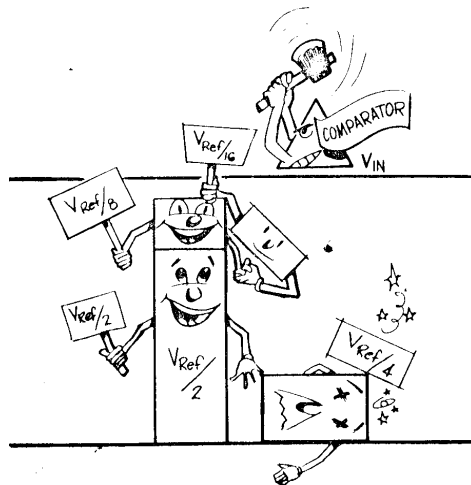


DIGITÁLIS JELFELDOLGOZÁS ESZKÖZEI

PÁPAY ZSOLT

ADATKONVERTEREK (az analóg "átjáró")



Successive approximation *

BME HIRADÁSTECHNIKAI TANSZÉK

ADATKONVERTEREK (az „analóg átjáró”)

Az „adat”konverter : az A/D vagy D/A átalakító csak egy láncszem a jelfeldolgozás folyamatában, de gyakran kritikus komponens, mert éppen a *tartomány váltás*: az analóg "átjárás" eszköze. A digitális jelfeldolgozás(DSP) vitathatatlan előnyei révén ez a plusz művelet "megéri az árát".

Az átmenet - még ideális feltételekkel is - információ veszteséggel jár, ezt ismerve lehet optimális rendszer-partíciót létrehozni. Az univerzális és jel-specifikus átalakítók választéka - az önálló vagy rendszerbe integrált változatok tekintetében is - egyaránt *széles-körű*. A szemlélettől függ vagy praktikus megfontolás motiválja, hogy a jel-kondicionálás és adat-interfész milyen mélységig szerves része az átalakítónak.

Az eszközök működését (az alapvető modelleket és a domináns átalakító algoritmusokat), hatásukat és a legfontosabb minősítő jellemzőket tárgyalja ez a jelfeldolgozási és strukturális nézőpontú *összefoglaló*.

“The principal purpose and primary design goal of an engineer working in the A/D and D/A conversion field is to create systems and instruments that will attain their *system-rated performance* over acceptable long periods of time, over the anticipated range of environment and stress.

The practitioner will be aided in his task if he accepts two fundamental truths:

- 1) that no amount of wishful thinking will alter the *laws of physics* or the basic *mathematical relationships* that describe them and
- 2) that the most expensive way to meet most system requirements, considering the *value of information* converted over the life of the system, is to select low-cost components of inadequate stability and reliability.”

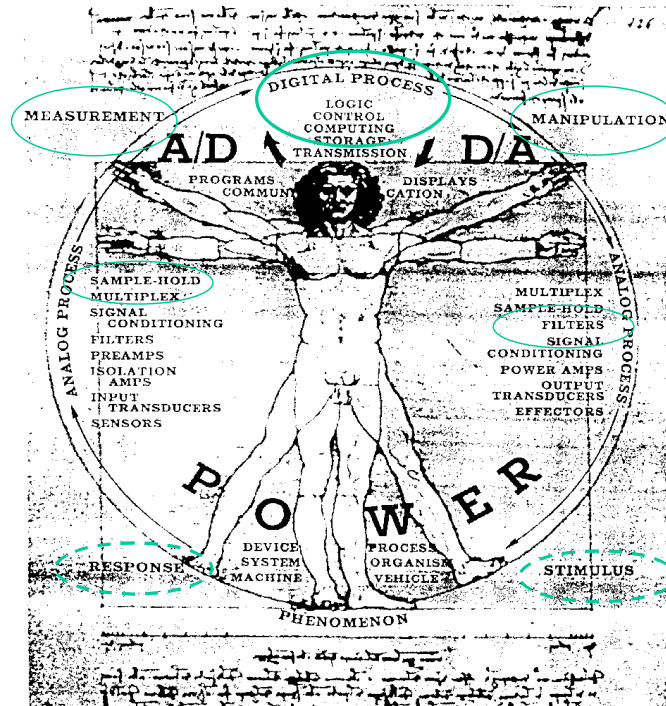
[Bernard M. **Gordon***, IEEE CAS-25, July 1978]

* Acknowledged as the father of high-speed ADC

“With digital technology, you can do much of your design work on the *abstract data-flow* level. With analog technology, you need to stay close to the *physical world*.

Just think what life would be like if you could master both analog and digital skill sets. An *expert* in both could figure out new ways to transform physical voltages and currents into ones and zeros. For sure, *you'll never be out of work.*” [S. Ohr]

There is one additional element that is always present in a data system but seldom shown on a block diagram: *homo sapiens* [D. Sheingold, Ana Dev]



(D. H. Sheingold, with apologies to Leonardo da Vinci: *RULE OF PROPORTIONS*
Academy of Fine Arts, Venice)

Funkcionális megosztás 3

- digitalizálás (A/D átalakítás)
 - mintavétel
 - arány kvantálás
 - kódolás
- rekonstrukció (D/A átalakítás)
 - tartás
 - hibrid szorzás

Kvantálási zaj csökkentés 13

- torzítás
- szélessávú-zaj modell
- "túl"mintavételezés
 - interpoláló D/A
 - "decimáló A/D"
- zajformálás (data stream)
 - digitális DSM
 - analog DSM
- 1 bites (bitstream) technika
- konverter alapstruktúrák
- bitszám korlátok

Elemi átalakítók 29

- analog komparátor (1 bites A/D)
- jel(referencia)kapcsoló (1 bites D/A)
- PWM DAC
- pulse NCO (1 bites digitális DSM)
- sync VCO (1 bites analog DSM)
- TDC ADC (ramp, dual-slope)

Eszköz minősítés ("ABC leves") 35

- kvázi-statikus (DC)
- dinamikus (AC)
 - statisztikai tartomány
 - frekvencia tartomány
 - időtartomány

Architektúrák (Nyquist rate) 43

- D/A átalakítók
- A/D átalakítók

Feladatok

Példák (Test your EQ) 53

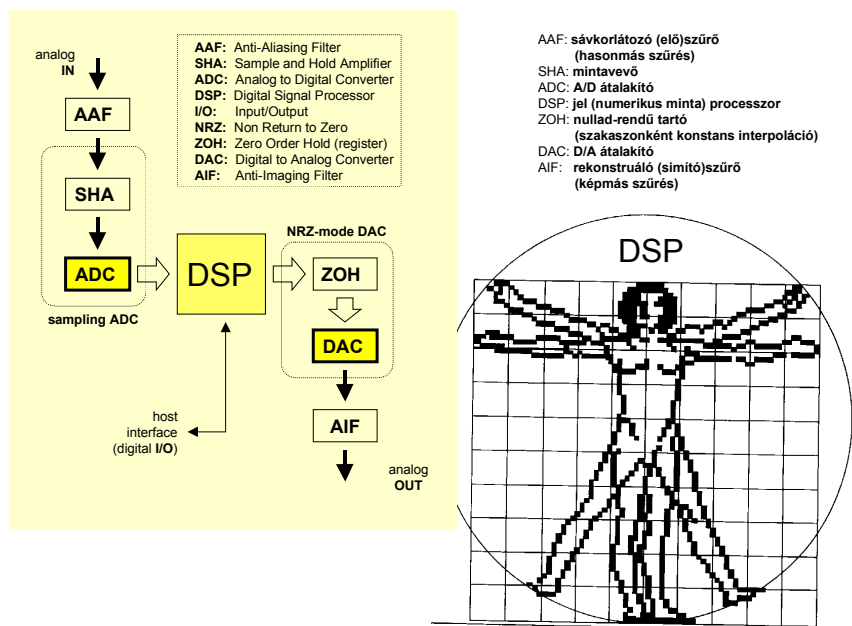
Analóg "átjáró"

"Going digital" is not a panacea [K. Self]

Az információ tárolás, feldolgozás, megjelenítés és átvitel **digitális (D)** formái igen előnyösek; vannak azonban lényeges információ források és felhasználások (érzékelők, beavatkozók; hang, kép), amelyek eleve **analóg¹ (A)** természetűek

A szükséges tartomány váltás (az "átjárás") *közvetlen* fizikai eszközei az ún. "adat"konverterek : az **A/D és D/A átalakítók**, és ezek gyakran dominánsan meghatározzák a digitális jelfeldolgozó rendszer struktúráját, sajátosságait.

A bemeneti **jeldigitalizáló** (front-end, analog-in-port, acquisition, capture, measurement) hozza létre a digitális formát: a jelet leíró numerikus mintákat, a kimeneti **jelrekonstruáló** (back-end, analog-out-port, synthesis, exporting, generation) állítja vissza a jelalakot: az analóg formát



Mixed Analog-Digital (MAD) signal processing

A megvalósítás (elsősorban az *analóg* áramkörti technológia) korlátait és az alkalmazások (különösen a specifikus jelek) eltérő igényeit tükrözi az átalakítók sokfélesége². Alapvetően eltérő a nézőpontja a *rendszer* (jelfeldolgozó algoritmus) illetve *áramkör* (fizikai eszköz, technológia) tervezőnek

Az interfész jellegéből adódóan, az adatkonverterek **kevert (mixed) jelű** eszközök; rendszerbe integrálásukat - a főként *digitális* technológiát alkalmazó "beágyazott" változatokat (embedded converter, „macrocell”) - a megbízhatóság, ár, méret, fogyasztás és a teljesítőképesség javítása motiválja (és másolásuk is nehezebb)

¹ Közkeletű *mítosz*, hogy az analóg (amplitúdóban és időben *folytonos*) jel mindkét tartományban "végtelen" felbontású (modell hipotézis); valójában a célszerű amplitúdó felbontásra határt szab a - *hasznos* sávától is függő - *jel/zaj arány*, az idő felbontást pedig korlátozza az alkalmazott áramkörök *átviteli képessége*

² Könnyen zavarba is hozza a járatlan felhasználót az architektúrák és realizálások meglepő bősége, az elnevezések (piaci hatást, technológiát ill. speciális alkalmazást is tükröző) változatossága és a gyors generáció váltás. Segíti - a nem könnyű - eligazodást és *optimális* választást, ha tudjuk: "hogyan teszi a dolgát" az átalakító

A/D átalakítás (ADC): digitalizálás numerikus minta képzés

Az A/D átalakítás három művelet: mintavétel, arány kvantálás és kódolás együttese; az eredmény értékben és időben is diszkrét³.

