

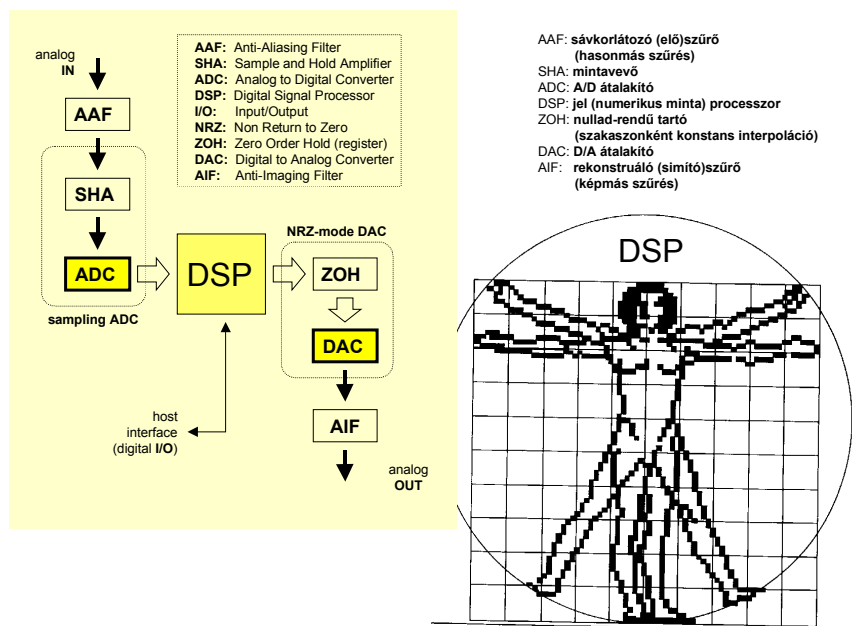
Analóg "átjáró"

"Going digital" is not a panacea [K. Self]

Az információ tárolás, feldolgozás, megjelenítés és átvitel **digitális (D)** formái igen előnyösek; vannak azonban lényeges információ források és felhasználások (érzékelők, beavatkozók; hang, kép), amelyek eleve **analóg¹ (A)** természetűek

A szükséges tartomány váltás (az "átjárás") *közvetlen* fizikai eszközei az ún. "adat"konverterek : az **A/D és D/A átalakítók**, és ezek gyakran dominánsan meghatározzák a digitális jelfeldolgozó rendszer struktúráját, sajátosságait.

A bemeneti jeldigitalizáló (front-end, analog-in-port, acquisition, capture, measurement) hozza létre a digitális formát: a jelet leíró numerikus mintákat, a kimeneti jelrekonstruáló (back-end, analog-out-port, synthesis, exporting, generation) állítja vissza a jelalakot: az analóg formát



Mixed Analog-Digital (MAD) signal processing

A megvalósítás (elsősorban az *analóg* áramkörti technológia) korlátait és az alkalmazások (különösen a specifikus jelek) eltérő igényeit tükrözi az átalakítók sokfélesége². Alapvetően eltérő a nézőpontja a rendszer (jelfeldolgozó algoritmus) illetve áramkör (fizikai eszköz, technológia) tervezőnek

Az interfész jellegéből adódóan, az adatkonverterek **kevert (mixed) jelű** eszközök; rendszerbe integrálásukat - a főként *digitális* technológiát alkalmazó "beágyazott" változatokat (embedded converter, „macrocell”) - a megbízhatóság, ár, méret, fogyasztás és a teljesítőképesség javítása motiválja (és másolásuk is nehezebb)

¹ Közkeletű *mítosz*, hogy az analóg (amplitúdóban és időben *folytonos*) jel mindkét tartományban "végtelen" felbontású (modell hipotézis); valójában a célszerű amplitúdó felbontásra határt szab a - *hasznos* sávától is függő - jel/zaj arány, az idő felbontást pedig korlátozza az alkalmazott áramkörök átviteli képessége

² Könnyen zavarba is hozza a járatlan felhasználót az architektúrák és realizálások meglepő bősége, az elnevezések (piaci hatást, technológiát ill. speciális alkalmazást is tükröző) változatossága és a gyors generáció váltás. Segíti - a nem könnyű - eligazodást és *optimális* választást, ha tudjuk: "hogyan teszi a dolgát" az átalakító

A/D átalakítás (ADC): digitalizálás numerikus minta képzés

Az A/D átalakítás három művelet: mintavétel, arány kvantálás és kódolás együttese; az eredmény értékben és időben is diszkrét³.

