

DC (kvázi-statikus) teszt: linearitás A/D átalakító

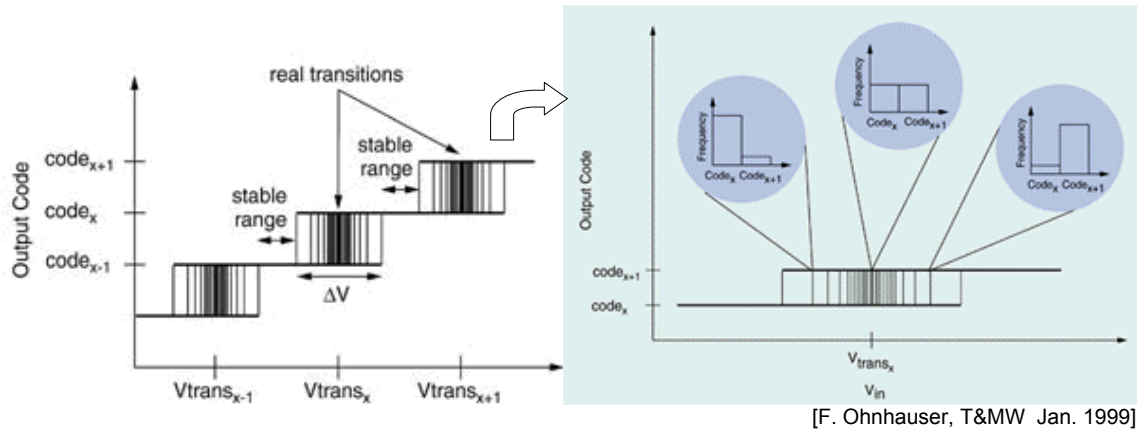
DC performance of an ADC is very similar to a "fingerprint" [J. Horn]

A transzfer karakterisztikát leíró aktuális **kód átváltási** (kapcsolási) **pontok** ismeretében számíthatók ki a *statikus* minősítéshez szokásos, alapvető eszköz jellemzők (és **anomáliák**):

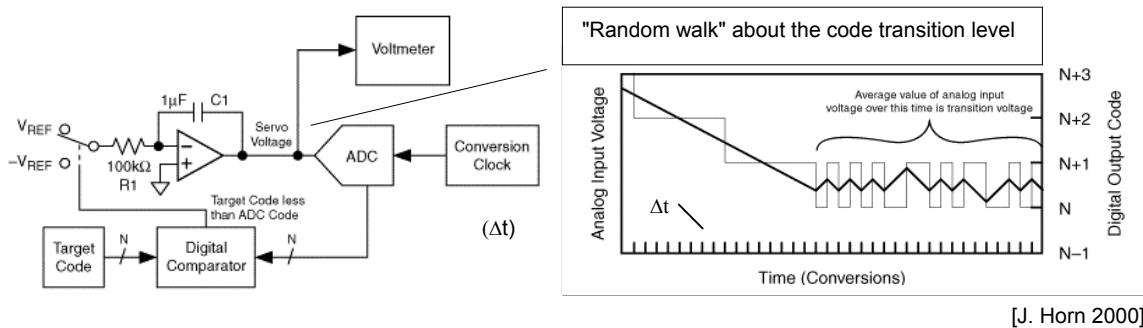
- nullapont → *első* kapcsolási pont (és eltérése az ideálistól, **OE** : offset error)
 - skála → *utolsó* kapcsolási pont (**GE** : gain error, scale factor error)
- és ezen hibák hatásának korrekciója után, a kétszeresen határolt intervallumokra
- lokális linearitás → kvantálási intervallum *szélességek* (kapcsolási-pont távolságok) és egyenetlenségük (**DNL**: differential nonlinearity, **DLE** : differential linearity error)
 - globális ("nagy jelű") linearitás → kapcsolási pontok *helye* és ezek eltérése az ideálistól (**INL**: integral nonlinearity, **ILE** : integral linearity error)

Egymást követő konverzióknál, **kis-zajú** A/D átalakító esetén, adott (az ábrán : ΔV -n belüli) bemenetre legfeljebb *kétféle* kód lehet a válasz, és van *stabil* kimenet az átváltási pontok (code **transition levels** : V_{trans}) között.