Az x analóg bemenet (**jel**, fizikai mennyiség) és a N digitális kimenet (adat, **numerikus minta**) *metrikai* kapcsolata

$$\left(\frac{x}{\Delta x}\right) + e = N$$

ahol Δx : mértékegység (analóg **referencia**), $x/\Delta x$: arány (valós szám), N : mérőszám (**egész**),
 e : **hiba** (valós, Δx -re normált)

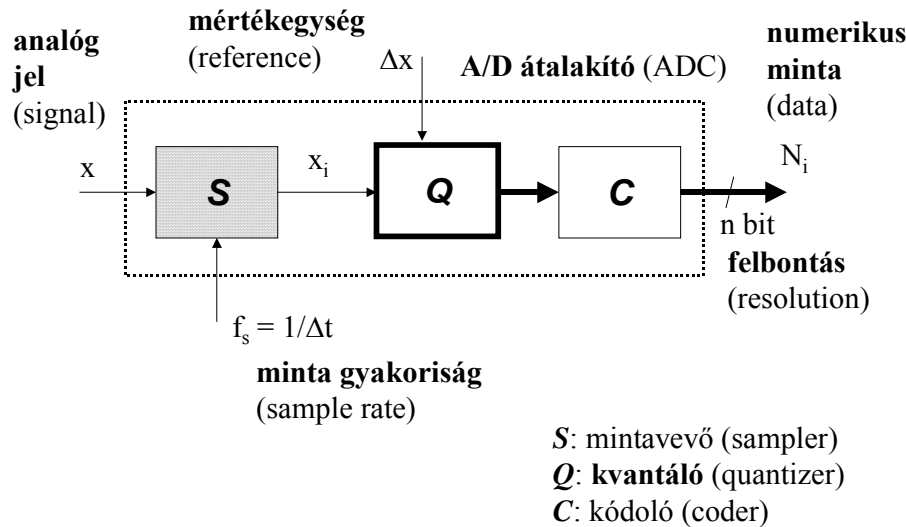
Jelfolyam diagram (rendszer szint, "fekete doboz")

alapfunktó: **osztás és kerekítés** (*egyenletes*, Δx felbontású skalár kvantálás)

plusz műveletek: a mérőszám kódolása (fixpontos *bináris* kód): **n bit**, és

"beágyazott" mintavétel (véges az átalakítási idő; *egyenletes*, $\Delta t = 1/f_s$ időközök):

f_s gyakoriság



A kvantálás (diszkrét-amplitúdó) a pontosságot, a mintavétel (diszkrét-idő) a sáv szélességet korlátozza; a teljesítőképességet jól "méri" - és így az eszközök *összehasonlításához* kiinduló adat lehet - az **információ átviteli kapacitás** (ITC: information transfer capacity):

$$2^n \cdot f_s = \frac{2^n}{\Delta t}$$

A két (alap)paraméter egyidejű javítása a gyakorlatban egymásnak *ellentmondó* követelmény (elvi - és ma még távoli - limit a "határozatlansági reláció", lásd 1.7 feladat). Jellegetesen eltérő kategóriát képviselnek a finom felbontású illetve a nagy mintagyakoriságú átalakítók (lásd 24. oldal). Egy "univerzális" átalakítótól az várható, hogy "ebből is egy kicsit, abból is egy kicsit"

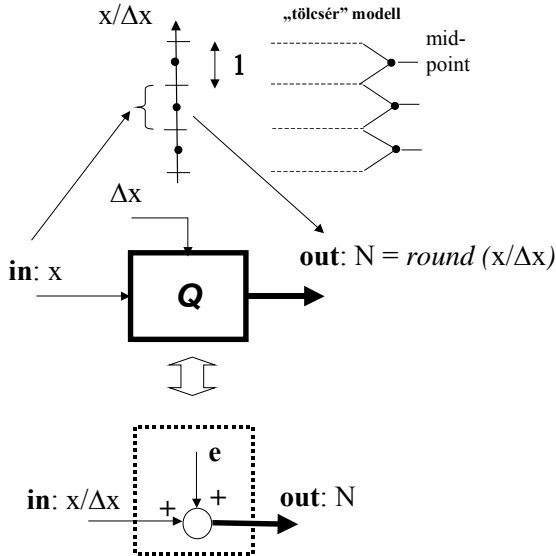
Általában Δx konstans és "beépített" ("onboard" reference). Ha speciálisan a referencia *változhat* - mint egy második (!) analóg bemenet, a megnevezés: **aránymérő A/D** (ratiometric ADC)

³ Az "amplitúdó-idő" kétdimenziós tér **rácspontjaira** történő **leképezés** az A/D átalakítás feladata. Az amplitúdó leképezési funkciót, szokásosan, transzfer karakterisztikával definiáljuk (lásd 1.6 feladat). Ez az összefoglaló csak az **egyenletes** mintavétel és kvantálás esetét tárgyalja

Kvantálás

Determinisztikus, *intervallumot (quantization cell)* jelölő⁴ művelet az **egyenletes** kvantálás, amely - természetéből adódóan - **vesztéséges** információ kompresszió:

"valós → egész szám" leképezés (kerekítés; "many-to-one" mapping)



Hatása *additív* hibaforrásként tekinthető: a hiba **bemenet-függő**, de tartománya korlátozott

$$e = N - \left(\frac{x}{\Delta x} \right) \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right)$$

Hibabecslés (a kvantálás elmélete)

- **determinisztikus**: *nemlineáris* leírás

- **statisztikus** (sztochasztikusan *lineáris* modell): ha a jel amplitúdó eloszlásának karakterisztikus függvénye (a sűrűségfüggvény Fourier transzformáltja⁵) korlátos - azaz véges tartójú - akkor az e **hiba** *egyenletes* amplitúdó eloszlású (a $-1/2, 1/2$ tartományban) és spektrálisan **fehér zaj** (a Nyquist sávban: az $f_s/2$ tartományban), az aktuális *bemenettől függetlenül* (kvantálási tétel⁶)

A teljes **zaj teljesítmény** - az amplitúdó eloszlás varianciája (szórásnégyzete)

$$P_Q = \frac{(\Delta x)^2}{12}$$

nem függ az f_s mintavételi frekvenciától, és *visszaállíthatók* (!) a bemenet **átlagos** jellemzői (a várható értékek, mint pl. az átlagérték vagy szórás)

Megjegyzés: általánosan a kvantálás az *adat-kompresszió* elmélete és gyakorlata; speciálisan A/D átalakításnál a "fix-felbontású, **skalár** (egyedi minták)" eset alapvető.

A leképzési szabály megadása vagy optimalizálása **rendszer** tervezési feladat. A *round()* művelet (a "legközelebbi társ" szabály) pl. igen *praktikus* eljárás: az intervallumot (code bin) jelölő index maga a kód (binary encoder). A megvalósítás az **eszköz** tervező dolga

⁴ Nem tudjuk tehát *pontosan* (hiba-mentesen), hogy a kimenő kódot *melyik* aktuális *bemenő érték* generálta („fuzzy” input), a numerikus minta - ideális esetben is - csak az arány közelítő értéke

⁵ Ahogyan a *mintavétel* leírása a transzformált (→ spektrum) tartományban szemléletes, hasonlóan a *kvantálás átlagos* (statisztikai) hatásának becslése is "tartomány-váltással" (→ a karakterisztikus függvényt használva) hatékony

⁶ Praktikusan igen **jó** becslés a kvantálási tétel, ha "a bemenet *elegendően összetett* (spektrumú) jel és *megfelelő* a mintagyakoriság, *kielégítő* a felbontás" (→ közel korrelálatlan minta hibák).

Igen **rossz** a becslés pl. egyszerű periódikus, kis-szintű (durva felbontású) jel vagy konstans jel esetén

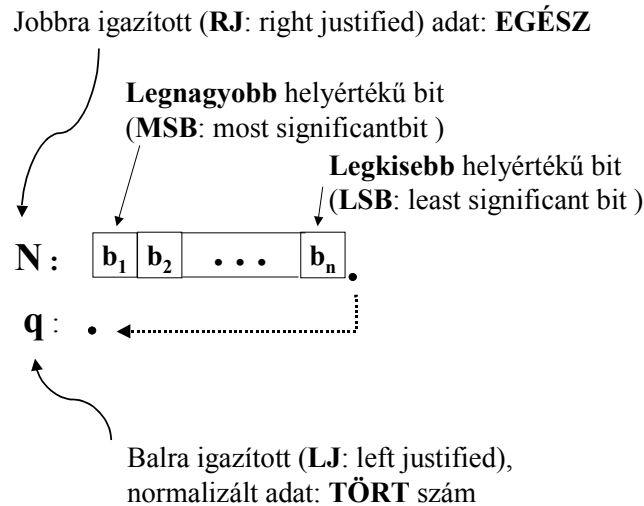
Kódolás

Fixpontos, **bináris** kód: **n bit**⁷ (felbontás korlát !)