Az x analóg bemenet (**jel**, fizikai mennyiség) és a N digitális kimenet (adat, **numerikus minta**) *metrikai* kapcsolata

$$\left(\frac{x}{\Delta x}\right) + e = N$$

ahol Δx : mértékegység (analóg **referencia**), $x/\Delta x$: arány (valós szám), N : mérőszám (**egész**),
 e : **hiba** (valós)

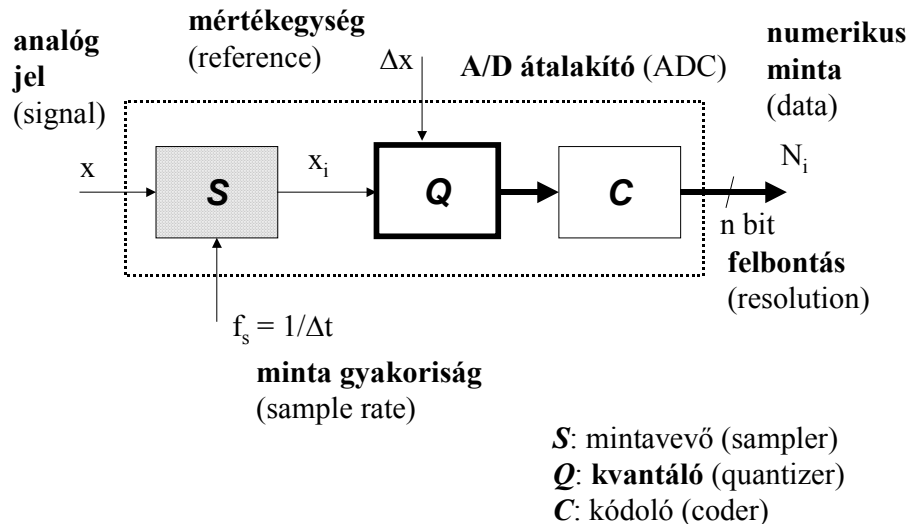
Jelfolyam diagram (rendszer szint, "fekete doboz")

alapfunktio: **osztás és kerekítés** (*egyenletes*, Δx felbontású skalár kvantálás)

plusz műveletek: a mérőszám kódolása (fixpontos *bináris* kód): **n bit**, és

"beágyazott" mintavétel (véges az átalakítási idő; *egyenletes*, $\Delta t = 1/f_s$ időközök):

f_s gyakoriság



A kvantálás (diszkrét-amplitúdó) a pontosságot, a mintavétel (diszkrét-idő) a sáv szélességet korlátozza; a teljesítmőképességet jól "méri" - és így az eszközök *összehasonlításához* kiinduló adat lehet - az **információ átviteli kapacitás** (ITC: information transfer capacity):

$$2^n \cdot f_s = \frac{2^n}{\Delta t}$$

A két (alap)paraméter egyidejű javítása a gyakorlatban egymásnak *ellentmondó* követelmény (elvi - és ma még távoli - limit a "határozatlansági reláció", lásd 1.7 feladat). Jellegetesen eltérő kategóriát képviselnek a finom felbontású illetve a nagy mintagyakoriságú átalakítók (lásd 24. oldal). Egy "univerzális" átalakítótól az várható, hogy "ebből is egy kicsit, abból is egy kicsit"

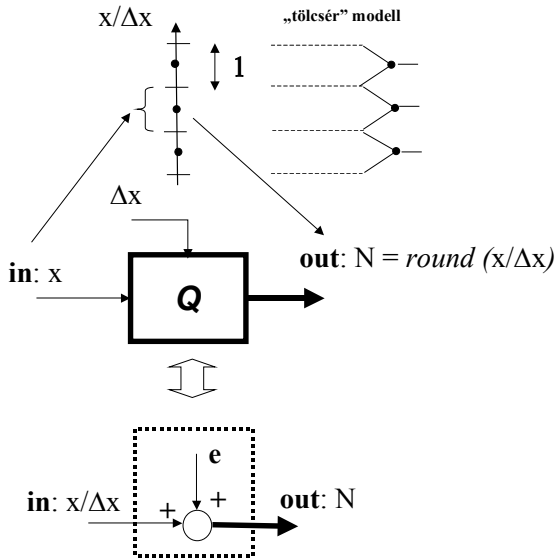
Általában Δx konstans és "beépített" ("onboard" reference). Ha speciálisan a referencia *változhat* - mint egy második (!) analóg bemenet, a megnevezés: **aránymérő A/D** (ratiometric ADC)

³ Az "amplitúdó-idő" kétdimenziós tér **rácspontjaira** történő **leképzés** az A/D átalakítás feladata. Az amplitúdó leképzési funkciót, szokásosan, transzfer karakterisztikával definiáljuk (lásd 1.6 feladat). Ez az összefoglaló csak az **egyenletes** mintavétel és kvantálás esetét tárgyalja

Kvantálás

Determinisztikus, *intervallumot (quantization cell)* jelölő⁴ művelet az **egyenletes** kvantálás, amely - természetéből adódóan - **vesztéséges** információ kompresszió:

"valós → egész szám" leképezés (kerekítés; "many-to-one" mapping)



Hatása *additív* hibaforrásként tekinthető: a hiba **bemenet-függő**, de tartománya korlátozott

$$e = N - \left(\frac{x}{\Delta x} \right) \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right)$$

Hibabecslés (a kvantálás elmélete)

- **determinisztikus**: *nemlineáris* leírás

- **statisztikus** (sztochasztikusan *lineáris* modell): ha a jel amplitúdó eloszlásának karakterisztikus függvénye (a sűrűségfüggvény Fourier transzformáltja⁵) korlátos - azaz véges tartójú - akkor az **hiba egyenletes** amplitúdó eloszlású (a $-1/2, 1/2$ tartományban) és spektrálisan **fehér zaj** (a Nyquist sávban: az $f_s/2$ tartományban), az aktuális *bemenettől függetlenül* (kvantálási tétel ⁶)

A teljes **zaj teljesítmény** - az amplitúdó eloszlás varianciája (szórásnégyzete)

$$P_Q = \frac{(\Delta x)^2}{12}$$

nem függ az f_s mintavételi frekvenciától, és *visszaállíthatók* (!) a bemenet **átlagos** jellemzői (a várható értékek, mint pl. az átlagérték vagy szórás)

Megjegyzés: általánosan a kvantálás az *adat-kompresszió* elmélete és gyakorlata; speciálisan A/D átalakításnál a "fix-felbontású, **skalár** (egyedi minták)" eset alapvető.

