\frac{2\pi j m}{N}} \right)^n x_n \right\}$$



$$Y(f) = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} X\left(f - m \frac{F_1}{N}\right)$$

Eltolt spektrumok összegeződése: **átlapolódás!**



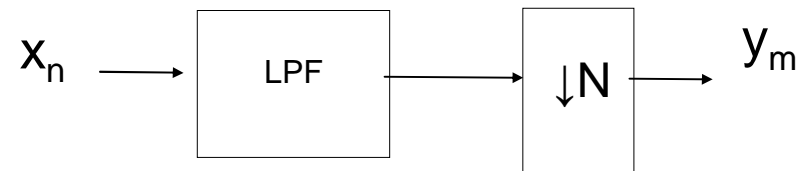
Mintaritkító az operátor tartományban

- ARMA jel újramintavételezése (ritkítése):

Definíció:

Átlapolódás mentes sebesség csökkentés.

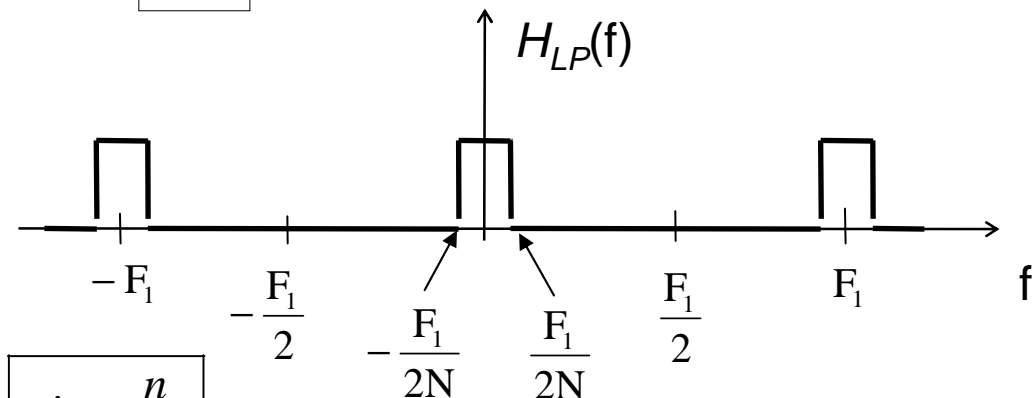
Decimálás = SZŰRÉS + MINTARITKÍTÁS



(ideális) decimáló szűrő:

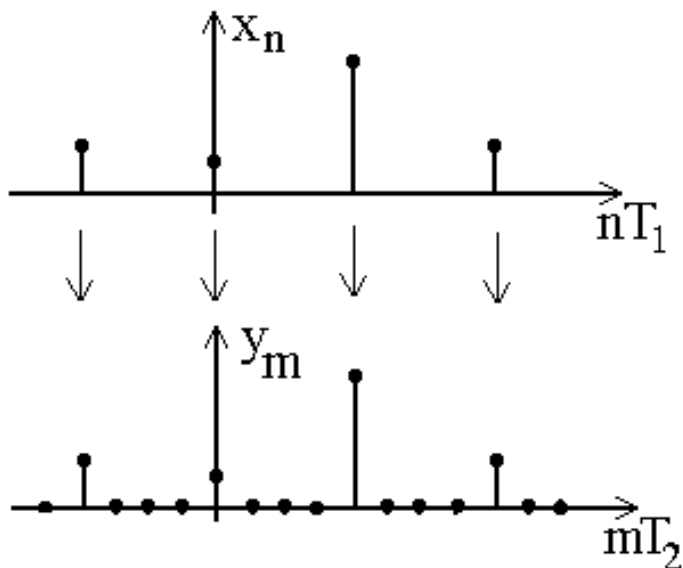
$$h_n = \frac{1}{F_2} \cdot \int_{-F_2/2}^{F_2/2} H(f) e^{j2\pi n f T} df$$

$$= \frac{1}{F_2} \int_{-F_2/2N}^{F_2/2N} e^{j2\pi n f T_2} df = \frac{1}{F_2} \left[\frac{e^{j2\pi n f T_2}}{j2\pi n T_2} \right]_{-F_2/2N}^{F_2/2N} = \frac{\sin \pi \frac{n}{N}}{\pi n}$$