A bináris pont helyétől függően a numerikus minta *értelmezése* (változatlanok a bit értékek)

$$N = \sum_{i=1}^n b_i \cdot 2^{n-i} = 2^n \cdot \left(\sum_{i=1}^n b_i \cdot 2^{-i} \right) = 2^n \cdot q$$

ahol $b_i = 0,1$ a bit értéke, $0 \leq N < 2^n$ **egész** szám, és $0 \leq q < 1$ **tört** szám (*normalizált adat*);
a választott futó *index*: $i = 1 \rightarrow$ **MSB** (és $i = n \rightarrow$ **LSB**)



Az átalakító véges szóhossza miatt, **telítésmentes** működéshez (\rightarrow a hiba: $|e| < 1/2$), korlátozott az analóg bemenet - a leképzés - tartománya

A/D algoritmus (= *osztási* algoritmus, lásd 46. oldal): bit **keresés**

- (1) **1** (vagy **több**) lépés: **word** (partial word: **character**)-**at-a-time**
- (2) **n** lépés (bináris keresés): **bit-at-a-time**
- (3) $\max 2^n$ lépés (lineáris keresés, számlálás): **level-at-a-time**

Megjegyzés: elvileg egyetlen A/D módszer is elegendő lenne (optimális: 1 lépés \rightarrow 'brute-force full search', nickname: 'flash'). Praktikus okok - a realizálások (a technológiák) korlátai és az alkalmazások speciális igényei - miatt szükséges különféle A/D eljárások kidolgozása

A *több* lépéses (szekvenciális) algoritmusok komplexitását csökkent(het)i az előző lépésben nyert információ kihasználása (sőt, a hardver elemek nagy része akár újra is használható lépésről lépésre). Az átalakítás sebessége (a minta[szó]-gyakoriság: **word rate**) azonban *fordítva* arányos a lépések számával.

Fokozatonként analóg *memória* közbeiktatásával, párhuzamosítható az egyes fokozatok műveletvégzése (analóg **pipelining**), így csak egy fokozat⁸ korlátozza az átalakító átviteli képességét (word-rate) - a kezdeti terjedési késleltetés (**latency**) persze megmarad

⁷ A bit-szám (**n**) - digit-szám (**d**, decimális kód) "ekvivalencia" a $2^n = 10^d$ összefüggésből számítható

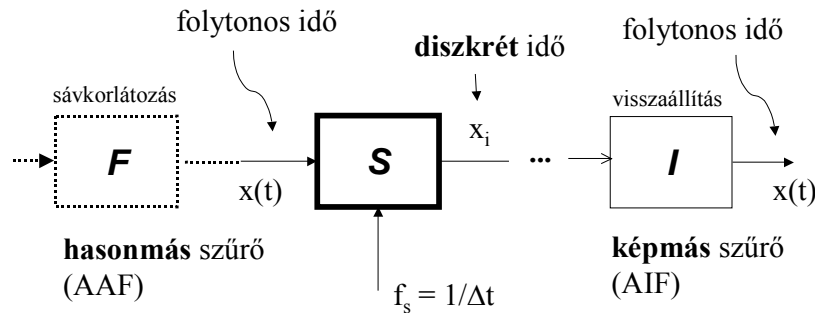
⁸ a fokozatok *különböző* (!) - egymást követő - mintákat kezelnek, a módszer tehát **folymatos** mintavételezésnél növeli **radikálisan** a mintagyakoriságot

Mintavétel

From a converter point of view, performance is divided into Nyquist zones [B. Brannon]

Periódikus spektrumot, $f_s = 1/\Delta t$ egész többszörösei centrummal megjelenő *képmásokat (images)* eredményez az **egyenletes** mintasorozatot produkáló pillanatérték(pont)-mintavétel, amely megfordítható (elméletileg) - a művelet **veszteségmentes**, ha a jel sávkorlátozott (*mintavételi tétel*)

Nem lép fel spektrum átlapolódás, ha a bemenet sávja kisebb $f_s/2$ -nél (Nyquist-zóna); a Nyquist-szabály megsértése *hasonmás* komponensek fellépésével jár (**aliasing**, lásd 4.4 feladat)



pont - mintavétel:

$$x_i = x(t) \Big|_{t=i\Delta t}, \quad i = 0, 1, 2, \dots$$

F: elő-szűrő (pre-filter)

S: mintavevő (sampler)

I: interpoláló (interpolator),

A mintapontok közötti érték visszaállítás (mintasúrités, interpoláció) **algoritmus** ⁹:

$$x(t) = \sum_{i=-\infty}^{i=\infty} x_i \cdot \text{SINC}\left(\frac{t}{\Delta t} - i\right), \quad \text{ahol} \quad \text{SINC}(y) = \frac{\sin(\pi y)}{\pi y}$$

és ennek (az időtartománybeli konvolúciónak) megfelelő *analóg hardver* eszköz (a frekvencia tartományú szorzás): *ideális aluláteresztő szűrő* (AIF).

Véges mintaszám esetén **koherens** mintavétel - periódikus jel egész (J) számú periódusából vett egész (M) számú minta (→ M periódicitású minta-sorozat) - ad *perfekt* visszaállítást

Gyakorlati okok, pl. a bemeneti sávkorlátozó (AAF) illetve a visszaállító (rekonstruáló, AIF) *analóg szűrő realizálása* miatt célszerű enyhé **"túl"mintavételezés** (a Nyquist korlátot meghaladó mintagyakoriság), ilyen esetben pl. *diszkrét-idejű* szűrő, vagy akár *digitális* szűrő is enyhítheti az analóg szűrő követelményeit (nonzero-width transition band).

A mintagyakoriság helyes megválasztása a feldolgozó algoritmus(ok) ismeretét is megköveteli, maga a mintavételi tétel a jelalak (hullámforma) visszaállítására ad kötést (lásd 1.3a feladat)

Megjegyzés: számos esetben **külső**, a "beágyazott" mintavételt kiváltó - és a matematikai (pont) mintavételt nagy hűséggel megvalósító - "igazi" mintavevőt (**SHA:** sample and hold amplifier) vagy követő/tartót (**THA:** track and hold amplifier) kell alkalmazni (*analóg* memória). Egyszerűsíti az alkalmazók dolgát az A/D átalakítóval *egybeépített* mintavevő (sampling ADC)

⁹ Egy (pont)minta "hozzájárulása" a jelhez: minta-középpontú, a mintával skálázott és a mintagyakorisághoz illesztett (a többi minta helyén zérus értékű) SINC függvény [ún. konvolúciós rekonstrukció].

A **SINC** interpoláció ("végtelen összegzés") helyett a gyakorlatban *közelítő* (pl. szakaszonként **konstans**, vagy lineáris, csonkított SINC, spline) visszaállítást alkalmazunk

D/A átalakítás (DAC): rekonstrukció jel(alak) visszaállítás

A D/A átalakítás két művelet: **tartás** és **hibrid szorzás** együttese; az eredmény időben folytonos. A N digitális bemenet (adat, **numerikus minta**) és az x_0 analóg kimenet (**jel**, fizikai mennyiség) *metrikai* kapcsolata

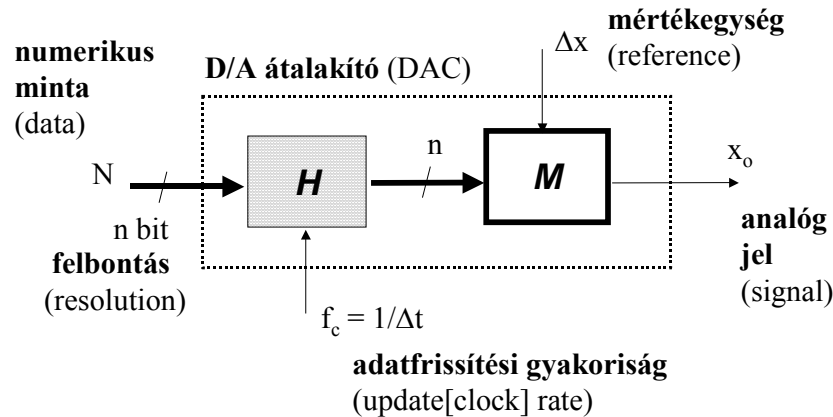
$$x_0 = N \cdot \Delta x = \sum_{i=1}^n b_i \cdot \frac{(2^n \cdot \Delta x)}{2^i}$$

ahol Δx : mértékegység (analóg **referencia**), N : mérőszám (egész, *fixpontos* bináris kód: $b_i = 0,1$ a bit értéke) - **n bites** adat

Jelfolyam diagram (rendszer szint, "fekete doboz")

alapfüggvény: **hibrid szorzás** ("one-to-one" mapping, point map)

plusz művelet: egyszerű **tartás** (diszkrét \rightarrow folytonos idő átalakítás; *egyenletes* $\Delta t = 1/f_c$ időközök), f_c **gyakoriságú** adatokból



H: tartó (hold)

M: szorzó (multiplier)

D/A algoritmus (= *szorzási* algoritmus, lásd 43. oldal): referencia növekmény **összegzés**

- (1) párhuzamos: **word-at-a-time** (single clock cycle)
- (2) soros (szekvenciális): **bit-at-a-time**

Megjegyzés: az ideális D/A **hibamentes**; viszont a bemenő adat kvantálási hibát tartalmaz(hat): "*beágyazott*" kvantálás (pl. az ideális A/D \rightarrow D/A pár átvitele: $\Delta x \cdot \text{round}(x/\Delta x)$), tehát az A/D átalakító miatt információ veszteséges), az egyszerű *tartás* - azaz konstans interpoláció - pedig kompenzálható spektrum csillapítást okoz