V_{trans} *statisztikai* fogalom: az a bemeneti érték, amelyre a kód-kimenetek *azonos* gyakoriságúak (frequency 50:50%)



(a) Az átváltási pont(ok) mérésére, viszonylag **nagy mintagyakoriságnál**, alap módszer a zárt-hurkú elrendezés (transition-locking **analog servo-loop**) : ha a mért kód (N , mérőszám) kisebb vagy egyenlő mint a *kijelölt* (target) kód, akkor a bemenő jel nő (az integrálóra $-V_{REF}$ kapcsolódik); ha viszont a mért kód nagyobb, a jel csökken¹. A dinamikus visszacsatolás eredményeként, az oszcilláló bemenő jel (servo voltage) **átlagértéke** adja egy kijelölt kódot "közvetlenül követő"² aktuális átváltási pont (statistical code "edge") értékét³



(b) Alternatív (nem visszacsatolt), idő-takarékosabb módszer a linearitás tesztelésére : **ismert** statisztikai tulajdonságú (sűrűségfüggvényű) jellel relatív kód-gyakoriság (**histogram**) felvétele, ebből (a *kumulatív* hisztogramból) az összes kód átváltási pont számítható; az eljárás - jelfüggően - *dinamikus* bemeneti feltételre is minősíti az átalakítót

¹ egy konverzió Δt időtartama alatt a jel-változás $V_{REF} \cdot (\Delta t / R_1 C_1)$ értékű

² ez a kijelölt kód (CUT: code under test) intervallumának *első* határ-pontja (QBE: quantization band "edge")

³ Alternatív megoldás: az analóg integráló helyettesíthető nagy felbontású D/A átalakítóval, és - kiiktatva a voltmérőt - speciális kereső algoritmussal is azonosítható az átváltási pont

AC (dinamikus) teszt: zaj és torzítás A/D átalakító

Only histogram analysis can give **localized information** about converter's errors (e.g., non-linearity parameters like DNL and INL). The effect of an error on a particular bit of the ADC is **dissolved within** the RMS error in the sine wave fitting, or **into** the noise power of the discrete Fourier transform [Mendonça et al.]

A statikus specifikációk kisfrekvenciás (input at-a-point-in-time) jellemzők, az átalakítók minősége **dinamikus** (mintáról-mintára nagymértékben változó) bemenetnél *romlik*. A kritikus paraméterek és a tesztelési eljárások kiválasztását az *alkalmazások* (és az átalakító struktúrák is) motiválják

Az eszközök minősítéséhez és **összevetéséhez** alap-jellemző (FOM : figure of merit) a pontatlan-ságot *egyetlen*, igen szemléletes adatba sűrítő mérték : az n_{eff} **effektív bitszám** (ENOB)

Az átalakítónál - az *ideális* esethez képest - tapasztalható zaj-szórás⁴ növekedés: $\sigma > \sigma_Q = \sqrt{P_Q}$ miatt $ld(\sigma / \sigma_Q)$ értékű bit "vesztés" lép fel, ezért a *névleges (fizikai)* : n szóhossznál kisebb a *hatásos (effektív)* : n_{eff} felbontás

$$n_{\text{eff}} = n - ld\left(\frac{\sigma}{\sigma_Q}\right) = n - \frac{1}{2} \cdot ld\left(\frac{\sigma^2}{P_Q}\right)$$

ld : 2-es alapú logaritmus. A valóságos és ideális átalakítót tehát azon az alapon hasonlítjuk össze, mintha mindkettő hibájának oka kizárólag a *kvantálás* lenne ("fehér zaj" hipotézis)

$$\frac{\sigma^2}{(\sigma_Q)^2} = \frac{(X_{FS} / 2^{n_{\text{eff}}})^2}{(X_{FS} / 2^n)^2} \rightarrow \boxed{2^{n_{\text{eff}}} = 2^n \cdot \frac{\sigma_Q}{\sigma}}$$

További *ekvivalens* formák, az ideális σ_Q értékével és *maximális* amplitúdójú **szinuszos** jel bemenetre,

$$n_{\text{eff}} = ld\left(\frac{X_{FS}}{\sigma \cdot \sqrt{12}}\right) = ld\left(\frac{(X_{FS} / 2) / \sqrt{2}}{\sigma} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}}\right) = ld\left(SNR \cdot \sqrt{\frac{2}{3}}\right)$$

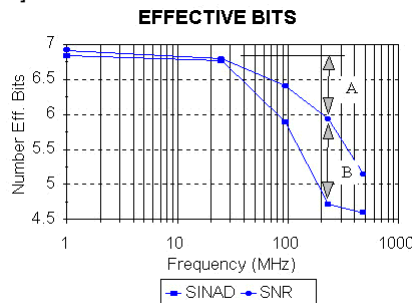
és $SNR[dB] = 20 \cdot \log(SNR)$ **mért** jel/zaj arány az

$$n_{\text{eff}} = \frac{SNR[dB] - 1.8}{6}$$

jól ismert összefüggést adja (lásd 14. oldal).