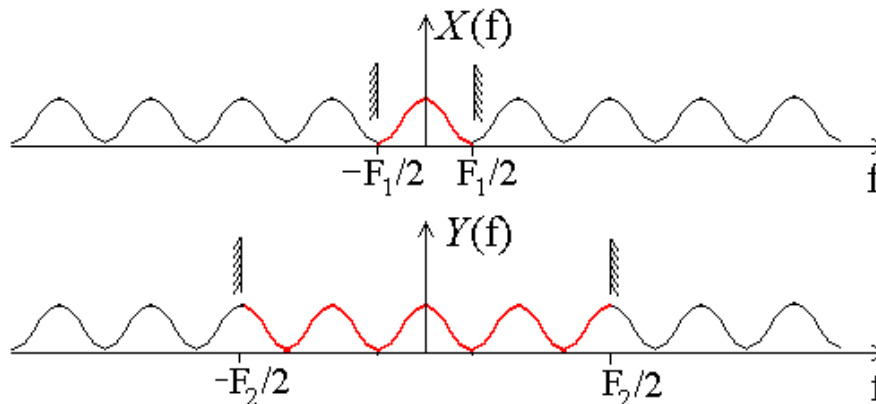
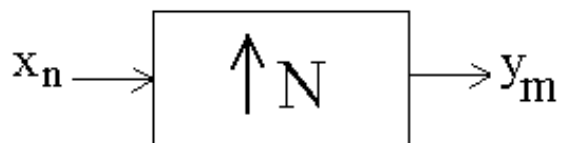


Egész arányú sebesség növelés

Null mintával sűrítés



$$y_m = \begin{cases} x_{m/N}, & \text{ha } m = k \cdot N \\ 0, & \text{ha } m \neq k \cdot N \end{cases}$$



$$X(z_1) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n z_1^{-n}$$

$$Y(z_2) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} y_m z_2^{-m} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n z_1^{-nN}$$

$$z_2^{-N} = z_1^{-1}$$

$$Y(z_2) = X(z_1 = z_2^N)$$

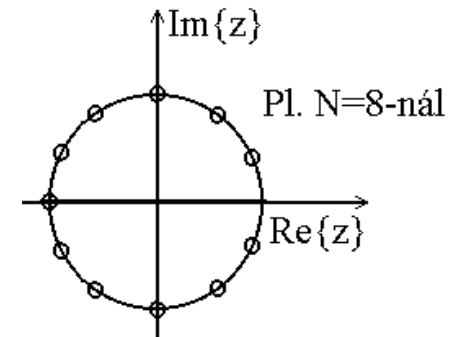
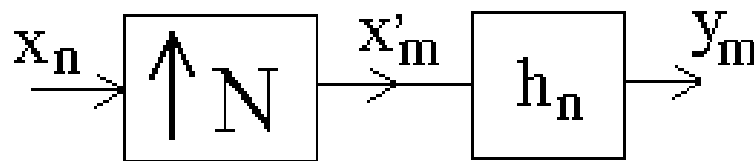
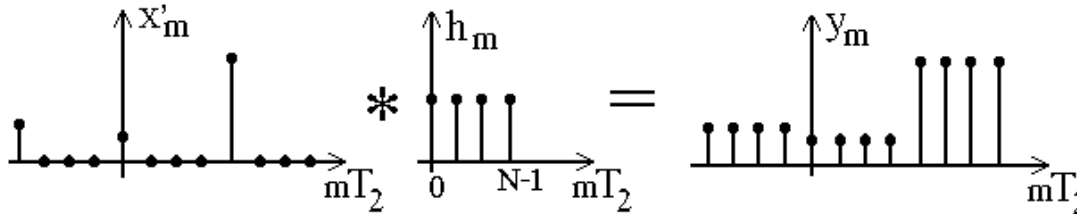
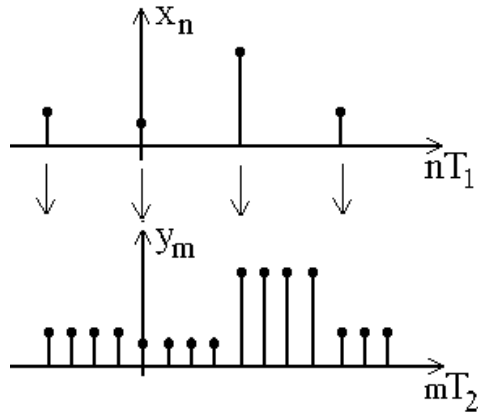
Egész arányú sebesség növelés