Általában Δx konstans és "beépített" ("onboard" reference). **Szorzó D/A** (MDAC: multiplying DAC) a megnevezés, ha speciálisan a referencia *változhat* (rögzített n bittel a $2^n \cdot \Delta x = X_{FS}$ érték módosítható: analóg jelet skáláz az átalakító, lásd **1.2** feladat)

Bipoláris D/A (bipoláris adat: "két-negyedes szorzó")

(a) Az unipoláris D/A kimenete, **n bites** numerikus minta esetén

$$x_o = N \cdot \Delta x = \frac{N}{2^n} \cdot (2^n \cdot \Delta x) = q \cdot X_{FS}$$

és a bináris pont helyétől függ az adat ($0 \leq N < 2^n$ **egész** szám, illetve $0 \leq q < 1$ **tört** szám¹⁰) és az *analóg* referencia (Δx **felbontás**, illetve $X_{FS} = 2^n \cdot \Delta x$ **tartomány**) értelmezése

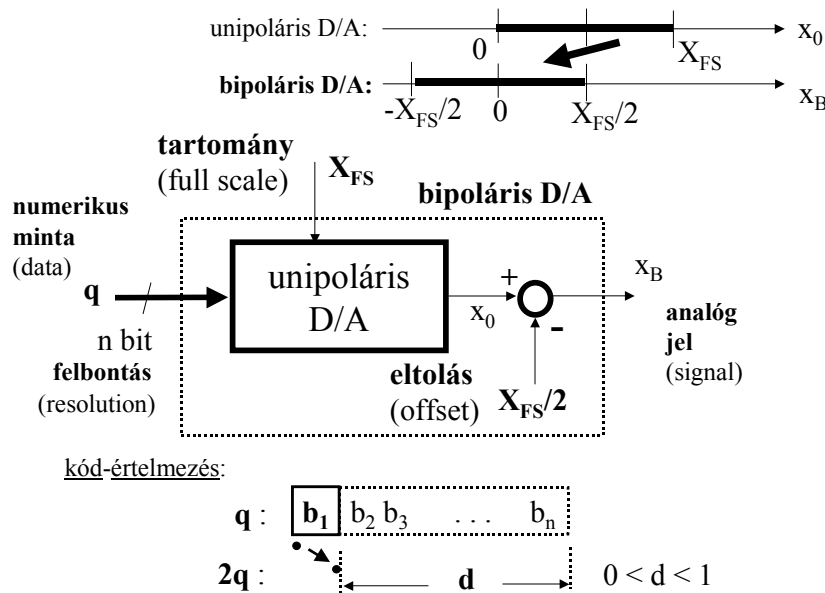
A választott véges analóg tartomány (X_{FS} : full scale) és szóhossz (n bit) értékkel "kiadódik"(!) a

$$\Delta x = \frac{X_{FS}}{2^n}$$

felbontás (mértékegység, lásd **1.5** feladat), ahol X_{FS} *virtuális* szint (a kimeneten, mert $q < 1$), a kimenet *valódi* maximális értéke ($N_{max} = 2^n - 1$ bemenetnél)

$$x_{0max} = X_{FS} - \Delta x = X_{FS} \cdot \left(1 - \frac{1}{2^n}\right)$$

(b) Bipoláris D/A egyszerű analóg **szint-eltolás** ("MSB offset") művelettel realizálható¹¹, és csak az adat kódolást kell "újra"értelmezni



A *bipoláris* D/A kimenete, **n adat-bit** bemenettel

$$x_B = x_o - \frac{X_{FS}}{2} = 2q \cdot \left(\frac{X_{FS}}{2}\right) - \frac{X_{FS}}{2} = (b_1 + d) \cdot \frac{X_{FS}}{2} - \frac{X_{FS}}{2} = ((b_1 - 1) + d) \cdot \left(\frac{X_{FS}}{2}\right)$$

és az "előjel"bit ($b_1 = \text{MSB}$) értékétől függően

- (1) $b_1 = 1 \rightarrow x_B = d \cdot (X_{FS}/2) \dots$ **pozitív**
- (2) $b_1 = 0 \rightarrow x_B = - (1 - d) \cdot (X_{FS}/2) \dots$ **negatív**

vagyis a (digitális aritmetikában is) szokásos *komplement* (bipoláris) kódú adat szükséges, de *fordított előjelbit* értékkel (egyszerű MSB *invertálás*) \rightarrow offset kód

¹⁰ A tört számmal való szorzást tekinthetjük "referencia (meg)osztásként" is

¹¹ Ritkább típus az "előjel és abszolút-érték" kódolású adat átalakító ("sign - magnitude" converter)

Tartás

Rekonstrukciónál, a mintapontok közötti értékek becslésére : a diszkrét \rightarrow folytonos idő át-alakításra („undo” sampling), kézenfekvő és **egyenletes** f_c gyakoriságú adatfrissítés esetén igen *praktikus* módszer a szakaszonként **konstans interpoláció** (tartás, **ZOH**: zero-order hold), amelyet egyszerű **hardver** eszköz: digitális **regiszter** realizál

Ez az **NRZ**: non-return-to-zero ("**lépcsős**" hullámformát generáló) üzemmód *nem* tünteti el (nem "szűri ki") a képmásokat, csak "burkoló"(roll-off) típusú spektrum csillapítást ad (sajnos a hasznos sávban is, tehát *torzítást* okoz)

$$\frac{\sin x}{x}, \quad \text{ahol} \quad x = \pi \cdot \left(\frac{f}{f_c} \right)$$

formával ($\Delta t = 1/f_c$ a tartási idő); f_c egész számú többszöröseinél *zérusok* (éles "leszívások") lépnek fel és közel **-4dB** a csillapítás Nyquist ($f = f_c/2$) frekvencián

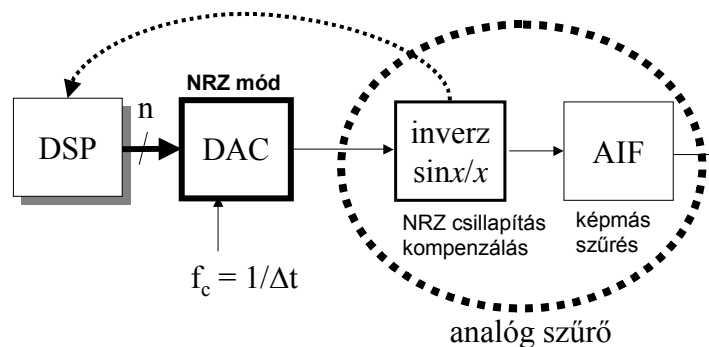
Rövidítve a tartási időt, az ún. **RZ**: return-to-zero ("**pulzus**" hullámforma) üzemmódban, csökkenthető az alapsávi spektrum Nyquist-frekvencia közeli csillapítása.

Például, az egyszerűen realizálható **HOH**: half-order hold ($\Delta t/2$ tartási idő) esetén a burkoló *zérusai* $2 \cdot f_c$ többszöröseinél adódnak és csak **-1dB** az amplitúdó változás az alapsávban.

Viszont kisebb a hasznos sávon kívüli (out-of-band) csillapítás, változatlan (jel)amplitúdó mellett pedig lecsökken a teljesítmény - ez korrigálható, konstans (gain) spektrum csökkenést okoz

Megjegyzés: a "lépcsős" (vagy véges szélességű "pulzus") hullámforma üzemmód *megoldja* azt a gyakorlati problémát, hogy elvileg pont(pillantérték)-mintákat igényelne a visszaállítási (interpolációs) algoritmus. (Numerikusan persze számolhatunk zérus-szélességű mintával, praktikusan azonban csak véges-szélességű minta realizálható.)

A hasznos sávban okozott spektrum csillapítás "**inverz $\sin x/x$** " szűrővel *kompenzálható* az analóg tartományban - pl. összevonva az "igazi" képmás (rekonstruáló) szűrővel, vagy akár előzetesen is elvégezhető a korrekció a digitális tartományban (digitális „előtorzítás”)



Feladatok - 1

1.1 RZ (return-to-zero: "R2Z") módú D/A átalakító.

Vezessük le a fellépő amplitúdó-spektrum csillapítás frekvencia függését, legyen a tartási idő értéke: τ ($\leq \Delta t$). Szemléltessük a speciális ZOH ("NRZ mode"): $\tau = \Delta t$ és HOH ("zero stuffing"): $\tau = \Delta t/2$ eseteket. És mi a helyzet a fázissal?

