

Híradástechnikai jelfeldolgozás

12. előadás

Sebességkonverziós jelfeldolgozás

2015. 04. 13.

2015. április 13.
Budapest

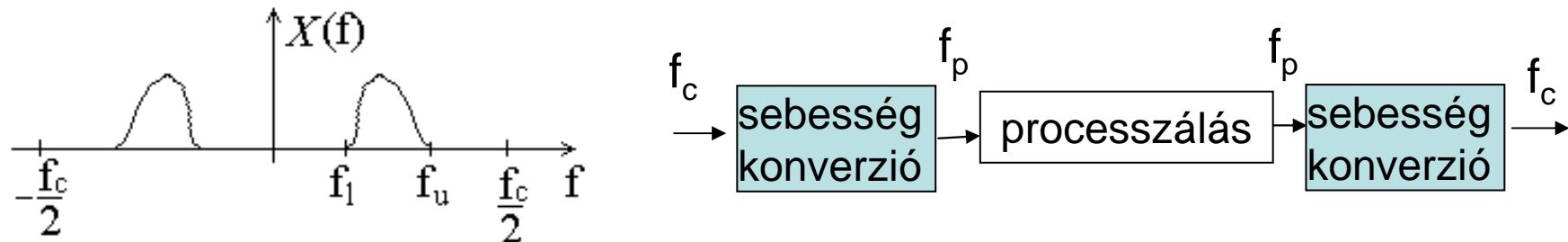
Dr. Gaál József
BME Hálózati Rendszerek és Szolgáltatások Tanszék
gaal@hit.bme.hu

Tartalom

- **Egész arányú sebesség csökkentés** ✓
mintaritkítás, decimálás
- **Egész arányú sebesség növelés** ✓
nullminta-sűrítés, interpolálás
- **Nem egész arányú sebességkonverziós eljárások** ✓
- **Túlmintavételezés** ✓
- **Alulmintavételezés**
- **Szűrőbankok**

Alul-mintavételezés

Részszávú jelek optimális (minimális) sebességű processzálása



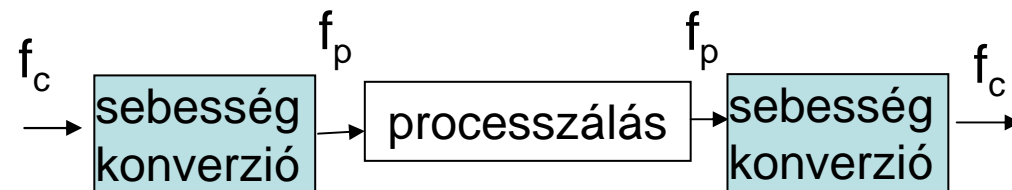
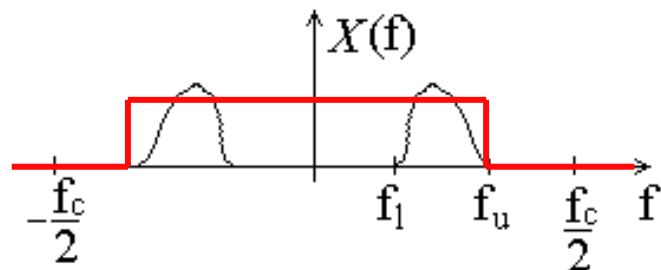
Adott: f_l , f_u és (újra mintavételezésnél) f_c .

Keresett: a minimális f_p ,
melynél az adott feltételek mellett nincs
spektrum átlapolódás

Feltételek:

- alul-áteresztő szűrő alkalmazása, ✓
- sávszűrő alkalmazása,
- modulátor (keverő) alkalmazása.

Alul-mintavételezés (Újra mintavételezés)



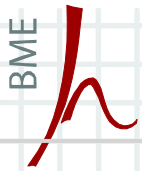
Aluláteresztőszűrővel:

$$f_p > 2f_u$$

az elérhető sebesség csökkentés aránya: $G = \frac{f_c}{f_p} \leq \frac{f_c}{2f_u}$

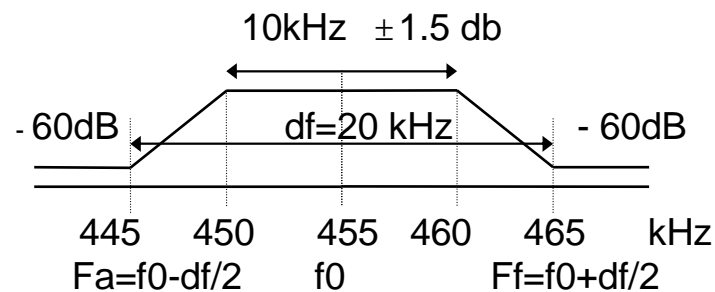
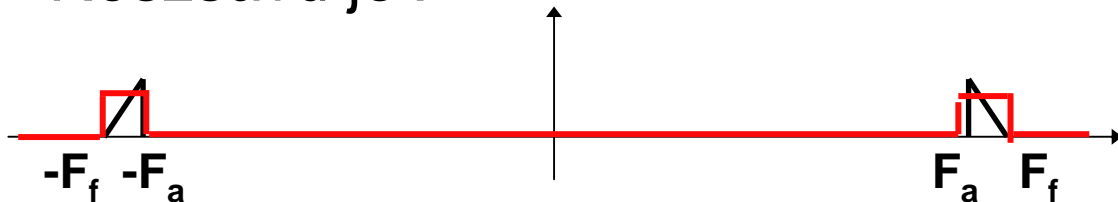
G lehet :