Mintaismétlő

$$H(z) = Z\{h_n\} = 1 + z^{-1} + \dots + z^{-N} =$$

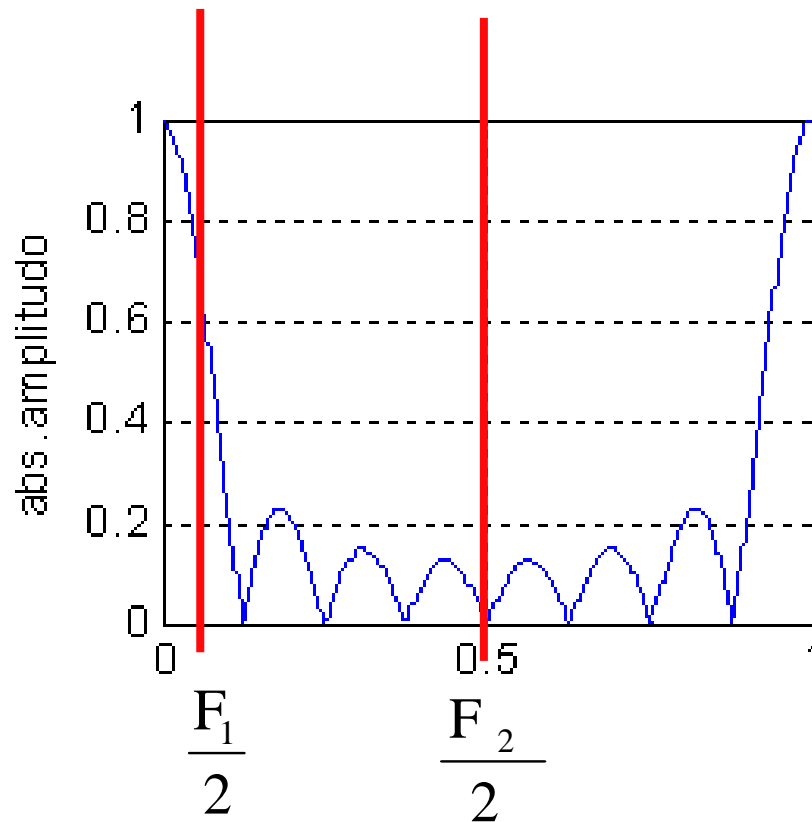
$$= \frac{1 - z^{-N}}{1 - z^{-1}}$$

$$= z^{-\frac{(N-1)}{2}} \cdot \frac{z^{\frac{N}{2}} - z^{-\frac{N}{2}}}{z^{\frac{1}{2}} - z^{-\frac{1}{2}}}$$