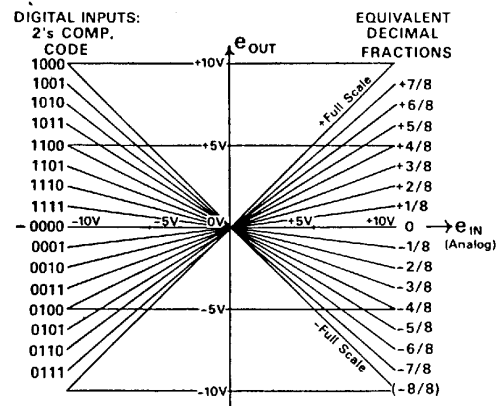
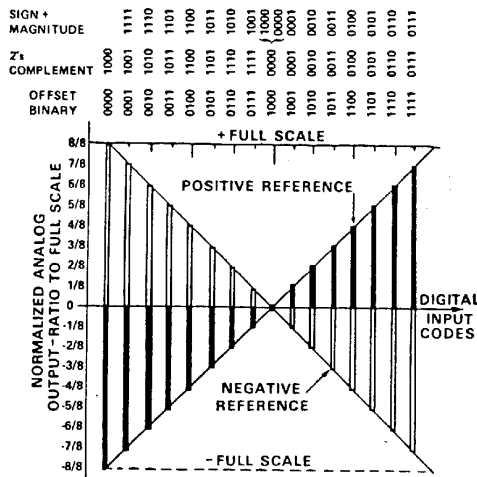
Megjegyzés: a tartás transzfer függvényének „ Δt szorzó faktora” és az egyenletesen mintavételezett diszkrét idejű jel spektrumának „ $1/\Delta t$ szorzó faktora” kiegyenlíti (!) egymást (ezért ettől eltekinthetünk)

1.2 Szorzó D/A (MDAC) átvitele.

Az *értelmezést* segíti az alábbi két ábra [D. Sheingold, 1972], a bemenet 4 adat-bit:

KÉT-negyedes szorzó D/A (2Q MDAC)

NÉGY-negyedes szorzó D/A (4Q MDAC)



Y (\uparrow): jel kimenet, X (\rightarrow): bipoláris **adat**,
a fix referencia: pozitív (vagy negatív értékű)

Y (\uparrow): jel kimenet, X (\rightarrow): bipoláris **analog jel bemenet**,
a "paraméter" (gain): komplement kódú bipoláris **adat**

A két-negyedes (2Q): 2-quadrant) transzfer karakterisztika két *különálló* (!) esetet szemléltet egy ábrán. A négy-negyedes (4Q) eszköz analog jelet skáláz (programozható csillapító): *változó*, bipoláris analog jel helyettesíti a fix referenciát, átfogva a teljes (itt ± 10 V) tartományt. Miért aszimmetrikus az átvitel (pl. pozitív referenciánál *virtuális* "+ Full Scale")?

1.3 (a) Kontrollált **alul**mintavételezés ("keskenysávú" mintavételi tétel).

Legyen a bemenő jel spektruma az (f_L , f_H) tartományban: $B = f_H - f_L$ a hasznos sáv ($f_H > f_L$). Igazoljuk, hogy átlapolás-mentes (aliasing free) spektrumhoz a mintavételi gyakoriság (f_s) értéke

$$\frac{2}{k} \cdot \left(\frac{f_H}{B} \right) < \left(\frac{f_s}{B} \right) < \frac{2}{k-1} \cdot \left(\frac{f_H}{B} - 1 \right), \quad \text{ahol } 1 \leq k \leq \text{trunc} \left(\frac{f_H}{B} \right)$$

k egész szám és $\text{trunc}()$ az egész rész függvény.

Az alapsávban *egyenes* vagy *fordított* állással jelenik meg az eredeti rész-sáv, attól függően, hogy *páratlan* vagy *páros Nyquist zónába* esik-e. Miért? ("Hagyományos" mintavételi tétel: $k = 1$.)

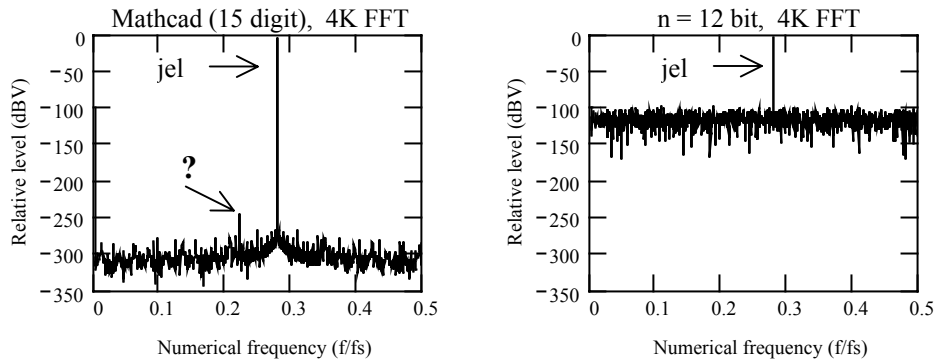
Grafikusan szemléltessük (Y (\uparrow): f_s/B , X (\rightarrow): f_H/B) az *összetartozó* ($f_s/B \geq 2$, $f_H/B \geq 1$) érték-párokat (területek!), a paraméter: k (= 1, 2, 3 ...)

(b) Periódikus jel idő-skálázása (harmónikus komponensek sorrend-tartó és arányos áthelyezése az alapsávba: **frekvencia kompresszió**).

Mutassuk meg, hogy egy $f_m = m \cdot (f_s + \delta)$, $m = 1, 2 \dots$ komponensekből álló jelet f_s gyakorisággal (alul)mintavételezve, az alapsávi frekvencia szegmensből az idő-skálázott ($1/\delta$ periódusú) eredeti jelforma visszaállítható

1.4 A kvantáló mint zajforrás.

A véges szóhossz hatását *illusztrálja* nagyjelű szinusz (single tone) jelre a nagy pontosságú numerikus szimuláció (→ "saját torzítás") és egy $n = 12$ bites kvantáló spektruma:



A Mathcad 15 decimális számjegyre pontos, ez hány bittel ekvivalens? (Feltéve, hogy az FFT-bin értékekre egyformán oszlik el a kvantálási zaj teljesítmény, mennyi a "zaj küszöb": egy bin átlagos jel/zaj aránya? Lásd pl.: **4.5(b)** feladat.) A spektrális képet, a spektrum-átlapolódás (aliasing) miatt, az aktuális numerikus frekvencia értéke is *jelentősen* befolyásolja; pl. $f/f_s = 1/4$ (és zérus fázis) esetén *nincs* (!) torzítás, miért?

1.5 Az adatkonverterek felbontása (LSB).

A legkisebb helyérték "súlya" többféle módon is megadható:

bit-szám (n)	2^n (állapot-szám)	$\Delta x = \frac{X_{FS}}{2^n}$ ($X_{FS} = 10 \text{ V}$)	% FS $\left(\frac{1}{2^n} \cdot 100\right)$	ppm FS	dB FS
10	1024	9.77 mV (10 mV)	0.098 (0.1)	977 (1000)	-60
16	65536	153 μV	0.0015	15	-96

Készítsünk teljes táblázatot ($n = 2, 4 \dots 24$). Milyen értékek adódnak $X_{FS} = 2 \text{ V}$ esetén? (Összevetéshez: mekkora a termikus zaj-feszültség, ha $f = 20 \text{ KHz}$, $R = 600 \Omega$, $T = 273+27 \text{ K}$? Lásd még 25. oldal)

1.6 Bipoláris A/D átvitele.

$n = 4$ adat-bit mérőszám (N , komplementis ill. offset kód), $\text{round}()$ kvantáló és X_{FS} teljes analóg tartomány esetére adjuk meg grafikusán az átalakítót jellemző transzfer ($Y(\uparrow) : N$, $X(\rightarrow) : x/\Delta x$) és hiba ($Y(\uparrow) : e$, $X(\rightarrow) : x/\Delta x$) karakterisztikát. (Lineárisan változó bemenetre milyen a válasz?)

Mennyi az intervallum-átváltások (határ-pontok) száma? Mekkora a legszélső, *nem* kétszeresen határolt intervallumok véges átváltási(határ)-pontjainak értéke?

Telítésmentes működéshez ($|e| < 1/2$) mekkora lehet a bemenő szinuszos jel maximális amplitúdója, és milyen amplitúdóra "vak" a kvantáló?

1.7 Korlát a dinamika (2^n) és mintagyakorosság ($f_s = 1/\Delta t$) szorzatra ("határozatlansági reláció").

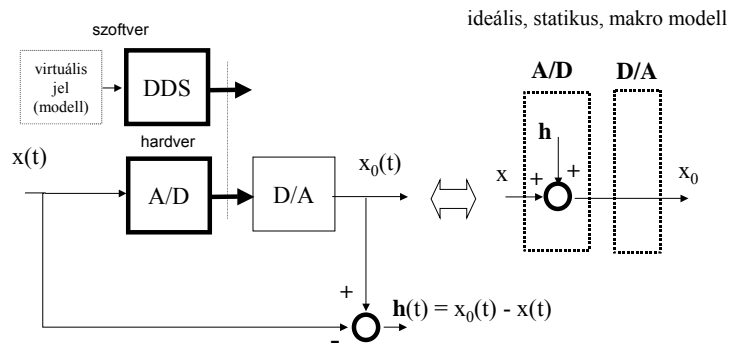
A limit: $\Delta E \cdot \Delta \tau > h / 2\pi$, ahol $\Delta E = ((\Delta x/2)^2/R) \cdot (\Delta t/2)$ a legkisebb, még felbontható jel (a fél-LSB) energiája és $\Delta x = U_{FS} / 2^n$, $\Delta \tau = \Delta t/2$ (a minta-periódus fele), $h = 6.62617 \cdot 10^{-34} \text{ Ws}^2$ Planck állandó [B. Walden, 1999]. Mutassuk meg, hogy ilyen feltétellel és $U_{FS} = 1 \text{ V}$, $R = 50 \Omega$ értékekkel

$$2^n \cdot f_s < \sqrt{\frac{(U_{FS}/4)^2/R}{h/2\pi}} = 3.44 \cdot 10^{15} \text{ [1/s]}$$

Mekkora a mintagyakorosság-korlát "jóslás" $n = 12$ bites átalakítónál?