A leképezési szabály megadása vagy optimalizálása **rendszer** tervezési feladat. A *round()* művelet (a "legközelebbi társ" szabály) pl. igen *praktikus* eljárás: az intervallumot (code bin) jelölő index maga a kód (binary encoder). A megvalósítás az **eszköz** tervező dolga

⁴ Nem tudjuk tehát *pontosan* (hiba-mentesen), hogy a kimenő kódot *melyik* aktuális *bemenő érték* generálta („fuzzy” input), a numerikus minta - ideális esetben is - csak az arány közelítő értéke

⁵ Ahogyan a *mintavétel* leírása a transzformált (→ spektrum) tartományban szemléletes, hasonlóan a *kvantálás átlagos* (statisztikai) hatásának becslése is "tartomány-váltással" (→ a karakterisztikus függvényt használva) hatékony

⁶ Praktikusan igen **jó** becslés a kvantálási tétel, ha "a bemenet *elegendően összetett* (spektrumú) jel és *megfelelő* a mintagyakorosság, *kielégítő* a felbontás" (→ közel korrelálatlan minta hibák).

Igen **rossz** a becslés pl. egyszerű periódikus, kis-szintű (durva felbontású) jel vagy konstans jel esetén

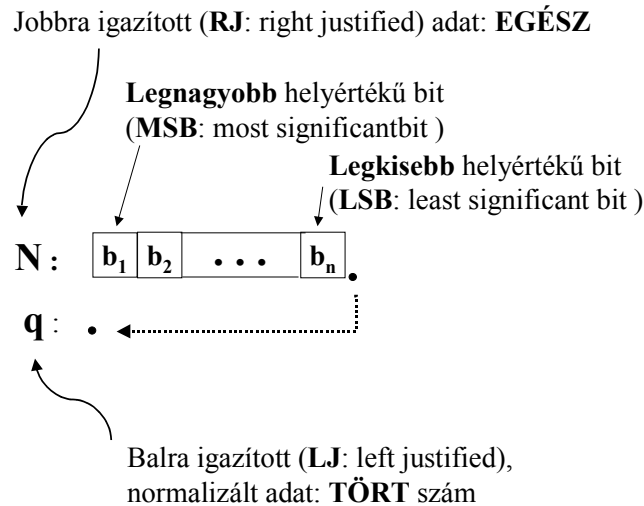
Kódolás

Fixpontos, **bináris** kód: **n bit**⁷ (felbontás korlát !)

A bináris pont helyétől függően a numerikus minta *értelmezése* (változatlanok a bit értékek)

$$N = \sum_{i=1}^n b_i \cdot 2^{n-i} = 2^n \cdot \left(\sum_{i=1}^n b_i \cdot 2^{-i} \right) = 2^n \cdot q$$

ahol $b_i = 0,1$ a bit értéke, $0 \leq N < 2^n$ **egész** szám, és $0 \leq q < 1$ **tört** szám (*normalizált adat*);
a választott futó *index*: **i = 1** → **MSB** (és $i = n$ → **LSB**)



Az átalakító véges szóhossza miatt, **telítésmentes** működéshez (→ a hiba: $|e| < 1/2$), korlátozott az analóg bemenet - a leképzés - tartománya

A/D algoritmus (= *osztási* algoritmus, lásd 46. oldal): bit **keresés**

- (1) **1** (vagy **több**) lépés: **word** (partial word: **character**)-**at-a-time**
- (2) **n** lépés (bináris keresés): **bit-at-a-time**
- (3) $\max 2^n$ lépés (lineáris keresés, számlálás): **level-at-a-time**

Megjegyzés: elvileg egyetlen A/D módszer is elegendő lenne (optimális: 1 lépés → 'brute-force full search', nickname: 'flash'). Praktikus okok - a realizálások (a technológiák) korlátai és az alkalmazások speciális igényei - miatt szükséges különféle A/D eljárások kidolgozása

A *több* lépéses (szekvenciális) algoritmusok komplexitását csökkent(het)i az előző lépésben nyert információ kihasználása (sőt, a hardver elemek nagy része akár újra is használható lépésről lépésre). Az átalakítás sebessége (a minta[szó]-gyakoriság: **word rate**) azonban *fordítva* arányos a lépések számával.