Az aktuális érték *jel-frekvencia* (és *jel-amplitúdó*, valamint *mintagyakoriság*) függő.

Példa: $n = 8$ bit ADC [Signatec]



A : sampling jitter (SNR), **plus B** : distortion (SINAD)

Dinamikus teszteknel, hagyományosan, a gerjesztés nagyjelű **szinuszos** vagy multi-szinuszos **jel** (mert jól definiált, „tisztán” generálható), és az alapvető **adattfeldolgozó algoritmusok**

- **lokális** (amplitúdó tartományban szeparált) minősítés: hisztogram → DNL, INL
- **globális „nézőpont”**: FFT (frekvencia szerint lokalizált adatok) → SNR, THD, SFDR
görbe illesztés („összegzett” zaj és torzítás) → SINAD, ENOB

Szabvány : IEEE 1057, IEEE 1241, DYNAD

⁴ a numerikus adatokat terhelő *teljes*, effektív (RMS : root mean square) hiba – lásd 39. oldal

(1) kód gyakoriság - statisztikai tartomány
histogram : amplitude distribution

*The rms value of all the **DNL** errors in the ADC will determine the amount of /quantization/ noise in the ADCs output spectrum. It is the shape of the **[INL] linearity** curve that will determine how it distortion performance [D. Buchanan]*

A várható (ideális) és a mért kód-gyakoriság összevetésével, a statisztikus analízis az átalakító transzfer karakterisztikáját: az aktuális **átváltási** (kapcsolási) **pontokat** teszteli dinamikusan (→ DNL, INL)⁵; így az eljárás az eszköz *kalibráció* és a *diagnosztika* alapja is

Koherens mintavétel (a jelperiódusban *egyenletes* fázis-eloszlású mintákat produkálva) minimalizálja az elfogadható becslési hibához szükséges nagy mintaszámot, a teszt paraméterek meghatározását a szabványok részletezik. (Minden kód értéket szignifikánsan tesztelni kell.)

Ha nem lehetséges egyetlen adat-rekordba begyűjteni a szükséglet mintákat (pl. memória korlát miatt), akkor többszörös - véletlen kezdő-fázisú - rekord felvételénél különösen kritikus a vizsgáló-jel stabilitása

Jelölje $v = x/\Delta x$ a mérendő arányt, a vizsgálójel **szinuszos** : $v = A \cdot \sin(2\pi Ft + \varphi)$, egyenletes fázis-eloszlású mintavételezésnél az n bites átalakító bipoláris tartományára *normált* $u = v/A$ valószínűségi változó ($|u| < 1$) sűrűségfüggvénye ("fürdőkád" görbe) és P_T eloszlásfüggvénye

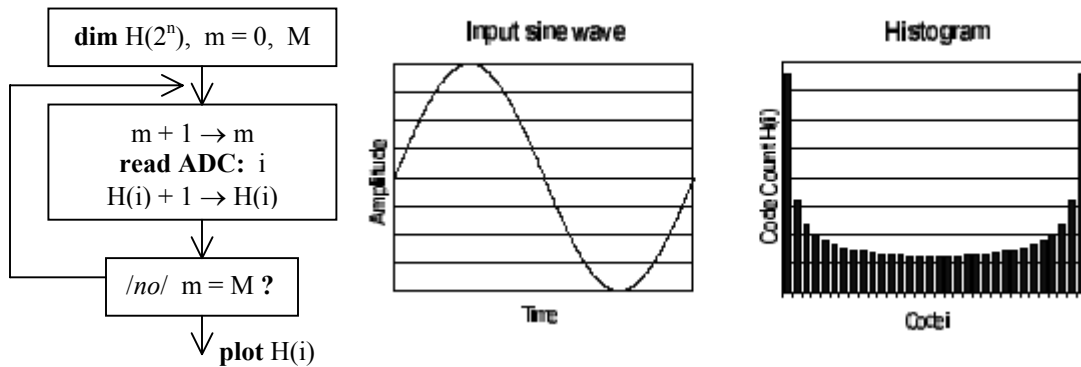
$$p_u(u) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \rightarrow P_T = \Pr\{u < T\} = \int_{-1}^T p_u(u) du$$

Az átváltási (kapcsolási) pont értéke tehát, az összefüggést T- re megoldva,

$$T = -\cos(\pi \cdot P_T)$$

és a P_T valószínűséget becsüljük **relatív gyakoriság** méréssel.