Kvantálási (kerekítési) hiba

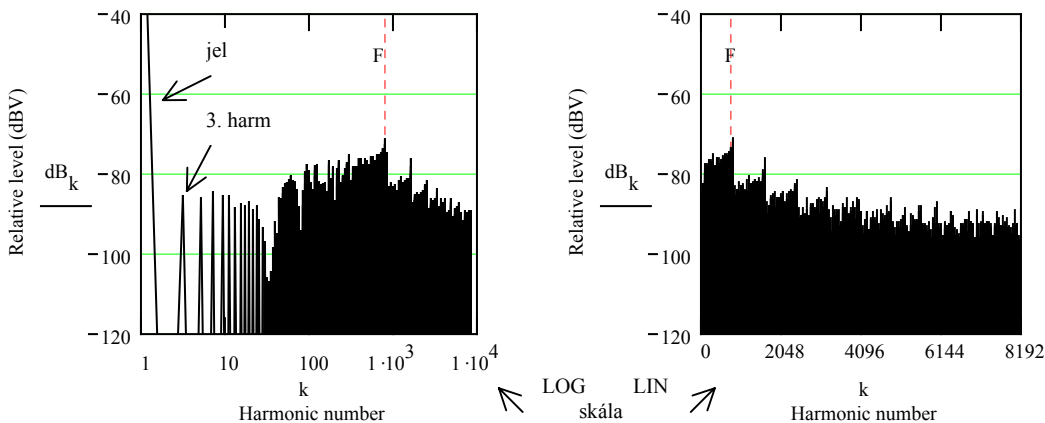
A kvantálás **nemlineáris, determinisztikus** művelet. Hatása *additív* hiba forrásként vehető számításba; a hiba *aktuális* értéke azonban ismeretlen, a bemenet függvénye



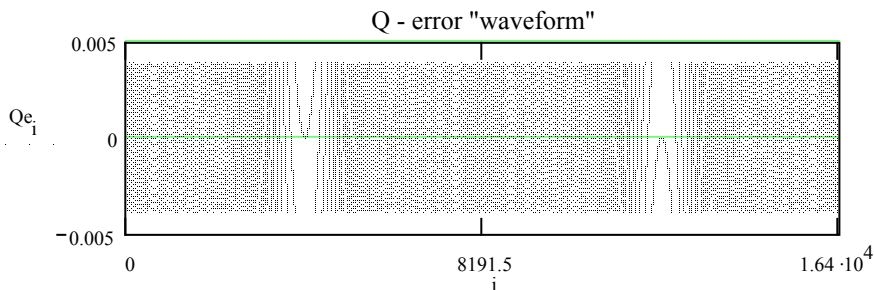
DDS: numerikus jelszintézis (direct digital synthesis)

Szinuszos jel bemenetre egy nemlinearitás felharmónikusokat: torzítást (**spurious components**) generál. A kerekítés: *round()* művelet páratlan harmónikusokat hoz létre

Példa: amplitúdóra ($X_{FS}/2$ - re) normált, diszkrét-idejű szinus: $\sin(2\pi \cdot (L/S) \cdot i)$, ahol i = idő index, $L=1$ és $S=2^{14}$ (jelentős túlmintavételezés - a hasonmás-hatás csökkentésére!!); a kvantálás felbontása $n=8$ bit. A max. spur harmónikus száma: $F \approx 2^n \cdot \pi$, relatív szintje $\approx -9 \cdot n + 6$ [dB]



A hiba pillanatértéke **bement-függő**, de tartománya korlátozott ($LSB = 2 / 2^8 \approx 0.008$)



Szélessávú-zaj modell (sztochasztikusan lineáris modell)

*Noise and [effective] resolution go hand in hand; one defines the other [R. Schreiber]
The effective bits is a scaled version of the SNR [M. Grove]*

A statisztikus nézőpontú kvantálási tétel szerint, a kvantálás hatása - **telítésmentes** működésnél, függetlenül a bemenettől (!) – *additív*¹ szélessávú-zaj forrással modellezhető: *round()* művelet esetén a **hiba egyenletes** amplitúdó eloszlású, spektrálisan **fehér zaj**, és a zaj eloszlás **szórásnégyzete** (vagyis a teljes zaj *teljesítmény*, a teljes $f_s/2$ Nyquist-sávban)

$$P_Q = \frac{(\Delta x)^2}{12}$$

független az f_s mintavételi frekvenciától, és Δx : felbontás (mértékegység)

Maximális, $X_{FS}/2$ amplitúdójú **szinuszos jel** (teljesítménye: $P = ((X_{FS}/2)/\sqrt{2})^2 = (X_{FS})^2/8$) és **n bites** felbontású **kvantáló** ($\Delta x = X_{FS}/2^n$) esetén a **maximális jel/(kvantálási-)zaj teljesítmény arány**

$$SQNR_{\max} [dB] = 10 \cdot \log \frac{P}{P_Q} = 10 \cdot \log \left((2^n)^2 \cdot \frac{3}{2} \right) = 6 \cdot n + 1.8,$$

bitenként 6dB javulás várható (ideális kvantálónál)

Megfordítva: egy eszköz szinuszos jellel **mért SNR [dB]** jel/zaj arány jellemzője alapján

$$n_{\text{eff}} = \frac{SNR[dB] - 1.8}{6}$$

virtuális bitszámú *ideális* kvantálónak "felel meg" (**ENOB** : *effective number of bits*). Ez a modell azt feltételezi, mintha a teljes zaj (és torzítás) oka csakis a kvantálás lenne és így - egyetlen, igen szemléletes adattal - "méri" a konverter (ideálistól eltérő) minőségét, lásd még 36. oldal.

Az aktuális n_{eff} *effektív* felbontás (valós szám) mindig *kiseb*b (!) mint az eszköz **n névleges** szóhossza (és *változik* a jelfrekvencia függvényében: növekvő frekvenciával csökken!)

A szinuszos bemenő jel tényleges A ($< X_{FS}/2$) amplitúdó értékének megfelelő jel/zaj arány

$$SQNR[dB] = 6 \cdot n + 1.8 - 20 \cdot \log \left(\frac{X_{FS}/2}{A} \right)$$

Optimális esetben, a bemenet *dinamikája* (\rightarrow "pozitív **SQNR**" tartomány) az elvi telítésmentes $SQNR_{\max}$ ($\rightarrow A_{\max} = X_{FS}/2$) értéktől az $SQNR_{\min} = 0$ dB ($\rightarrow A_{\min}$) értékig vehető

¹ A szélessávú-zaj modell *közelítés* "zsenialitása" természetesen nem az additivitás (ez következik a definícióból), hanem a **linearitás**: a hiba *jel-kapcsolata* (\rightarrow [statisztikai] függetlenség, gyengébb esetben: korrelátlanság [lineáris függetlenség]), valamint a hiba statisztikai természete (\rightarrow előre *ismert* tulajdonságú zaj; **UWN** : uniform white noise)

Ha a jelre *nem* teljesül a kvantálási tétel, akkor annak feltételét *mesterségesen* is biztosíthatjuk a bemenet szándékos(!) "zajosításával": hiba spektrum **fehérités** (whitening).

Független valószínűségi változók összegének karakterisztikus függvénye ugyanis szorzat. Ezért elegendő, ha csak az egyik tényező teljesíti a *korlátozott* - véges tartójú - karakterisztikus függvényre vonatkozó feltételt. A kvantálási tételt tehát a **jelhez adott**, attól **független zaj (dither)** felhasználásával teljesítjük - többnyire felbontás-közeli maximális amplitúdó értékkel (\rightarrow kis dinamika veszteség).

A *külső* zaj hozzáadás rendszerint minimális áramkörü többletet jelent; gyakran szükségtelen is, mert elegendő lehet a jelenlévő *belső* zaj (self-dithering). A dither ugyan *megnöveli* az eredmény varianciáját (szórásnégyzetét), az **átlagolás (szűrés)** viszont éppen ezt csökkenti !

Ahogy *mintavétel előtt* a szűrés (sávkorlátozás \rightarrow mintavételi tétel), hasonlóan *kvantálás előtt* additív zaj: dither (korlátozott karakterisztikus függvény \rightarrow kvantálási tétel) segíti a **jelfüggetlen** becsléseket

"Túl"mintavételezés

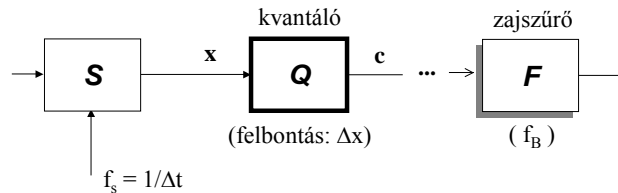
As usual you never get a gain without a penalty [D. Owen]

(a) A képmások jobb szeparálásával, a "túl"mintavételezés enyhíti a sávkorlátozó (AAF) illetve a rekonstruáló (AIF) analog szűrő követelményeit (utóbbi esetben gyakran nem is kell $\sin x/x$ korrekció), így egyszerűbb a szűrő megvalósítása és kedvezőbb annak tranziens viselkedése

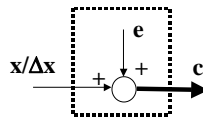
(b) A "túl"mintavételezés lecsökkenti a mintavétőt követő **kvantáló** kvantálási-zaj teljesítményét a Nyquist sávnál kisebb (ún. hasznos, $f_B < f_s/2$) sávban, ha a zaj szélessávú, spektrálisan **"fehér"** (f_s - től független a teljes zaj-teljesítmény).

A hasznos, keskenysávú jel/zaj arány (és ennek megfelelően az effektív bitszám!) tehát megnövelhető szűréssel (minta-csomag feldolgozás; konvolúciós rekonstrukció).