Fokozatonként analóg *memória* közbeiktatásával, párhuzamosítható az egyes fokozatok műveletvégzése (analóg **pipelining**), így csak *egy* fokozat⁸ korlátozza az átalakító átviteli képességét (word-rate) - a kezdeti terjedési késleltetés (**latency**) persze megmarad

⁷ A bit-szám (**n**) - digit-szám (**d**, decimális kód) "ekvivalencia" a $2^n = 10^d$ összefüggésből számítható

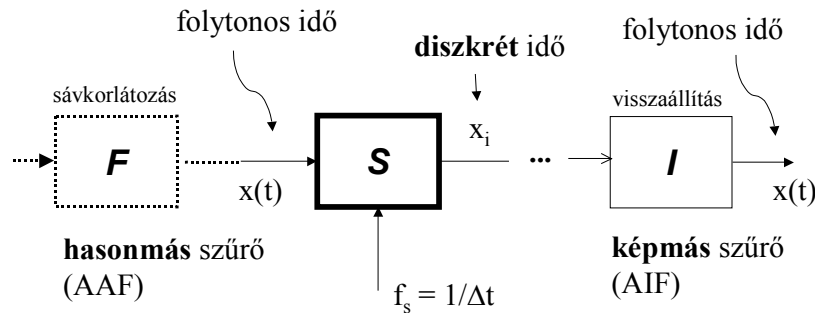
⁸ a fokozatok *különböző* (!) - egymást követő - mintákat kezelnek, a módszer tehát **folymatos** mintavételezésnél növeli **radikálisan** a mintagyakoriságot

Mintavétel

From a converter point of view, performance is divided into Nyquist zones [B. Brannon]

Periódikus spektrumot, $f_s = 1/\Delta t$ egész többszörösei centrummal megjelenő *képmásokat (images)* eredményez az **egyenletes** mintasorozatot produkáló pillanatérték(pont)-mintavétel, amely megfordítható (elméletileg) - a művelet **veszteségmentes**, ha a jel sávkorlátozott (mintavételi tétel)

Nem lép fel spektrum átlapolódás, ha a bemenet sávja kisebb $f_s/2$ -nél (Nyquist-zóna); a Nyquist-szabály megsértése *hasonmás* komponensek fellépésével jár (**aliasing**, lásd 4.4 feladat)



pont - mintavétel:

$$x_i = x(t) \Big|_{t=i\Delta t}, \quad i=0, 1, 2, \dots$$

F: elő-szűrő (pre-filter)

S: mintavevő (sampler)

I: interpoláló (interpolator),

A mintapontok közötti érték visszaállítás (mintasúrités, interpoláció) **algorithmusa**⁹:

$$x(t) = \sum_{i=-\infty}^{i=\infty} x_i \cdot \text{SINC}\left(\frac{t}{\Delta t} - i\right), \quad \text{ahol} \quad \text{SINC}(y) = \frac{\sin(\pi y)}{\pi y}$$

és ennek (az időtartománybeli konvolúciónak) megfelelő *analóg hardver* eszköz (a frekvencia tartományú szorzás): *ideális aluláteresztő* szűrő (AIF).

Véges mintaszám esetén **koherens** mintavétel - periódikus jel egész (J) számú periódusából vett egész (M) számú minta (→ M periódicitású minta-sorozat) - ad *perfekt* visszaállítást

Gyakorlati okok, pl. a bemeneti sávkorlátozó (AAF) illetve a visszaállító (rekonstruáló, AIF) *analóg szűrő realizálása* miatt célszerű enyhé **"túl"mintavételezés** (a Nyquist korlátot meghaladó mintagyakoriság), ilyen esetben pl. *diszkrét-idejű* szűrő, vagy akár *digitális* szűrő is enyhítheti az analóg szűrő követelményeit (nonzero-width transition band).

A mintagyakoriság helyes megválasztása a feldolgozó algoritmus(ok) ismeretét is megköveteli, maga a mintavételi tétel a jelalak (hullámforma) visszaállítására ad kötést (lásd 1.3a feladat)

Megjegyzés: számos esetben **külső**, a "beágyazott" mintavételt kiváltó - és a matematikai (pont) mintavételt nagy hűséggel megvalósító - "igazi" mintavevőt (**SHA:** sample and hold amplifier) vagy követő/tartót (**THA:** track and hold amplifier) kell alkalmazni (*analóg* memória). Egyszerűsíti az alkalmazások dolgát az A/D átalakítóval *egybeépített* mintavevő (sampling ADC)

⁹ Egy (pont)minta "hozzájárulása" a jelhez: minta-középpontú, a mintával skálázott és a mintagyakorisághoz illesztett (a többi minta helyén zérus értékű) SINC függvény.