- egész vagy
- racionális tört



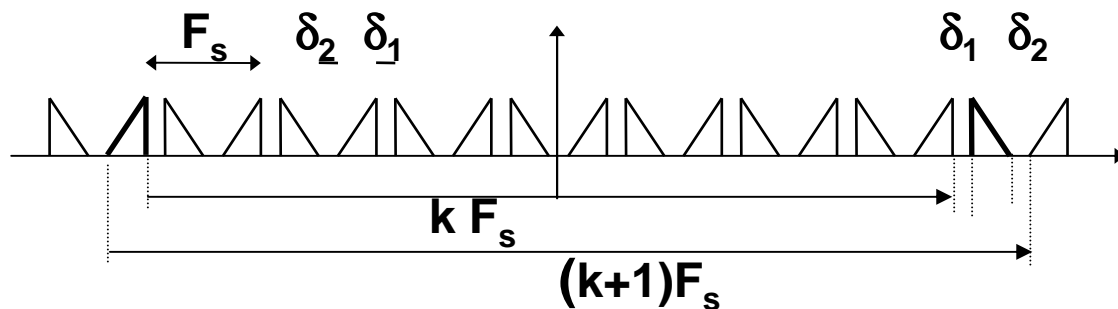
Alul-mintavételezés sávszűrővel

Részsávú jel:



Sávszűrő (pl. KF szűrő):

Részsávú jel mintavételezése F_s mintavételi frekvenciával:

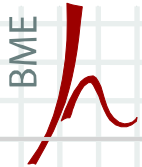


$\delta_1, \delta_2 > 0$; k egész ;

$$-F_a + k F_s + \delta_1 = F_a$$

$$-F_f + (k+1) F_s - \delta_2 = F_f$$

$$\rightarrow F_s > 2 (F_f - F_a) = 2 df$$



Alul-mintavételezés sávszűrővel

$$-F_a + k F_s + \delta_1 = F_a$$

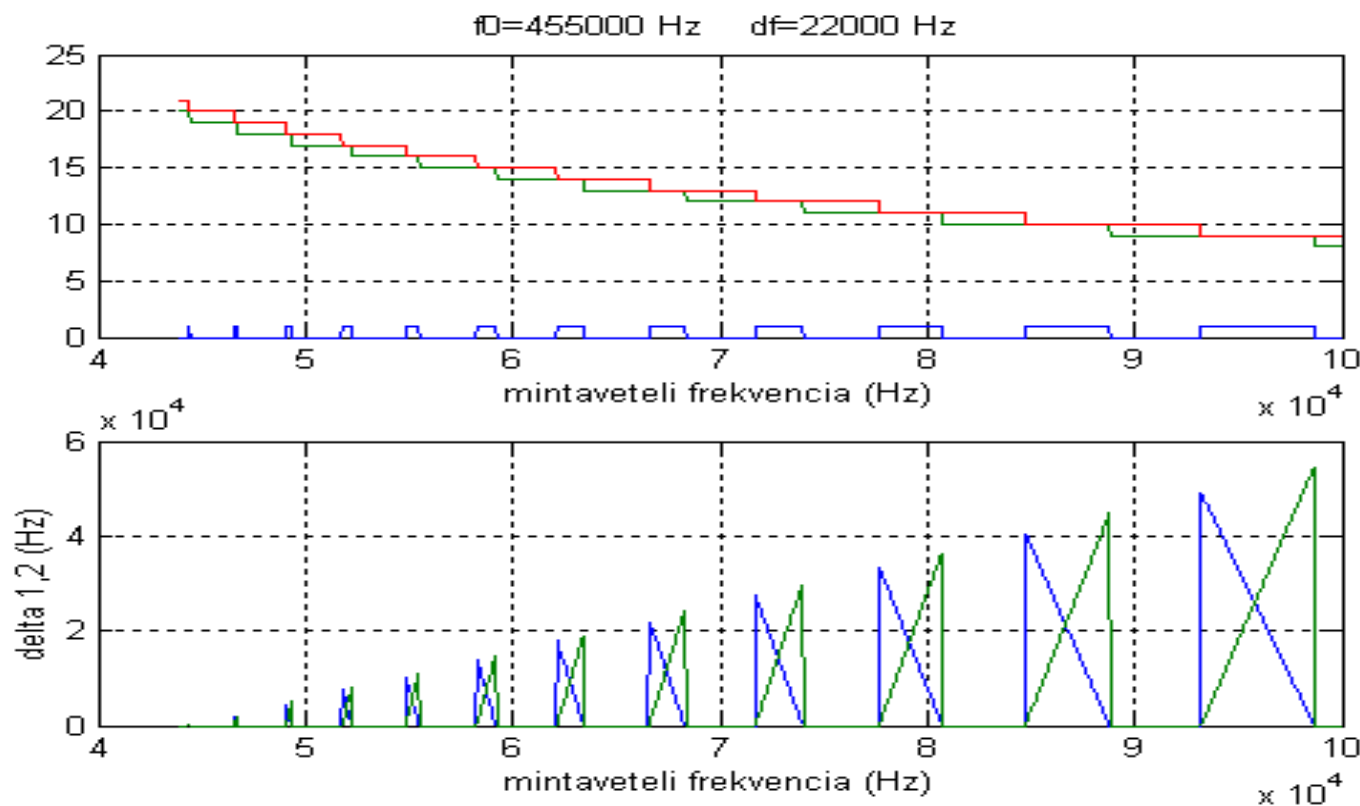
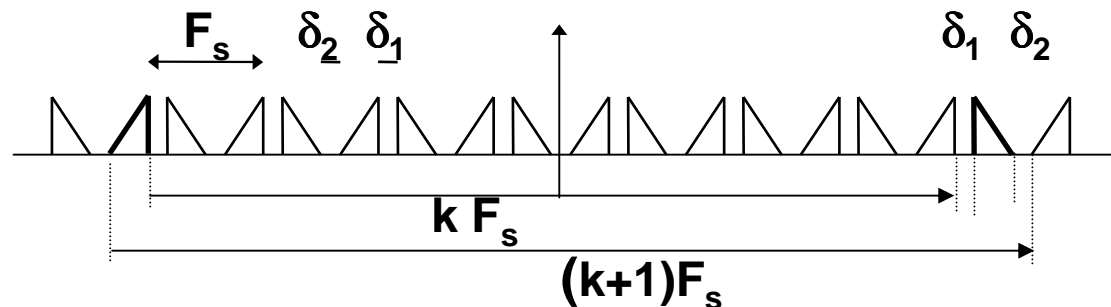
$$k < 2 F_a / F_s,$$