Mintaismétlő

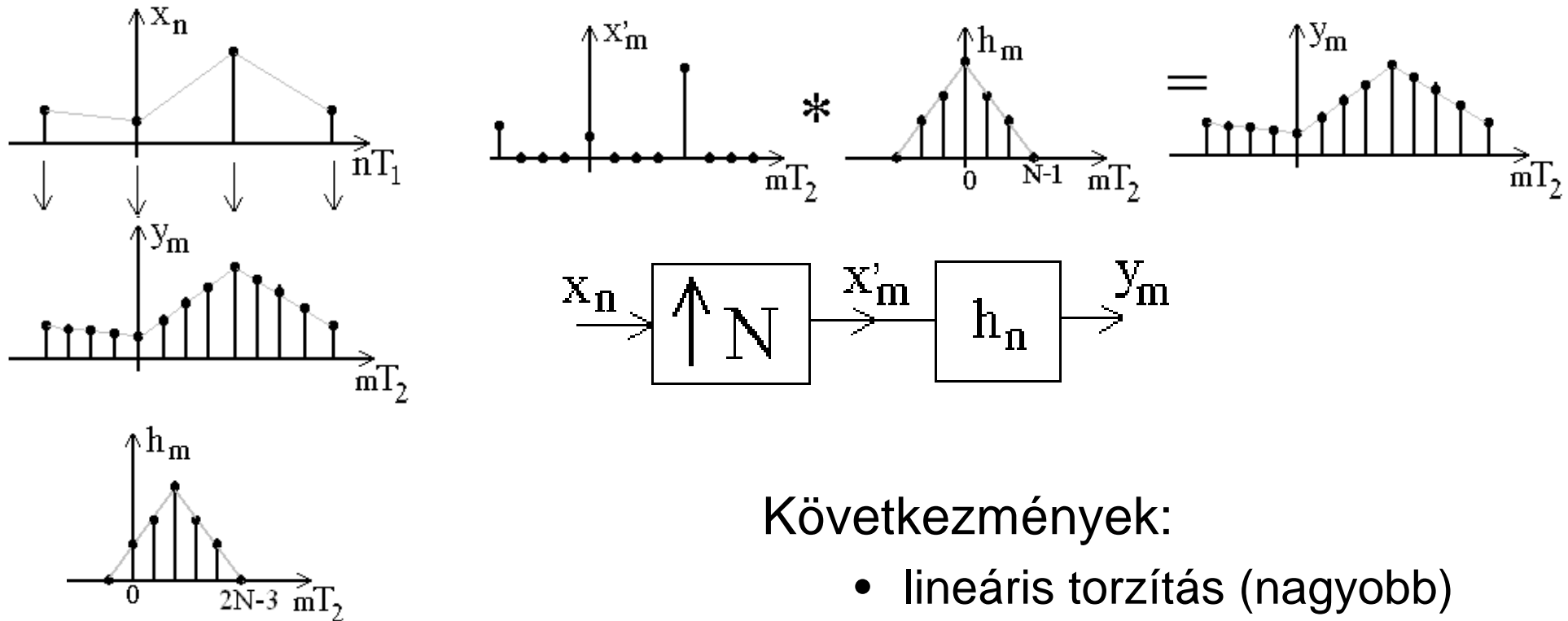
$$H(f) = H(z) \Big|_{z=e^{j2\pi Tf}} = e^{-j2\pi \frac{(N-1)}{2} Tf} \cdot \frac{\sin \pi N Tf}{\sin \pi Tf} = A(f) \cdot e^{j\phi(f)}$$



Minőség rontó
következmények:

- lineáris torzítás
(a bemeneti alapsávban)
- imaging
(az eredeti alapsávi
tartalom megjelenése
felsőbb frekvencia
sávokban)

Első fokú interpolálás:



Következmények:

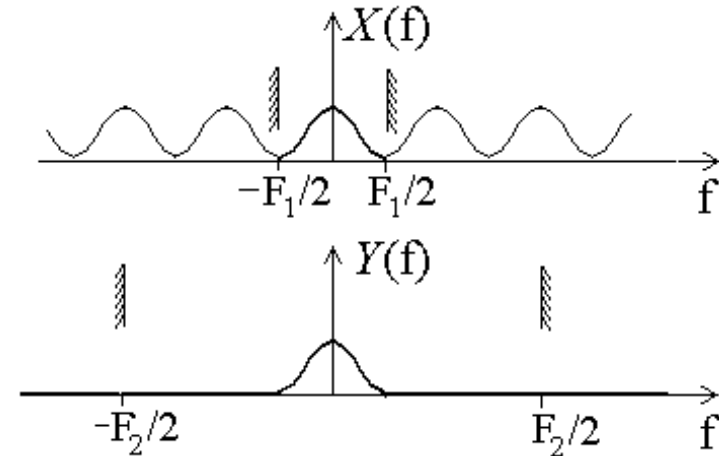
- lineáris torzítás (nagyobb)
- imaging (kisebb)

$$A(f) = H(f) = \left| \frac{\sin \pi N T f}{\sin \pi T f} \right|^2$$

Egész arányú sebesség növelés: Interpolálás

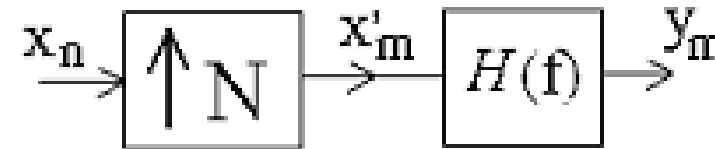
Ideális sávhatárolt interpoláció:

- nincs lineáris torzítás
- nincs imaging



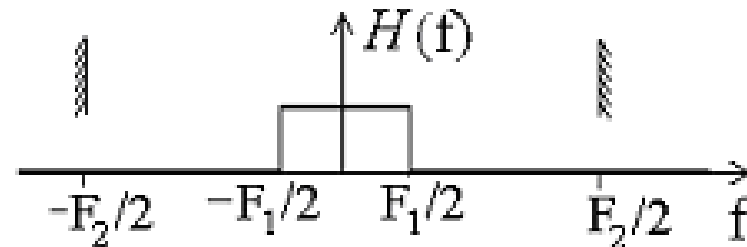
Interpolálás =

null-mitákkal sűrítés
+ SZŰRÉS

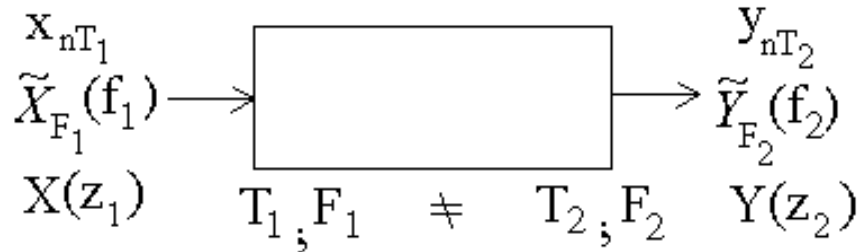


(ideális) interpoláló szűrő:

- ugyanaz mint a decimáló szűrő



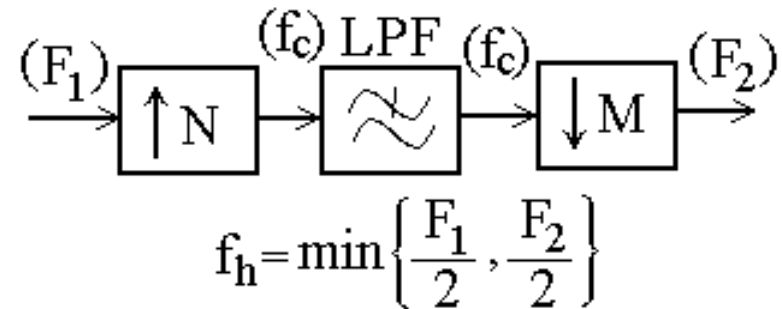
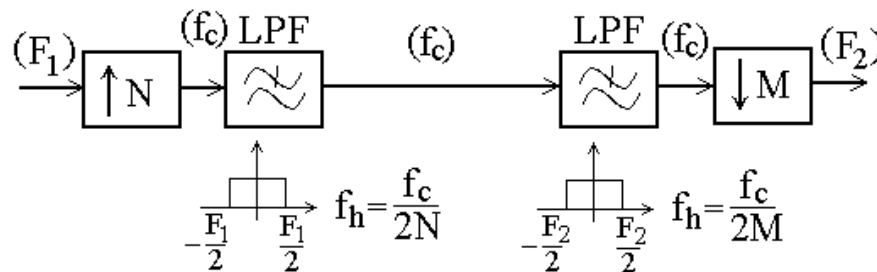
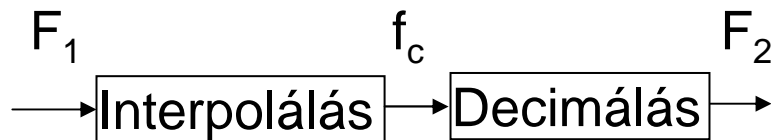
Általános sebesség konverzió

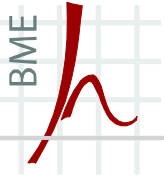


Racionális arány: $\frac{F_2}{F_1} = \frac{N}{M}$

Legkisebb közös többszörös frekvencia:

$$f_c = MF_2 = NF_1$$





Túl-mintavételezés