A **SINC** interpoláció ("végtelen összegzés") helyett a gyakorlatban *közelítő* (pl. szakaszonként **konstans**, vagy lineáris, spline, csonkított SINC) visszaállítást alkalmazunk

D/A átalakítás (DAC): rekonstrukció jel(alak) visszaállítás

A D/A átalakítás két művelet: **tartás** és **hibrid szorzás** együttese; az eredmény időben folytonos. A **N** digitális bemenet (adat, **numerikus minta**) és az **x_o** analóg kimenet (**jel**, fizikai mennyiség) **metrikai** kapcsolata

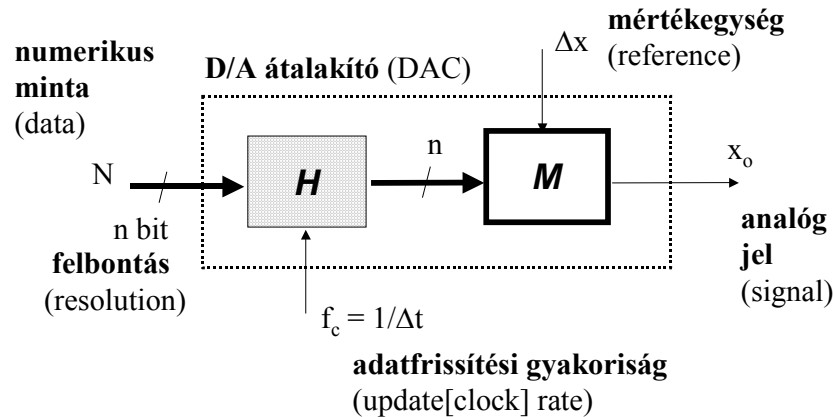
$$x_0 = N \cdot \Delta x = \sum_{i=1}^n b_i \cdot \frac{(2^n \cdot \Delta x)}{2^i}$$

ahol Δx : mértékegység (analóg **referencia**), **N** : mérőszám (egész, *fixpontos* bináris kód: $b_i = 0,1$ a bit értéke) - **n bites** adat

Jelfolyam diagram (rendszer szint, "fekete doboz")

alapfüggvény: **hibrid szorzás** ("one-to-one" mapping, point map)

plusz művelet: egyszerű **tartás** (diszkrét \rightarrow folytonos idő átalakítás; *egyenletes* $\Delta t = 1/f_c$ időközök), **f_c gyakoriságú** adatokból



H: tartó (hold)

M: szorzó (multiplier)

D/A algoritmus (= *szorzási* algoritmus, lásd 43. oldal): referencia növekmény **összegzés**

- (1) párhuzamos: **word-at-a-time** (single clock cycle)
- (2) soros (szekvenciális): **bit-at-a-time**

Megjegyzés: az ideális D/A **hibamentes**; viszont a bemenő adat kvantálási hibát tartalmaz(hat): "*beágyazott*" kvantálás (pl. az ideális A/D \rightarrow D/A pár átvitele: $\Delta x \cdot \text{round}(x/\Delta x)$), tehát az A/D átalakító miatt információ veszteséges), az egyszerű *tartás* - azaz konstans interpoláció - pedig kompenzálható spektrum csillapítást okoz

Általában Δx konstans és "beépített" ("onboard" reference). **Szorzó D/A** (MDAC: multiplying DAC) a megnevezés, ha speciálisan a referencia *változhat* (rögzített **n** bittel a $2^n \cdot \Delta x = X_{FS}$ érték módosítható: analóg jelet skáláz az átalakító, lásd **1.2** feladat)

Bipoláris D/A (bipoláris adat: "két-negyedes szorzó")

(a) Az unipoláris D/A kimenete, **n bites** numerikus minta esetén

$$x_o = N \cdot \Delta x = \frac{N}{2^n} \cdot (2^n \cdot \Delta x) = q \cdot X_{FS}$$

és a *bináris pont* helyétől függ az adat ($0 \leq N < 2^n$ **egész** szám, illetve $0 \leq q < 1$ **tört** szám¹⁰) és az *analóg* referencia (Δx **felbontás**, illetve $X_{FS} = 2^n \cdot \Delta x$ **tartomány**) értelmezése

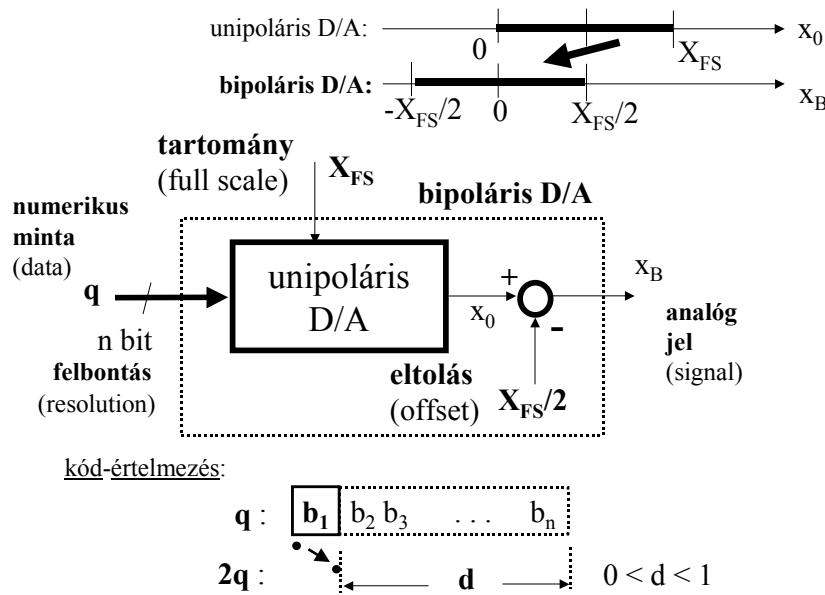
A választott véges analóg tartomány (X_{FS} : full scale) és szóhossz (n bit) értékkel "kiadódik"(!) a

$$\Delta x = \frac{X_{FS}}{2^n}$$

felbontás (mértékegység, lásd **1.5** feladat), ahol X_{FS} *virtuális* szint (a kimeneten, mert $q < 1$), a kimenet *valódi* maximális értéke ($N_{max} = 2^n - 1$ bemenetnél)

$$x_{o_{max}} = X_{FS} - \Delta x = X_{FS} \cdot \left(1 - \frac{1}{2^n}\right)$$