A $H(i)$ **hisztogram** (beütés-szám kódonként [hits per code]) adja azon minták számát a M számú minta-sokaságban, amelyek mérőszáma (kódja): i



Ebből a *kumulatív* hisztogram : $CH(i)$, a átváltási pont(ok) : $T(i)$ és pl. az **LSB-ben mért** (relatív) **differenciális nemlinearitás** :

$$CH(i) = \sum_{k=0}^i H(k) \rightarrow T(i) = -\cos\left(\pi \cdot \frac{CH(i)}{M}\right) \rightarrow DNL(i) = \frac{T(i) - T(i-1)}{2/2^n} - 1$$

A hisztogram durva hibát (pl. kód kihagyást) *közvetlenül* megmutat

Némi *túlvezérléssel* - és a legszélső kódokat kihagyva - közelíthető az optimális „egyenletes” eloszlás, amely lecsökkenti a mérést terhelő additív-zajnak a becslést torzító hatását.

Nagy mintagyakoriságnál, *hisztogram-rendező* célhardverrel növelhető a teszt hatékonysága

⁵ **DNL** : differential nonlinearity ("step-to-step" error)
INL : integral nonlinearity ("cumulative" error)

(2) spektrális felbontás - frekvencia tartomány FFT : Fourier analysis

A szinuszos jel, a konverter zaj és torzítás (harmónikus, valamint más diszkrét [nem-harmónikus, **spurious**] komponensek) frekvencia szerinti *szeparálása* objektív (numerikus) és egyben igen *szemléletes* (grafikus) minősítést ad - viszonylag kevés adatból is

Optimális **koherens** mintavétel esetén, azaz

$$F = J \cdot \frac{f_s}{M} \quad J \text{ és } M \text{ relatív prím számok}$$

jel-frekvencia (F) és mintavételi frekvencia (f_s) kapcsolatánál, az $y[i]$, $i = 0, 1 \dots M-1$ mért adat-rekordból ⁶ "ablak" nélküli DFT ($M = 2^m \rightarrow$ **FFT**) transzformációval számíthatók az $Y[k]$, $k = 0, 1 \dots M/2$ amplitúdó spektrum vonalak. A **dinamikus paraméterek** (\rightarrow SNR, THD, SFDR) ⁷ kiértékeléséhez elegendő az *egy-oldal* spektrum.

A **zaj-küszöb** (NFI : noise floor, a - feltételezett - "fehér"zaj teljesítmény *spektrális sűrűsége*)

$$|NFI|^2 = \frac{1}{(M/2) - h_{\max}} \cdot \left(\sum_{k=1, k \neq h \cdot J}^{(M/2)-1} |Y[k]|^2 + 0.5 \cdot |Y[M/2]|^2 \right) \quad h = 1, 2, \dots, h_{\max}$$

a számításnál kimaradnak a DC ($k = 0$), a jel ($k = 1 \cdot J$) és a harmónikus ($k = h \cdot J$) komponensek.

Megjegyzés: amennyiben $h \cdot J > M/2$, akkor az *átlapolódott* harmónikus "vonalat" kell figyelembe venni (aliasing !); a gyakorlatban $h_{\max} \leq 10$ (eszköz-gyártó függő, többnyire $h_{\max} = 6$).

A **jel/zaj arány** (SNR \equiv SNHR: *harmónikus komponensek nélkül* !), a **harmónikus torzítás** (THD, az integrális linearitási hiba hatása) és a **spektrális tisztaság** (SFDR, szemléletesen: a jel és a zavar ⁸ komponens *távolsága* [dBc])

$$SNR[dB] = 10 \cdot \log \frac{|Y[J]|^2 - |NFI|^2}{\sum_{k=1, k \neq h \cdot J}^{(M/2)-1} |Y[k]|^2 + 0.5 \cdot |Y[M/2]|^2 + (h_{\max} + 1) \cdot |NFI|^2}$$

$$THD[dB] = 10 \cdot \log \frac{\sum_{h=2}^{h_{\max}} |Y[h \cdot J]|^2}{|Y[J]|^2}$$

szokásos " - THD " (pozitív előjelű adat) megadása is a kényelmesebb összevetéshez (lásd még: **4.5(a)** feladat)

$$SFDR[dB] = 10 \cdot \log \frac{|Y_a[J]|^2}{\max_{k \neq 0, k \neq J} \{ |Y_a[k]|^2 \}}$$

és *átlagolt* spektrum adatokat célszerű használni SFDR (a teljesen zavarmentes **dinamika** tartomány; az ún. dinamikus "linearitás") megadásánál.