Megjegyzés: növekvő mintagyakoriságnál csak csökkenő felbontású kvantálás realizálható; kompenzál(hat)ja viszont a kisebb felbontást az, hogy a keskeny hasznos sávban, a "túl"-mintavételezéssel arányosan, kevesebb zaj marad (a "túl"mintavételezés redundanciája tehát - szűréssel - kihasználható az információ veszteség csökkentésére)



linearizált modell (a kvantálási hiba "fehér zaj"):



A kvantálási zaj teljesítmény az f_B hasznos sávban (in-band), ideális szűrés után

$$P_B = \frac{P_Q}{(f_s/2)} \int_0^{f_B} 1 \cdot df = \frac{P_Q}{M}, \quad \text{ahol } M = \frac{(f_s/2)}{f_B} > 1$$

M : a túlmintavételezési arány, P_Q : az eredeti (az $f_s/2$ -nek megfelelő teljes Nyquist-sávban fellépő) zaj teljesítmény

Az M -szeres zaj teljesítmény csökkenés, az ún. feldolgozási nyereség révén megnő a hasznos sáv jel/zaj aránya, ennek maximális értéke (szinuszos jel, n bites kvantáló, szűrés után)

$$SQNR_{\max} [dB] = 10 \cdot \log \frac{P}{P_B} = 10 \cdot \log \left(\frac{P}{P_Q} \cdot M \right) = 6 \cdot n + 1.8 + 10 \cdot \log(M)$$

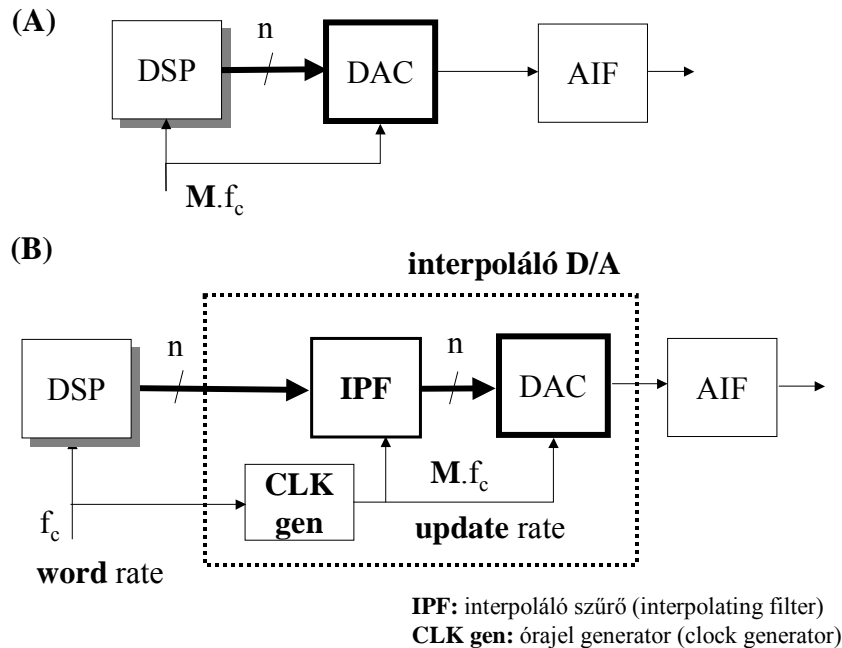
Oktávonként, azaz kétszeres "túl"mintavételezésnél a javulás: **3dB** ($\rightarrow 0.5$ effektív-bit/oktáv)². A kvantáló (egy-mintás) felbontási korlátja tehát "átléphető"(!) - kielégítő feltételeket teremtve. Ennek ára: kisebb a hasznos sáv, plusz szűrés szükséges

A szűrő után, ha a kimenet diszkrét-idejű, természetesen elegendő csak a hasznos sávnak megfelelő $2 \cdot f_B$ mintagyakoriság (\rightarrow mintaritkítás, "újra"mintavételezés célszerű: **"multi-rate"** elv)

² $SQNR_{\max} [dB] = 6 \cdot n + 1.8 + 3 \cdot \log(M) = 6 \cdot [n + 0.5 \cdot \log(M)] + 1.8$, ahol \log : 2-es alapú logaritmus

Interpoláló D/A (interpolating DAC) digitális képmás szűrés, mintasűritéssel

Csökkenti a DSP terhelését és lényegesen megkönnyíti az alkalmazást a D/A átalakítóval egybeépített, beágyazott "túl"mintavételezés (mintasűrités, interpoláció³)



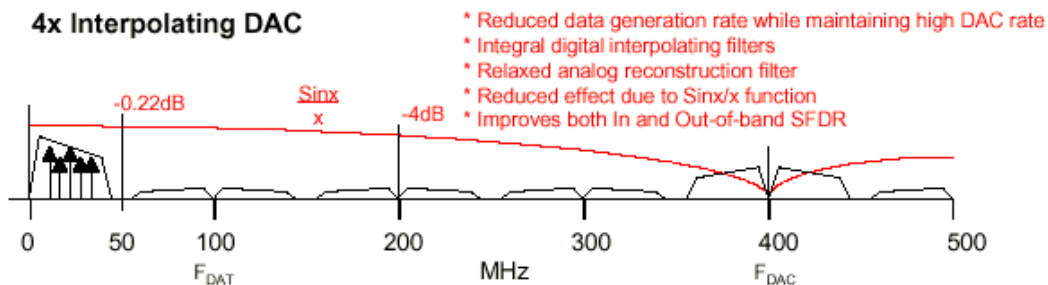
Amíg (A) esetben a teljes rendszernek kell $M \cdot f_c$ adatfrissítési gyakorisággal működnie (annak ellenére, hogy a numerikus minták hasznos sávja csak $f_B = f_c / 2$), addig (B) esetben „külső” hardver: digitális **interpoláló [szűrő]** és órajel generátor növeli meg az adatfrissítési gyakoriságot (M -szeres "túl"mintavételezés); az **órajel generátor** pl. fázis-zárt hurokkal realizált frekvencia szorzó (PLL clock multiplier)

Interpolációval enyhül az analóg simító (képmás, AIF) szűrő követelménye (javul a tranziens viselkedés is), lecsökken a $\sin x/x$ spektrum csillapítás f_B közelében (így sokszor korrekció sem kell NRZ módú D/A átalakítónál); és oktávonként (kétszeres M növekedés) maximálisan **3dB jel/zaj arány** javulás is adódik a hasznos $f_B = f_c / 2$ sávban ($f_c = F_{\text{DAT}}$).

Viszont a D/A átalakítóknak M -szeres adatfrissítési gyakorisággal kell működniük ($F_{\text{DAC}} = M \cdot f_c$)

Példa: MB86060 [Fujitsu] on-chip IPF

4x Interpolating DAC



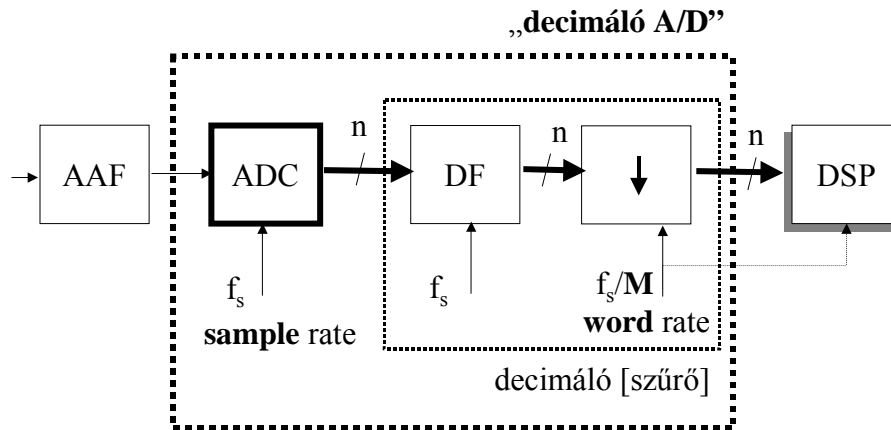
³ a digitális **interpoláló [szűrő]** mintasűrités (\uparrow) és digitális szűrés (DF) egyesítése

Digitális hasonmás szűrés, "túl"mintavételezéssel szokatlan (de nem meglepő) elnevezéssel: "decimáló A/D (decimating ADC)"

Az analog sávkorlátozó (hasonmás, AAF) szűrő követelményeit jelentősen csökkenti (és tranziens viselkedését javítja) az enyhe "túl"mintavételezés és az A/D átalakítást követő, a hasznos $f_B = (f_s/M)/2$ sávot kiemelő digitális szűrés.

A digitális szűrő kimenetén, a redundancia elkerülésére (és a DSP terhelés csökkentésére), az n bites numerikus minták gyakorisága az elegendő f_s/M gyakoriságra (word rate) ritkítható

A digitális szűrés és mintaritkítás praktikusán egyesíthető: "**decimáló [szűrő]**", és módosításával lehet hatásosan⁴ illeszteni (programozni) eltérő sávzélesség igényekhez egy adott digitalizálót (front-end). Ha a szűrő "egybeépített" az átalakítóval (embedded decimating [filter]), ez igen megkönnyíti az alkalmazók dolgát és lecsökkenti a DSP terhelését



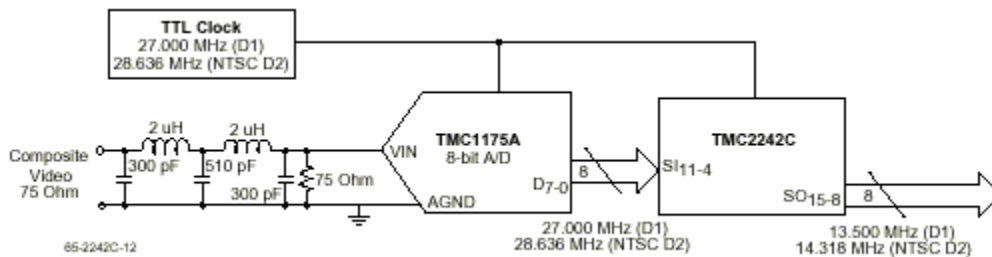
DF: digitális szűrő (digital filter)

↓ : mintaritkítás (decimating)

Oktávonként (kétszeres M értékre) maximálisan **3dB jel/zaj arány** javulás is adódik a hasznos f_B sávban (a kimeneten tehát effektív bitszám növekedés is elérhető).