$$\rightarrow k_{max} = \text{floor}(2 F_a / F_s)$$

$$-F_f + (k+1) F_s - \delta_2 = F_f$$

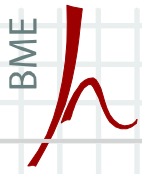
$$k > (2 F_f - F_s) / F_s,$$

$$\rightarrow k_{min} = \text{ceil}((2 F_f - F_s) / F_s)$$



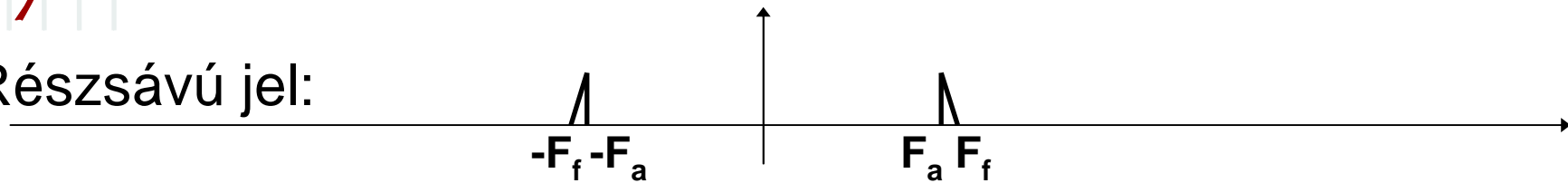
$$F_a = f_0 - df/2$$

$$F_f = f_0 + df/2$$

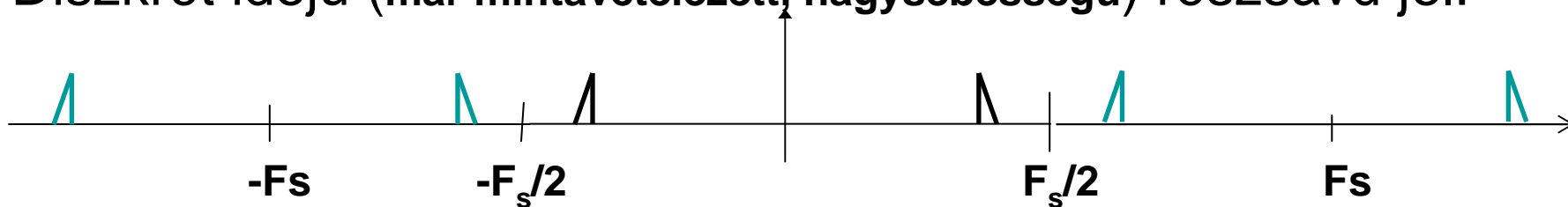


Részsávú jel újra-mintavételezése

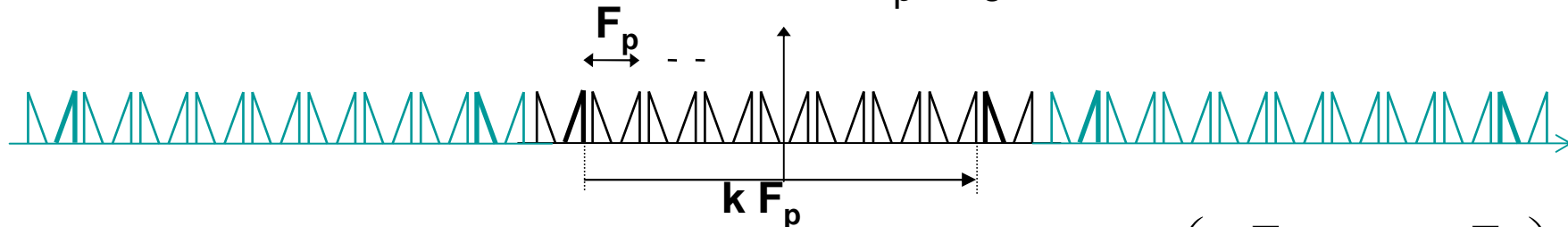
Részsávú jel:



Diszkrét idejű (már mintavételezett, nagysebességű) részsávú jel:

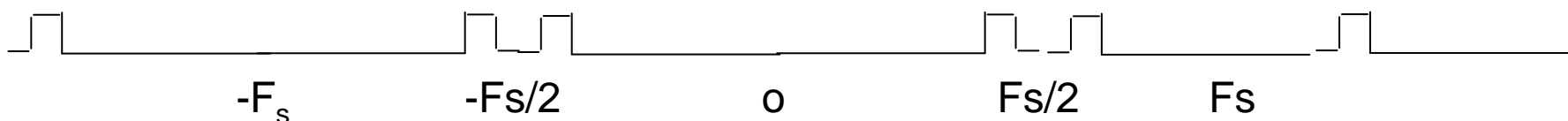


Újra mintavételezett részsávú jel $F_p = F_s/N$:

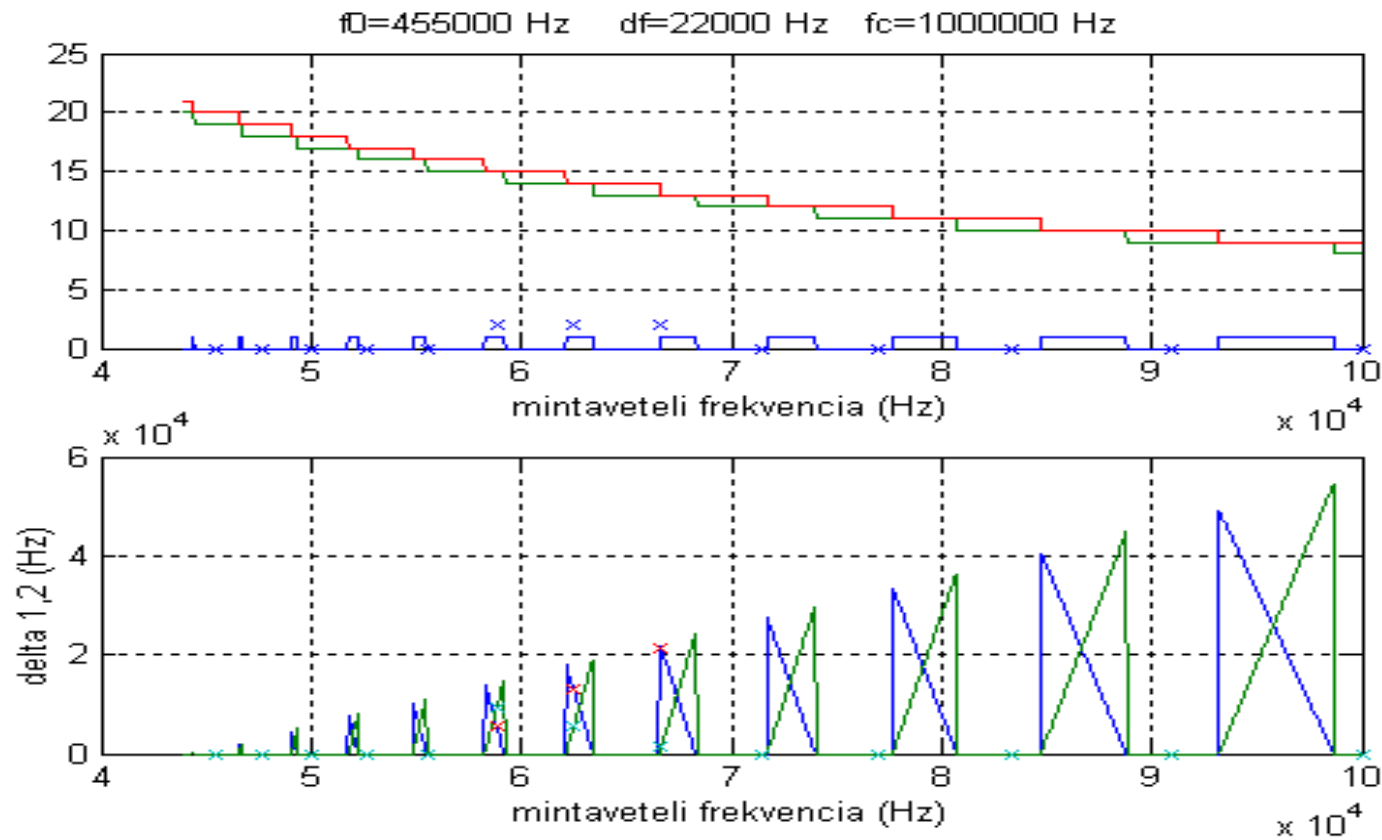


Nincs átlapolódás, ha a spektrum valamely N-ed rendű integer részsávba esik BPF:

$$(F_a, F_f) \subset \left(k \frac{F_s}{2N}, (k+1) \frac{F_s}{2N} \right)$$



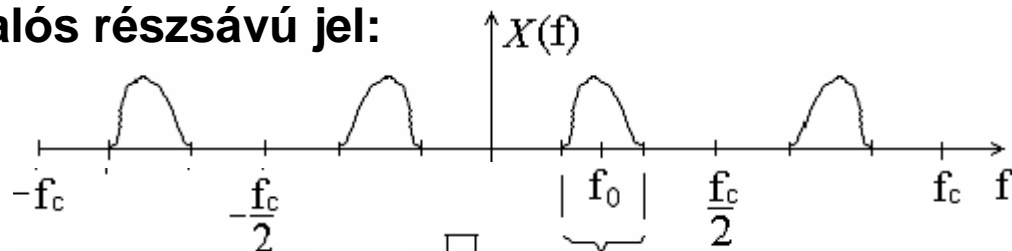
Részsávú jel újra-mintavételezése



$$N \leq \frac{F_s}{2(F_f - F_a)}$$

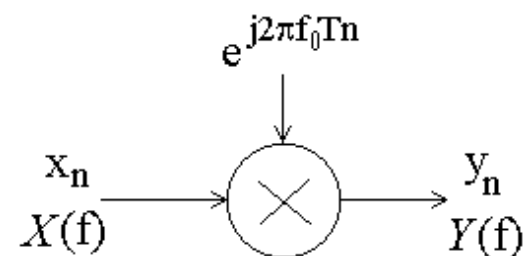
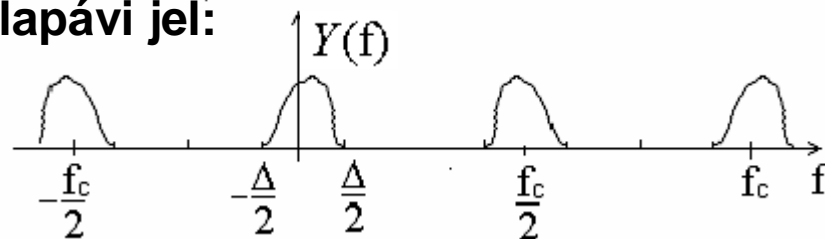
Alul-mintavételezés keveréssel

Valós részsávú jel:

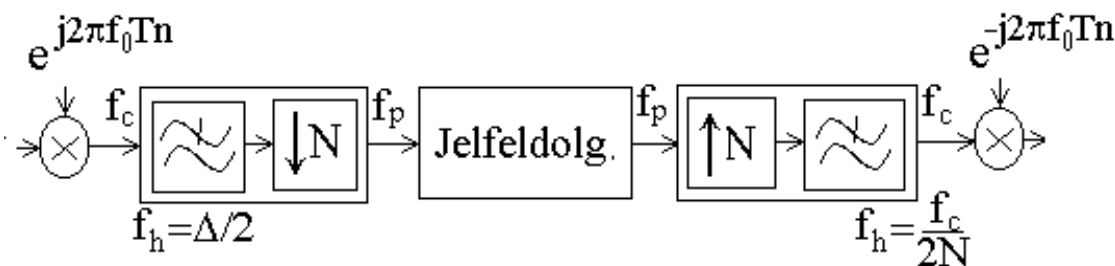
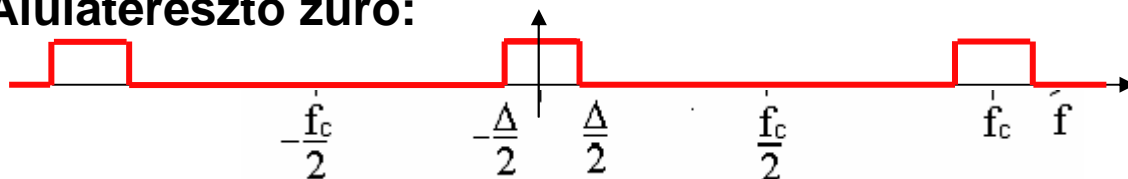


↓ modulálás

Komplex alapávi jel:

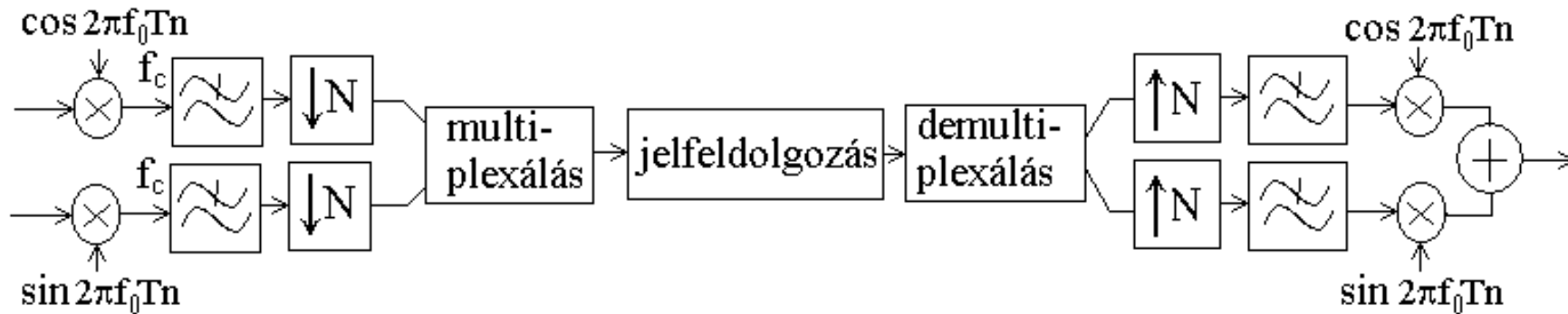


Aluláteresztő zűrő:



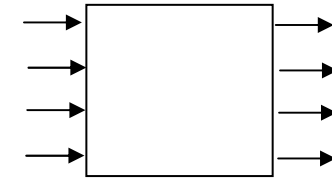
$$N = \text{floor}\left(\frac{f_c}{\Delta}\right) \leq \frac{f_c}{\Delta}$$

Alul-mintavételezés keveréssel



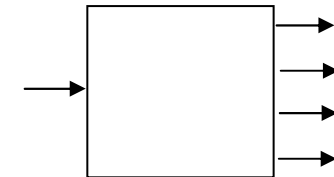
Szűrő bankok

- több bemenetű, több kimenetű
- lineáris, invariáns
- transzfertüggvény mátrix



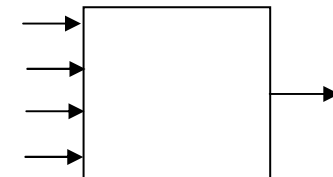
Analízis szűrőbank:

- egy bemenetű
 - **nagysebességű, szélessávú jel**
- több kimenetű
 - **kisebességű, keskenysávú jel-komponensek**