A tesztnél *kritikus* a numerikus frekvencia (F/f_s) kiválasztása (és az amplitúdó értéke is)!

Nem-koherens mintavételnél "spektrum szivárgás" és "amplitúdó hiba" lép fel, ezek hatása csökkenthető célszerű *ablak*-függvénnyel; de romlik a szelektivitás (frekvencia felbontás) és az érzékenység (amplitúdó detektálás), a paraméterek számításánál pedig *korrekció* szükséges

Multi-szinuszos jellel IMD (dual-tone intermodulation distortion) és MTPR (multi-tone power ratio), szélessávú fehér zajjal NPR (noise power ratio) tesztelhető

⁶ A minták akár vissza is rendezhetők (!) $J = 1$ periódusba (mert azok a periódikus jel különböző fázisú, egyenletesen $2\pi/M$ „fázis”-távolságra lévő pontjai) – ez egyszerűsíti a spektrum vonalak értelmezését

⁷ SNR : signal to noise ratio (\equiv SNHR : Signal to Non Harmonic Ratio)

THD : total harmonic distortion

SFDR : spurious free dynamic range

⁸ a teljes Nyquist-sávban, a zaj-küszöbnél legalább „10 dB-lel nagyobb” szintű, nemkívánatos (harmónikus vagy spur) komponensek közül a *maximális* szintű vonal (ritkán: kivéve a 2. és 3. harmónikus)

(3) görbe (paraméter) illesztés - idő tartomány curve-fit : waveform

A módszer alapvetően *egyetlen* globális mértékkel : a mért numerikus adatok és az ezekre legjobban illeszkedő (szinusz)görbe közötti *eltérés* effektív értékével (σ) minősíti az átalakítót.

A konverter-hiba számításához szükséges bemenő (szinuszos, referencia) jel *négy* paraméterét: az amplitúdó (A), frekvencia (F), fázis (Φ) és DC-szint (C) értékét a kimeneti (mért) numerikus adatokból *becsüljük* (!) görbe illesztéssel⁹, mivel ezek közvetlen mérése igen nehéz lenne.

A "legkisebb négyzetes eltérést" minimalizáló algoritmusokat és a feltételeket a szabványok részletezik. Ha a *numerikus frekvencia* : a jel frekvencia (F) és a mintavételi frekvencia (f_s) aránya *ismeretlen*, akkor a paraméter becslés nemlineáris, *iterációs* folyamat (**4p fit**); ha viszont *ismert*, akkor a három paraméteres becslés lineáris, egy lépéses és mindig konvergens (**3p fit**)

Az eredeti $y[i]$ "nyers adat-rekord" és a görbe illesztés eredményeként kapott

$$x[i] = A \cdot \cos[2\pi(F / f_s) \cdot i + \Phi] + C$$

"referencia rekord" *különbsége* (a maradék rész) a konvertert jellemző **zaj és torzítás** együttese (\rightarrow SINAD, ENOB: n_{eff})¹⁰

$$\sigma^2 = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{M-1} (y[i] - x[i])^2, \text{ és ebből } \text{SINAD}[dB] = 20 \cdot \log \frac{A/\sqrt{2}}{\sigma}, \quad n_{\text{eff}} = n - ld \frac{\sigma}{\sigma_Q}$$

ahol ld : 2-es alapú logaritmus, n : névleges szóhossz, σ_Q : az ideális kvantálási hiba (szórás)¹¹

A maradék részből szeparálhatók a harmonikus frekvencia komponensek is (\rightarrow THD, SNR), rekurzív multi-harmonikus (3p fit) illesztéssel.

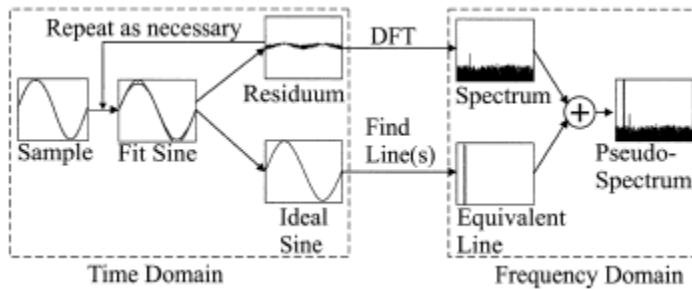
A maradék rész, a kód függvényében, közvetlenül is megjeleníthető (\rightarrow dynamic, „real-time” INL)

Megjegyzés: koherens mintavétel esetén a **spektrális felbontás** (FFT) és **görbe illesztés** (3p fit) analízis *ekvivalens*. (Az eredmények kevéssé térnek el az „ablakolást” igénylő nem-koherens mintavétel, illetve aszinkron esetben is.)