(b) Bipoláris D/A egyszerű analóg **szint-eltolás** ("MSB offset") művelettel realizálható¹¹, és csak az adat kódolást kell "újra"értelmezni



A *bipoláris D/A* kimenete, **n adat-bit** bemenettel

$$x_B = x_o - \frac{X_{FS}}{2} = 2q \cdot \left(\frac{X_{FS}}{2}\right) - \frac{X_{FS}}{2} = (b_1 + d) \cdot \frac{X_{FS}}{2} - \frac{X_{FS}}{2} = ((b_1 - 1) + d) \cdot \left(\frac{X_{FS}}{2}\right)$$

és az "előjel"bit ($b_1 = \text{MSB}$) értékétől függően

- (1) $b_1 = 1 \rightarrow x_B = d \cdot (X_{FS}/2) \dots$ **pozitív**
- (2) $b_1 = 0 \rightarrow x_B = - (1 - d) \cdot (X_{FS}/2) \dots$ **negatív**

vagyis a (digitális aritmetikában is) szokásos *komplement* (bipoláris) kódú adat szükséges, de *fordított előjelbit* értékkel (egyszerű MSB *invertálás*) \rightarrow offset kód

¹⁰ A tört számmal való szorzást tekinthetjük "referencia (meg)osztásként" is

¹¹ Ritkább típus az "előjel és abszolút-érték" kódolású adat átalakító ("sign - magnitude" converter)

Tartás

Rekonstrukciónál, a mintapontok közötti értékek becslésére : a diszkrét \rightarrow folytonos idő át-alakításra („undo” sampling), kézenfekvő és **egyenletes** f_c gyakoriságú adatfrissítés esetén igen *praktikus* módszer a szakaszonként konstans interpoláció (tartás, **ZOH**: zero-order hold), amelyet egyszerű **hardver** eszköz: digitális **regiszter** realizál

Ez az **NRZ**: non-return-to-zero ("lépcsős" hullámformát generáló) üzemmód *nem* tünteti el (nem "szűri ki") a képmásokat, csak "burkoló"(roll-off) típusú spektrum csillapítást ad (sajnos a hasznos sávban is, tehát *torzítást* okoz)

$$\frac{\sin x}{x}, \quad \text{ahol} \quad x = \pi \cdot \left(\frac{f}{f_c} \right)$$

formával ($\Delta t = 1/f_c$ a tartási idő); f_c egész számú többszöröseinél *zérusok* (éles "leszívások") lépnek fel és közel **-4dB** a csillapítás Nyquist ($f = f_c/2$) frekvencián

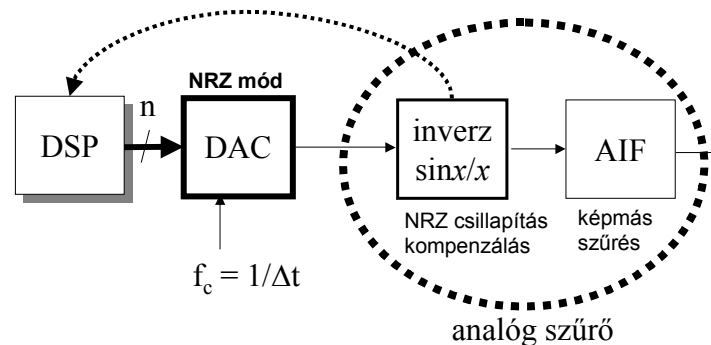
Rövidítve a tartási időt, az ún. **RZ**: return-to-zero("pulzus" hullámforma) üzemmódban, csökkenthető az alapsávi spektrum Nyquist-frekvencia közeli csillapítása.

Például, az egyszerűen realizálható **HOH**: half-order hold ($\Delta t/2$ tartási idő) esetén a burkoló *zérusai* $2 \cdot f_c$ többszöröseinél adódnak és csak **-1dB** az amplitúdó változás az alapsávban.

Viszont kisebb a hasznos sávon kívüli (out-of-band) csillapítás, változatlan (jel)amplitúdó mellett pedig lecsökken a teljesítmény - ez korrigálható, konstans (gain) spektrum csökkenést okoz

Megjegyzés: a "lépcsős" (vagy véges szélességű "pulzus") hullámforma üzemmód *megoldja* azt a gyakorlati problémát, hogy elvileg pont(pillantérték)-mintákat igényelne a visszaállítási (interpolációs) algoritmus. (Numerikusan persze számolhatunk zérus-szélességű mintával, praktikusan azonban csak véges-szélességű minta realizálható.)