Szintézis szűrőbank:

- több bemenetű
 - **(kisebességű, keskenysávú jel-komponensek)**
- egy kimenetű
 - **(nagysebességű, szélessávú jel)**

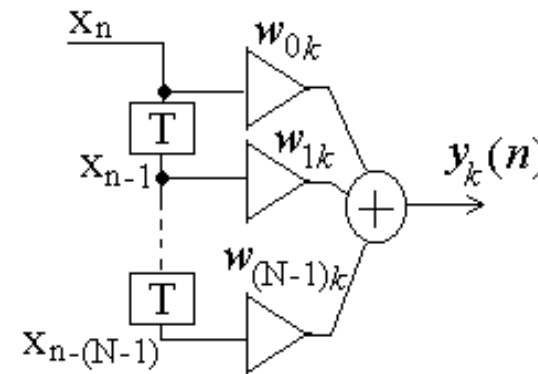
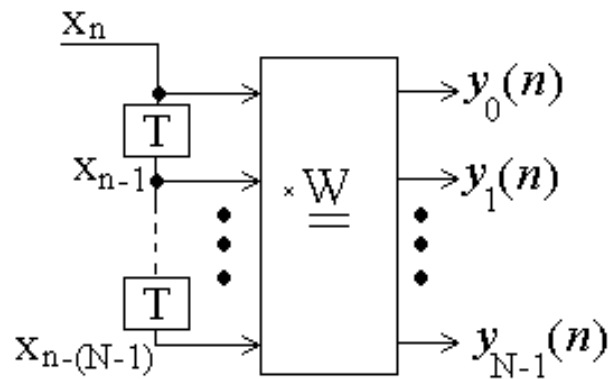


DFT szűrőbank

$$\text{DFT: } \underline{\underline{y}} = \underline{\underline{W}} \cdot \underline{\underline{x}} \quad \underline{\underline{W}} : w_{ik} = \left(e^{-j\frac{2\pi}{N}} \right)^{ik} \quad \underline{\underline{x}} = [x_0 \quad x_1 \quad \dots \quad x_{N-1}]^T$$

$$\underline{\underline{y}} = [y_0 \quad y_1 \quad \dots \quad y_{N-1}]^T$$

mintasebességgel:



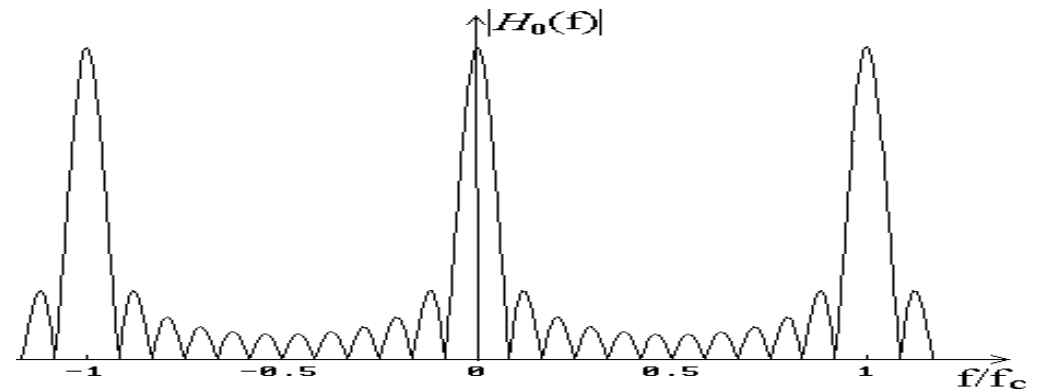
FIR szűrő bank

DFT szűrőbank, mintasebességgel

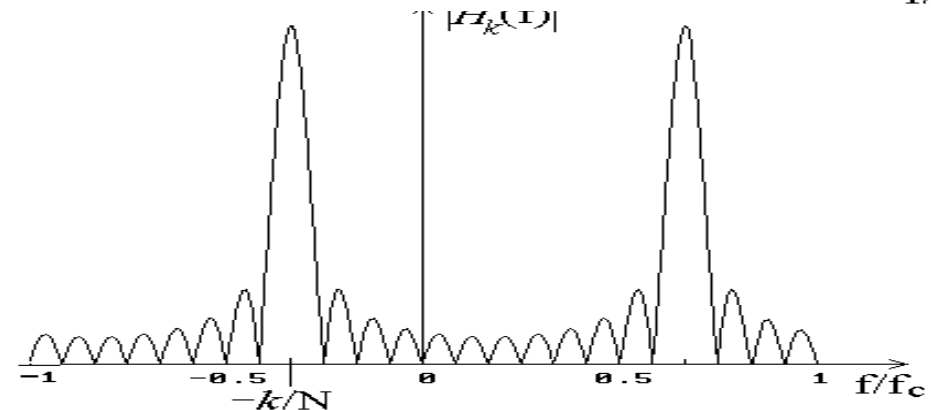
$$\underline{\underline{W}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & \left(e^{-j\frac{2\pi}{N}} \right)^{1 \cdot 1} & \dots & \left(e^{-j\frac{2\pi}{N}} \right)^{1 \cdot (N-1)} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & \left(e^{-j\frac{2\pi}{N}} \right)^{(N-1) \cdot 1} & \dots & \left(e^{-j\frac{2\pi}{N}} \right)^{(N-1) \cdot (N-1)} \end{bmatrix}$$