A módszerek **kiegészítik** és nem helyettesítik egymást.

Görbe illesztésnél pl. *nem* kell „ablak”, nem-bináris hatványú mintaszám és *nem-egyenletes* mintavétel adatai is kezelhetők, sőt *túlvezérlés* is megengedett (kihagyhatók az illesztésnél a "túlvezérelt" adatok).

Nem-koherens mintavételnél közel „szivárgás-mentes” spektrum vonal állítható elő, a görbe illesztés bekapcsolásával - ún. *hibrid* spektrum számítás [A. Breitenbach 1998] :



és a maradék részből (residuum) rekurzív illesztéssel (repeat as necessary) a harmonikus torzítást jellemző vonalak is hozzáadhatók az eredmény spektrumhoz (pseudo-spectrum)

⁹ The digital **copy** of input. (Az átalakító nullapont, skála és fázis hibája nem befolyásolja az eredményt, azokat tehát más módon kell becsülni.)

¹⁰ Megfelelő alap ("pseudo-standard") a Nyquist-rate ADC és az OSADC eszközök *összehasonlításához* és rendszer tervezéshez

SINAD : Signal to Noise And (harmonic plus spurious) Distortion ratio (\equiv SNDR)

ENOB : effective number of bits

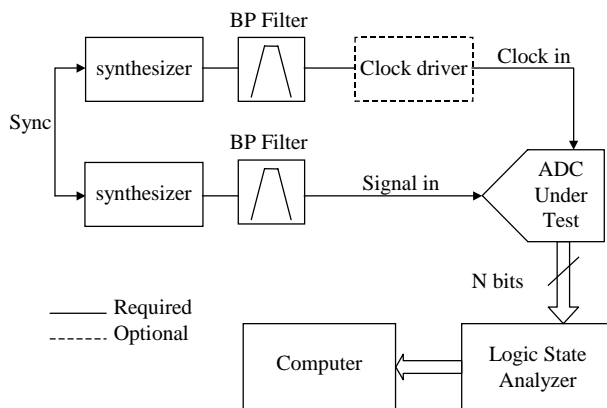
¹¹ nem a referencia rekorból számítjuk, hanem a "fehér zaj" hipotézist használjuk

Dinamikus teszt : szinuszos jel DSP-based testing

*Never assume anything; read manufacturers' data sheets very carefully [O. Josefsson]
Data converters are binned with respect to their performance
and sold at prices accordingly [E.Liu]*

Természetes alapkövetelmény, hogy a gerjesztés *hardver* eszközei (a generátorok¹², sávszűrők [BandPass filter], plusz tápellátás és tesztelési környezet) az adott minősítéshez elfogadható torzítású és kis-zajú jeleket produkáljanak. Nagy felbontású vagy igen nagy mintagyakorosságú átalakító vizsgálatánál ez nem triviális feladat.

A válasz elemzést (és a szükséges korrekciókat) - a hardver adatgyűjtést követően - virtuális műszerek : *szoftver* algoritmusok végzik



Az A/D átalakító speciális alkalmazása befolyásolja a módszereket és a mérendő *kritikus* paramétereit. (Például, audio átalakító dinamika tartományának méréséhez tipikusan *kis-jelű* : - 60 dBFS szintű a bemenet, és speciális szűrőt is használnak.)

A teszt sorozatok költsége (pl. a tömegtermelésnél szükséges ATE : automatic test equipment) jelentős rész lehet a termék árában

Sávszélesség Frequency response

A hagyományos - szinuszos vagy multi-szinuszos jel-bemenettel operáló - módszerek mellett, az amplitúdó átvitel vizsgálható *egység-ugrás* bemenettel is : a felvett rekord (**step response**) elsőrendű numerikus *differenciálása*¹³ (**impulse response**) után Fourier *transzformáció* (DFT, vagy $M = 2^m$ számú mintával FFT) adja az eredményt (**frequency response**)

Különösen kontrollált **alul**mintavételezésnél (→ keskenysávú jel alapsávba transzponálásánál), kritikus az effektív-bitszámhoz kötött "sávszélesség" (ERBW)¹⁴ specifikáció : az a jel-frekvencia, amelynél az átalakító **jel/zaj aránya**¹⁵ a kis-frekvenciás értékéhez képest 3dB-lel lecsökken (1/2 effektív bitszám veszteség)