A hasznos sávban okozott spektrum csillapítás "**inverz $\sin x/x$** " szűrővel *kompenzálható* az analóg tartományban - pl. összevonva az "igazi" képmás (rekonstruáló) szűrővel, vagy akár előzetesen is elvégezhető a korrekció a digitális tartományban (digitális „előtorzítás”)



Feladatok - 1

1.1 RZ (return-to-zero: "R2Z") módú D/A átalakító.

Vezessük le a fellépő amplitúdó-spektrum csillapítás frekvencia függését, legyen a tartási idő értéke: τ ($\leq \Delta t$). Szemléltessük a speciális ZOH ("NRZ mode"): $\tau = \Delta t$ és HOH ("zero stuffing"): $\tau = \Delta t/2$ eseteket. És mi a helyzet a fázissal?

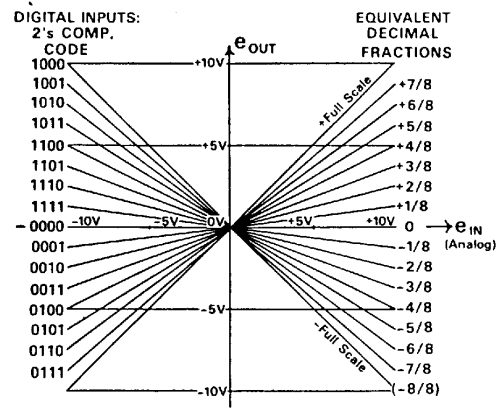
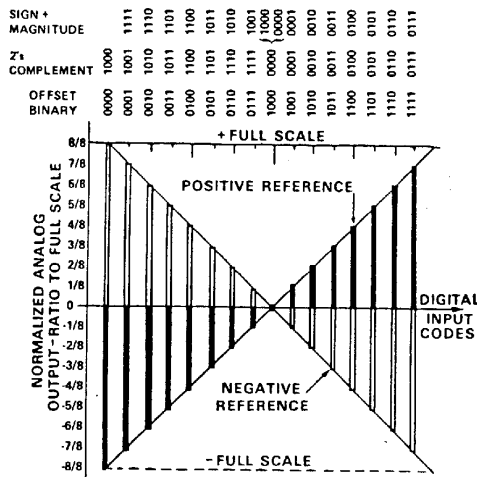
Megjegyzés: a tartás transzfer függvényének „ Δt szorzó faktora” és az egyenletesen mintavételezett diszkrét idejű jel spektrumának „ $1/\Delta t$ szorzó faktora” kiegyenlíti (!) egymást (ezért ettől eltekinthetünk)

1.2 Szorzó D/A (MDAC) átvitele.

Az *értelmezést* segíti az alábbi két ábra [D. Sheingold, 1972], a bemenet 4 adat-bit:

KÉT-negyedes szorzó D/A (2Q MDAC)

NÉGY-negyedes szorzó D/A (4Q MDAC)



Y (\uparrow): jel kimenet, X (\rightarrow): bipoláris adat,
a fix referencia: pozitív (vagy negatív értékű)

Y (\uparrow): jel kimenet, X (\rightarrow): bipoláris analóg jel bemenet,
a "paraméter" (gain): komplement kódú bipoláris adat

A két-negyedes (2Q: 2-quadrant) transzfer karakterisztika két *különálló* (!) esetet szemléltet egy ábrán. A négy-negyedes (4Q) eszköz analóg jelet skáláz (programozható csillapító): *változó*, bipoláris analóg jel helyettesíti a fix referenciát, átfogva a teljes (itt ± 10 V) tartományt. Miért aszimmetrikus az átvitel (pl. pozitív referenciánál *virtuális* "+ Full Scale")?

1.3 (a) Kontrollált alulmintavételezés ("keskenysávú" mintavételi tétel).

Legyen a bemenő jel spektruma az (f_L , f_H) tartományban: $B = f_H - f_L$ a hasznos sáv ($f_H > f_L$). Igazoljuk, hogy átlapolás-mentes (aliasing free) spektrumhoz a mintavételi gyakoriság (f_s) értéke

$$\frac{2}{k} \cdot \left(\frac{f_H}{B} \right) < \left(\frac{f_s}{B} \right) < \frac{2}{k-1} \cdot \left(\frac{f_H}{B} - 1 \right), \quad \text{ahol } 1 \leq k \leq \text{trunc} \left(\frac{f_H}{B} \right)$$

k egész szám és $\text{trunc}()$ az egész rész függvény.

Az alapsávban egyenes vagy fordított állással jelenik meg az eredeti rész-sáv, attól függően, hogy *páratlan* vagy páros **Nyquist zónába** esik-e. Miért? ("Hagyományos" mintavételi tétel: $k = 1$.)