$$H_0(z) = 1 + z^{-1} + \dots + z^{-(N-1)} = \frac{1 - z^{-N}}{1 - z^{-1}}$$

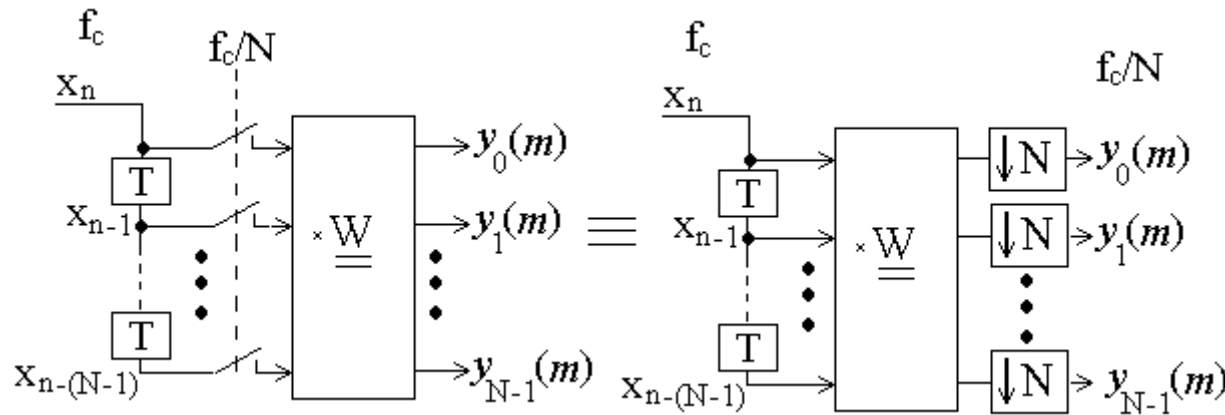
Aluláteresztő:



sávszűrő:



DFT szűrőbank, blokksebességgel

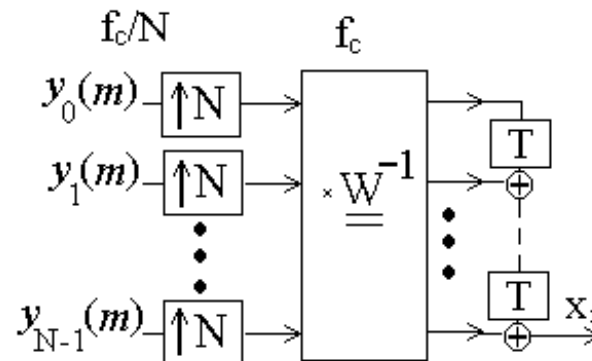
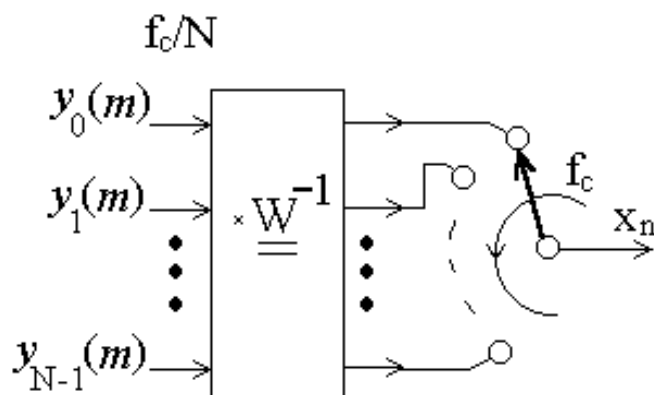


Minden részsáv a

$$\left[-\frac{f_c}{2N}, \frac{f_c}{2N} \right]$$

alapsávba keveredik, számottevő átlapolódásokkal

DFT szintézis bank:

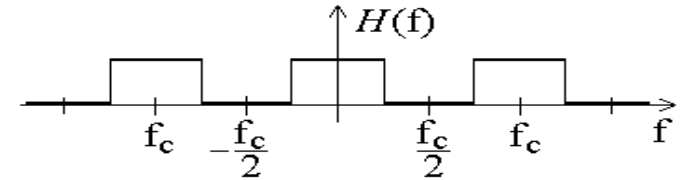


QMF szűrőbank

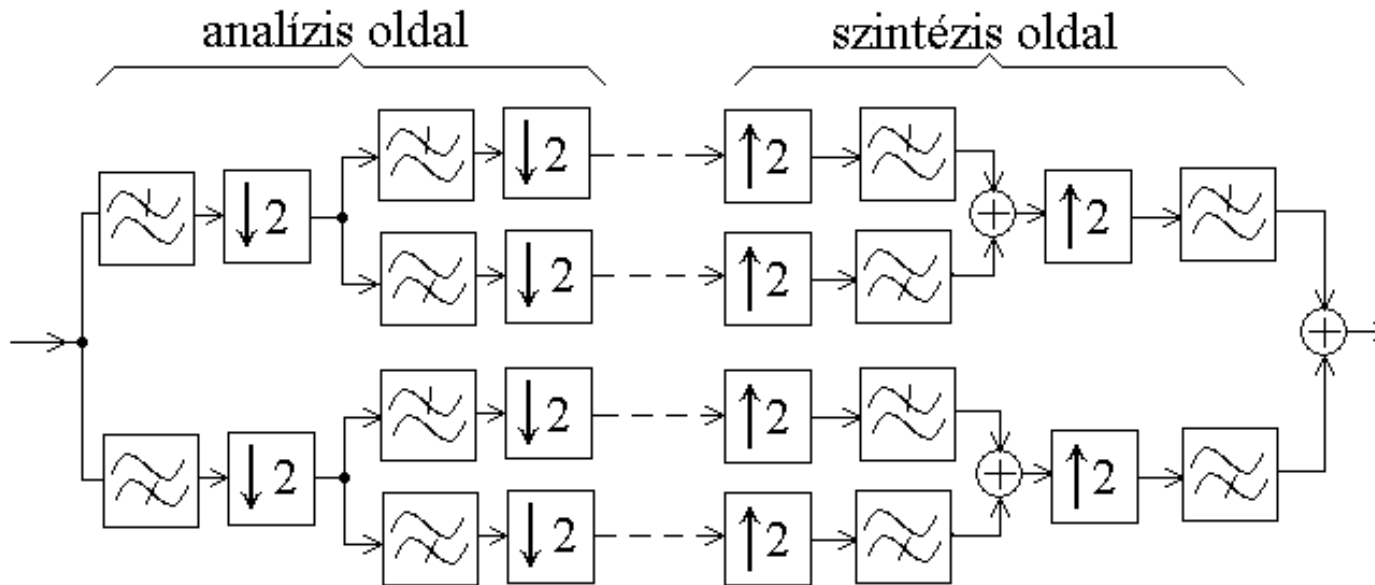
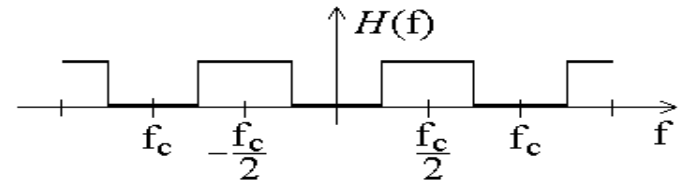
Elvek:

- radix 2:
 - felezés, duplázás
- oktáv szűrők
- kaszkád, fa struktúra

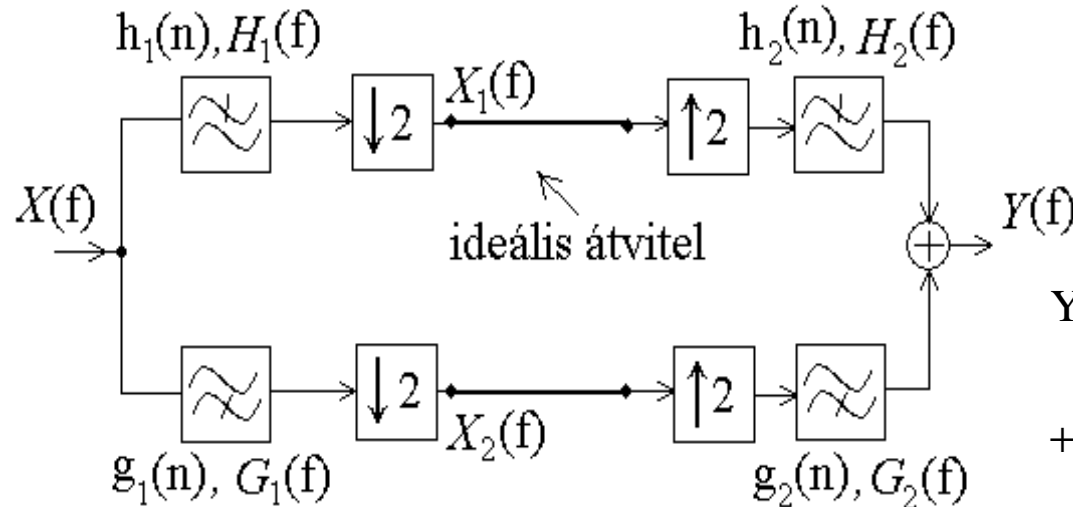
alul
áteresztő



felül
áteresztő



Analízis:



$$X_1(f) = \frac{1}{2} \left(X(f) \cdot H_1(f) + X\left(f - \frac{f_c}{2}\right) \cdot H_1\left(f - \frac{f_c}{2}\right) \right)$$

$$X_2(f) = \frac{1}{2} \left(X(f) \cdot G_1(f) + X\left(f - \frac{f_c}{2}\right) \cdot G_1\left(f - \frac{f_c}{2}\right) \right)$$

$$Y(f) = \frac{1}{2} X(f) [H_2(f) \cdot H_1(f) + G_2(f) \cdot G_1(f)] + \frac{1}{2} X\left(f - \frac{f_c}{2}\right) \cdot \left[H_1(f) \cdot H_2\left(f - \frac{f_c}{2}\right) + G_2(f) \cdot G_1\left(f - \frac{f_c}{2}\right) \right]$$

Átlapódás mentesség:

$$H_1(f) \cdot H_2\left(f - \frac{f_c}{2}\right) + G_2(f) \cdot G_1\left(f - \frac{f_c}{2}\right) = 0$$

Lin. torzítás mentesség:

$$H_2(f) \cdot H_1(f) + G_2(f) \cdot G_1(f) = 1$$

Méretezés

- kiindulás:
 - adott egy reális (oktáv, aluláteresztő) prototípus szűrő: $h_0(n)$, $n=0\dots(N-1)$, $H_0(f)$

- $h_1(n) = h_0(n)$, $H_1(f) = H_0(f)$
- $g_1(n) = (-1)^n h_0(n)$, $G_1(f) = H_0(f - f_c/2)$
- $h_2(n) = h_0(n)$, $H_2(f) = H_0(f)$
- $g_2(n) = -(-1)^n h_0(n)$, $G_2(f) = -H_0(f - f_c/2)$

Nincs átlapolódás!

Torzítás mentesség:

$$H_0^2(f) + H_0^2\left(f - \frac{f_c}{2}\right) = 1$$