¹² szinkronizálás (Sync) biztosítja a *koherens* mintavételt (prime-ratio locking; J/M sync; J over M coherence)

¹³ nagyobb frekvenciákon azonban a becslés zaj-korlátozásával kell számolni (a diszkrét-idejű differenciálás *zajformáló* (!!)) hatása miatt)

¹⁴ **ERBW** : effective resolution bandwidth

(A "Nyquist"-konverter elnevezésnek az is lehetne a feltétele, hogy legyen $ERBW \geq f_{smax}/2$)

¹⁵ A hagyományos sávszélességet viszont a - numerikus adatokkal reprezentált (sine fit) - jel-**amplitúdó** 3dB-es csökkenése definiálja (ami persze nem jelenti azt, hogy ezen a frekvencián a torzítás is elfogadható):

FPBW : full-power [\equiv large-signal] bandwidth, vagy **SSBW** : small-signal bandwidth

Critical performance parameters of ADCs per application:

Application	Critical Performance Parameters	Performance Issues
Audio	SINAD, Crosstalk Gain matching	Power response Power consumption
Automatic Control, Sensors and Robotics	Monotonicity, short term settling, linearity, long-term stability, temperature offset	Transfer Function
Data transmission	SFDR, BW, SINAD, DR, INL, DNL, Thermal noise	
Digital High-Speed Instrumentation	N_{ef} , BW, Out-of-range recovery, Word error rate, Thermal noise	SNR for better wide bandwidth Amplitude resolution, SFDR to minimise distortion, Bit error rate
Geophysical	THD, SINAD, DR, Long-term stability	MilliHertz response
Hard Disk Driving	Conversion time/latency	
Medical	SFDR, BW, INL, DR, SNR	
Military Communications Electronic warfare (EW)	SFDR, SINAD, THD, IMD, NPR, NDR Sample frequency, SFDR, SINAD, NDR	Linear dynamic range for detection of low-level signals in a strong interference environment
Mobile Telecommunications and Wireless Communications	SINAD, NPR, SFDR, THD, SNR, IMD, NDR Bit error rate, Word error rate	Wide input bandwidth channel bank, Interchannel crosstalk, Compression, Power consumption
Monitoring, Test Equipment and Instrumentation	N_{ef} , BW, out-of-range recovery, word error rate	SNR for better wide bandwidth, Amplitude resolution, SFDR to minimise distortion, Bit error rate
Radar and Sonar	SINAD, SFDR, INL, BW, out-of-range recovery	SINAD for clutter cancellation And Doppler processing
Spectrum Analysis	SINAD, SFDR	SINAD and SFDR for high linear dynamic range measurements
Speech and Voice communications	SINAD, NPR	
Video and Television	INL, DNL, FR, SNR, DG, DP, SFDR, Word error rate, BW, THD, SINAD	Differential gain (DG) and differential phase (DP) errors Power consumption

"Classical" dynamic test methods using sine waves:

Code histogram: integral and differential non-linearities (INL and DNL), gain (G) and offset (V_{os}) errors, and number of effective bits (N_{ef}), and in general the characterisation of the ADC transfer characteristic based on the measure of the ADC code transition levels

Spectral analysis: signal to noise ratio (SNR), signal to noise and distortion ratio (SINAD), number of effective bits (N_{ef}), total harmonic distortion (THD), spurious free dynamic range (SFDR), intermodulation distortion (IMD), and in general all the parameters which can be extracted from the frequency spectrum of the ADC output response

Sine-wave fitting: signal to noise and distortion ratio (SINAD), number of effective bits (N_{ef}), total harmonic distortion (THD), and signal to noise ratio (SNR)

BW: bandwidth, DR: dynamic range, NPR: noise power ratio, NDR: noise distortion ratio, FR: frequency response

Feladatok - 4

4.1 n bites, unipoláris D/A átalakítónál jelölje $A[i]$ az $N = i$ adathoz tartozó analóg értéket, amely a *közvetlenül* mérhető kimenetből nullapont és skála korrekcióval¹⁶ kapott (normalizált) érték, vagyis $A[0] = 0$, $A[2^n - 1] = U_{FS} - \Delta$ és $\Delta = U_{FS}/2^n$ az átlagos lépésmagasság (az LSB értéke). Definíció szerint, az **LSB-ben mért** (relatív) **differenciális és integrális linearitási hiba**

$$DNL[i] = \frac{A[i] - A[i-1]}{\Delta} - 1 \quad \text{és} \quad INL[i] = \frac{A[i]}{\Delta} - i$$

Igazoljuk az *ekvivalenciákat* (amelyek az elnevezéseket is indokolják):

$$DNL[i] = INL[i] - INL[i-1], \quad \text{illetve} \quad INL[i] = \sum_{k=1}^i DNL[k]$$

(a DNL az INL-sorozat elsőrendű differenciája; az INL profilt kumulatív DNL alakítja ki).