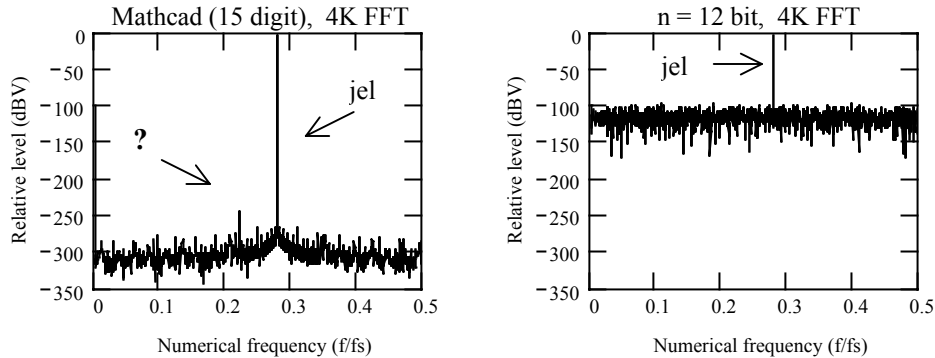
Grafikusan szemléltessük (Y (\uparrow): f_s/B , X (\rightarrow): f_H/B) az *összetartozó* ($f_s/B \geq 2$, $f_H/B \geq 1$) érték-párokat (területek!), a paraméter: k ($= 1, 2, 3 \dots$)

(b) Periódikus jel idő-skálázása (harmónikus komponensek sorrend-tartó és arányos áthelyezése az alapsávba: **frekvencia kompresszió**).

Mutassuk meg, hogy egy $f_m = m \cdot (f_s + \delta)$, $m = 1, 2 \dots$ komponensekből álló jelet f_s gyakorisággal (alul)mintavételezve, az alapsávi frekvencia szegmensből az idő-skálázott ($1/\delta$ periódusú) eredeti jelforma visszaállítható

1.4 A kvantáló mint zajforrás.

A véges szóhossz hatását *illusztrálja* nagyjelű szinusz (single tone) jelre a nagy pontosságú numerikus szimuláció (→ "saját torzítás") és egy $n = 12$ bites kvantáló spektruma:



A Mathcad 15 decimális számjegyre pontos, ez hány bittel ekvivalens? (Feltéve, hogy az FFT-bin értékekre egyformán oszlik el a kvantálási zaj teljesítmény, mennyi a "zaj küszöb": egy bin átlagos jel/zaj aránya? Lásd pl.: **4.5(b)** feladat.) A spektrális képet, a spektrum-átlapolódás (aliasing) miatt, az aktuális numerikus frekvencia értéke is *jelentősen* befolyásolja; pl. $f/f_s = 1/4$ (és zérus fázis) esetén *nincs* (!) torzítás, miért?

1.5 Az adatkonverterek felbontása (LSB).

A legkisebb helyérték "súlya" többféle módon is megadható:

bit-szám (n)	2^n (állapot-szám)	$\Delta x = \frac{X_{FS}}{2^n}$ ($X_{FS} = 10 \text{ V}$)	% FS $\left(\frac{1}{2^n} \cdot 100\right)$	ppm FS	dB FS
10	1024	9.77 mV (10 mV)	0.098 (0.1)	977 (1000)	-60
16	65536	153 μV	0.0015	15	-96

Készítsünk teljes táblázatot ($n = 2, 4 \dots 24$). Milyen értékek adódnak $X_{FS} = 2 \text{ V}$ esetén? (Összevetéshez: mekkora a termikus zaj-feszültség, ha $f = 20 \text{ KHz}$, $R = 600 \Omega$, $T = 273+27 \text{ K}$? Lásd még 25. oldal)

1.6 Bipoláris A/D átvitele.

$n = 4$ adat-bit mérőszám (N , komplementis ill. offset kód), $\text{round}()$ kvantáló és X_{FS} teljes analóg tartomány esetére adjuk meg grafikusán az átalakítót jellemző transzfer ($Y(\uparrow) : N$, $X(\rightarrow) : x/\Delta x$) és hiba ($Y(\uparrow) : e$, $X(\rightarrow) : x/\Delta x$) karakterisztikát. (Lineárisan változó bemenetre milyen a válasz?)

Mennyi az intervallum-átváltások (határ-pontok) száma? Mekkora a legszélső, *nem* kétszeresen határolt intervallumok véges átváltási(határ)-pontjainak értéke?

Telítésmentes működéshez ($|e| < 1/2$) mekkora lehet a bemenő szinuszos jel maximális amplitúdója, és milyen amplitúdóra "vak" a kvantáló?

1.7 Korlát a dinamika (2^n) és mintagyakoriság ($f_s = 1/\Delta t$) szorzatra ("határozatlansági reláció").

A limit: $\Delta E \cdot \Delta \tau > h / 2\pi$, ahol $\Delta E = ((\Delta x/2)^2/R) \cdot (\Delta t/2)$ a legkisebb, még felbontható jel (a fél-LSB) energiája és $\Delta x = U_{FS} / 2^n$, $\Delta \tau = \Delta t/2$ (a minta-periódus fele), $h = 6.62617 \cdot 10^{-34} \text{ Ws}^2$ Planck állandó [B. Walden, 1999]. Mutassuk meg, hogy ilyen feltétellel és $U_{FS} = 1 \text{ V}$, $R = 50 \Omega$ értékekkel

$$2^n \cdot f_s < \sqrt{\frac{(U_{FS}/4)^2/R}{h/2\pi}} = 3.44 \cdot 10^{15} \text{ [1/s]}$$

Mekkora a mintagyakoriság-korlát "jóslás" $n = 12$ bites átalakítónál?