Mutassuk meg: ha *minden* i -re¹⁷ $|INL[i]| < 0.5$ vagy ebből következően $|DNL[i]| < 1$, akkor az *adott felbontású* átalakító **monoton**: növekvő bemenetre a kimenet is növekszik. (És ez kritikus pl. pozíció beállítás vagy visszacsatolt szabályozási kör esetén.) Az állítás megfordítva nem áll.

Megjegyzés: gyakori szóhasználat szerint, az INL 'a linearitási hiba' (a relatív pontosság); míg nem-normalizált adatokkal számolt INL 'az abszolút hiba' (TUE: total unadjusted error)

4.2 A/D átalakítónál jelölje $T[i]$ a transzfer karakterisztikát leíró – és nullapont, skála korrekcióval kapott - *átváltási* (kapcsolási) pont értékét. **Nincs kód-kihagyás** (NMC: non missing code), ha minden - kétszeresen határolt - intervallum létezik (azaz $T[i] > T[i-1]$ minden i -re).

Értelmezzük a **linearitási** hibákat, igazoljuk az *ekvivalenciákat*, és mutassuk meg: adott felbontásnál NMC akkor áll fenn, ha $\max |INL[i]| < 0.5$ (vagy $\max |DNL[i]| < 1$)

4.3 D/A átalakító frekvencia tartományú vizsgálatához az adat-bemenet numerikusan generált szinusz vagy multi-szusz (DDS¹⁸ test), a jellemző paramétereket analóg (vagy numerikus) **spektrum analízis** szolgáltatja. Hogyan jelentkezik a torzítás, illetve - az üzemmódtól (NRZ vagy RZ) függően - a *tartás* miatt fellépő amplitúdó hiba és a képmás (image)?

4.4 f_s gyakoriságú mintavételezésnél, az $f_h = h \cdot F$, $h = 1, 2 \dots$ harmónikusok átlapolódása az alapsávba (az első Nyquist zónába, **aliasing**) kétféle módon is számítható. Igazoljuk a formulákat!

(a) $\text{mod}(\cdot)$ művelet („hajtogatás”; folding):

$$z_h = \text{mod}\left(\frac{f_h}{f_s}, 1\right) \rightarrow a_h = \text{if}(z_h < 0.5, z_h, 1 - z_h) \rightarrow \text{falias}_h = a_h \cdot f_s < f_s / 2$$

ahol $\text{mod}(a, b)$: a/b osztás maradéka, és $\text{if}(c, t, f)$: ha c (feltétel) igaz, akkor t ; ha c hamis, akkor f .

(b) frekvencia áthelyezés (keverés; beating):

$$k_h = \text{round}\left(\frac{f_h}{f_s}\right) \rightarrow \text{falias}_h = |f_h - k_h \cdot f_s| < f_s / 2$$

ahol $\text{round}(\cdot)$: kerekítés művelet.

Miért "veszélyes", ha a numerikus frekvencia ($F/f_s = J/M$) speciálisan kis egész számok aránya (destructive aliasing)? Lehet-e *hasznos* az átlapolódás jelensége (constructive aliasing)?

4.5 (a) Igazoljuk, hogy *lineáris* (!) skálán: $(1/\text{SINAD}) = (1/\text{SNR}) + \text{THD}$

(b) Egyszerű "trükk" a *jel/zaj arány* vizuális becslésére: $M = 2^m$ pontszámú adat-rekord FFT ábrájából "szemrevételezéssel" a **zaj-küszöb** értéke (azaz egy zaj "vonal" átlagos jel/zaj aránya) $\approx Z$ [dB], ebből SNR [dB] $\approx Z - 3 \cdot (m-1)$. Igazoljuk az eljárást!

¹⁶ a két végpont linearitási hibája zérus: ún. végpontokra illesztett ("end-points") jellemzés - ez a konzervatív szemlélet a kalibrált "ipari(mérő)"-átalakítók jellegzetessége (szemben a "kommunikációs"-átalakítók ún. "best-fit (in least-squares)" jellemzésével, vagy az abszolút eltérést minimalizáló "min-max" módszerrel)

¹⁷ a gyártók rendszerint a max. adatot specifikálják

¹⁸ **DDS** : direct digital synthesis