Viszont az A/D átalakítónak M -szeres mintagyakorisággal kell működnie: a decimálás miatt az átalakító eredeti átviteli képessége (throughput; sample-rate) lecsökken (\rightarrow word-rate)

Példa: TMC2242C [Fairchild] decimating post-filter ($M = 2$)



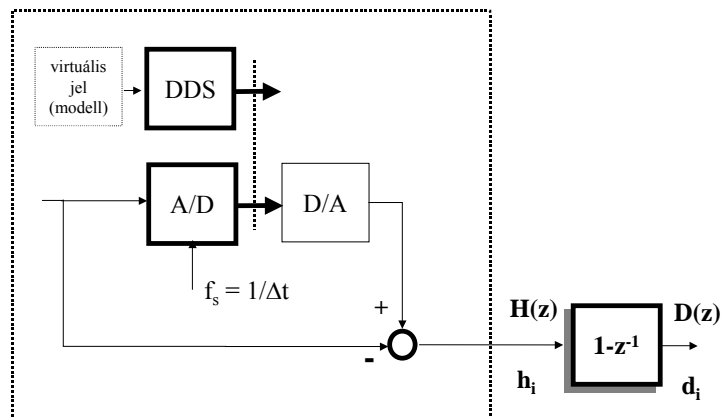
⁴ Változó mintavételei (ill. adatfrissítési) gyakoriság esetén módosítani kell az analog AAF: hasonmás (ill. AIF: képmás) szűrő sávját is. Ez elkerülhető **fix** és **maximális** mintavételei (ill. adatfrissítési) gyakoriságú átalakító és **programozható digitális** decimáló (ill. interpoláló) szűrő alkalmazásával

Hiba processzálas (differencia képzés) szemlélet-formáló bevezetés a „delta-sigma” eljáráshoz (lásd még 2.9 feladat)

Növekvő **túlmintavételezés** esetén a kisfrekvenciás (keskenysávú, a hasznos sávban lévő) jel egymást követő numerikus mintái egyre kevésbé különböznek, ezért a *hiba "differencia"*

$$d_i = h_i - h_{i-1}$$

kisfrekvenciás, a jelet zavaró (in-band) része nagymértékben *lecsökken* (a késleltetési operátor a mintagyakoriság reciproka: $\Delta t = 1/f_s$)



A diszkrét idejű differencia művelet transzfer függvénye: $1 - z^{-1}$, vagy z tartományból konvertálva a folytonos idejű frekvencia tartományba $(0, f_s/2)$:

$$\left| 1 - e^{-j\omega \Delta t} \right| = 2 \cdot \sin(\pi f / f_s) \approx 2 \cdot (\pi f / f_s), \text{ ha } f \ll f_s/2$$

vagyis - amint ez várható - *nagyfrekvenciás kiemelő* (felüláteresztő szűrő) jellegű

Megjegyzés: még hatékonyabb hiba-processzálas (azaz zaj-spektrum formálás) a **másod** (vagy magasabb, L-ed) **rendű** differencia képzés ($L = 2$):

$$d_i = h_i + h_{i-2} - 2 \cdot h_{i-1}$$

a művelet transzfer függvénye:

$$(1 - z^{-1})^2$$

Praktikusan **visszacsatolással** - a kvantálót visszacsatolásba "ágyazva" - realizálható a kvantálási zaj spektrumának ilyen formálása, amely - **túlmintavételezéssel** kombinálva - nagy-mértékben lecsökkenti a *hasznos, keskeny sávba eső* zaj-teljesítményt (magnöveli a jel/zaj arányt), így lehetőséget ad a realizálásnál igen előnyös **durva kvantáló** hatásos - **szűréssel** együtt *finom felbontást*⁵ adó - alkalmazására

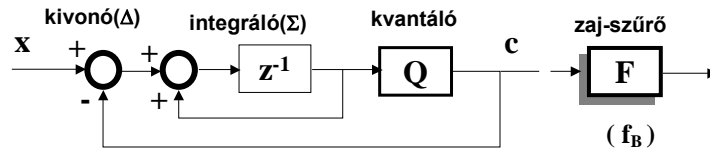
⁵ Az átalakító mag (sub-converter) *eredeti* felbontását tehát - egy szűk frekvencia sávban - jóval túllépi a teljes átalakító rendszer *effektív* felbontása. Itt nem maga a „nyers” kvantálás, hanem a (jel)feldolgozás a lényeges mozzanat! Az ilyen típusú D/A és A/D átalakító **rendszer**-szinten *hasonló* struktúrájú, a különbség főként abban áll, hogy melyik funkciót kell a digitális ill. az analóg tartományban megvalósítani

Zajformálás (zaj-differenciálás) és szűrés spektrum szeparálás

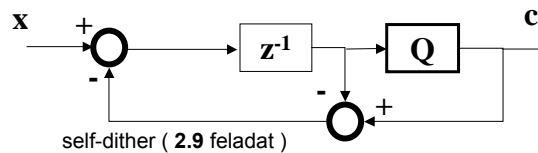
Visszacsatolással (tracking loop) átlagosan zérus értékű az (ábrán diszkrét-idejű) **integráló** kimenete, ez minimalizálja a kisfrekvenciás *differenciát* x és c között.

Tehát a **nagy mintagyakoriságú** numerikus mintasorozat (c : data stream) lokális "átlag"értéke pontosan követi a bemenetet (sum-tracking; a késleltetési operátor $\Delta t = 1/f_s$, $f_s/2 \gg f_B$)

“jel” visszacsatolás

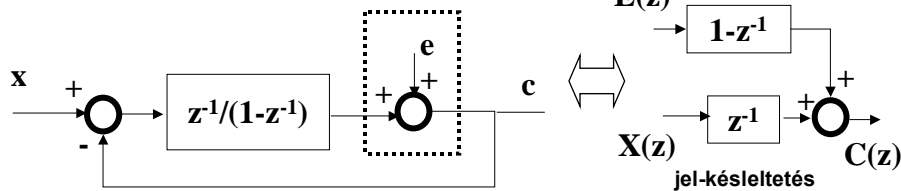


ekvivalens topológia: “hiba” visszacsatolás



self-dither (2.9 feladat)

linearizált modell (a kvantálási hiba “fehér zaj”)



A jel és kvantálási-zaj spektrum szeparálódik (!), a keskenysávú *jelre* a transzfer függvény: z^{-1} (ez csak késleltetés), míg a szélessávú *zajt formáló* transzfer függvény: $1 - z^{-1}$ (ez diszkrét idejű **elsőrendű differenciáló** → frekvencia szelektív: nagyfrekvenciás kiemelő, *felüláteresztő* szűrő)

A túlmintavételezés (**OS**: oversampling) és zajformálás (**NS**: noise shaping) kombinálása szűréssel (**F**: filter) hatásosan lecsökkenti a **hasznos** keskeny **sávban** (f_B , in-band) a zavaró kvantálási zaj teljesítményét

$$P_B = \frac{P_Q}{(f_s/2)} \int_0^{f_B} [1 \cdot [2 \cdot \sin(\pi f / f_s)]^2] df \approx \frac{P_Q}{M^3} \cdot \frac{\pi^2}{3}, \quad \text{ahol } M = \frac{(f_s/2)}{f_B} \text{ és } f_B \ll f_s/2$$

M : a túlmintavételezési arány (OSR: oversampling ratio), P_Q : az eredeti zaj teljesítmény

A zaj-csökkenésnek megfelelően, a maximális jel/zaj arány (n bites kvantáló, szűrés után)

$$SQNR_{\max} [dB] = 6 \cdot n + 1.8 + 3 \cdot 10 \cdot \log(M) - C(1), \quad \text{ahol } C(1) = 10 \cdot \log \frac{\pi^2}{3} = 5.2$$

A feldolgozási nyereség (processing gain) *oktávonként* (kétszeres túlmintavételezés), *elsőrendű* zaj-differenciálással : **9dB** (→ 1.5 effektív-bit / oktáv), C(1) konstans veszteség mellett

A megnevezés: "**OS (oversampling) átalakító**" ⁶ (bár a zajformálás, szűrés is lényegi művelet!), kiemelve a *kvantálónak* a hagyományos (közvetlen, Nyquist-gyakoriságú) eszköztől igen *eltérő* működési feltételét; vagy "**DS (delta-sigma) modulátor**", utalva arra, hogy az adatfolyam lokális átlagértékébe "kódolt" az információ és az *szűréssel* nyerhető vissza (1 bites Q esetére lásd 31. és 32. oldal)

⁶ A matematikailag ekvivalens formákat szokásos külön is megnevezni : „**error diffusion** modulátor” (= hiba-visszacsatolás) ill. „**delta-sigma** modulátor [quantizer]” (= jel-visszacsatolás)

DSM: delta-sigma modulátor (data stream)

Delta-[sigma] modulation is not a circuit technique - it's a religion [J. Candy]

Hatékony, **másod** (vagy még inkább magasabb, L-ed) **rendű** zaj "kisöprés" módosított zajformáló (modulátor) struktúra felhasználásával realizálható (lásd **2.3** feladat)

(1) maga a visszacsatolásba ágyazott *kvantáló* legyen egy "hatásos (azaz egy teljes zajformáló)" kvantáló. A linearizált modell alapján közvetlenül belátható, hogy ez a "**kettős hurok**" hatásában L = 2 rendű zaj-differenciálást eredményez

Iterációval kapjuk a több-hurkos, L-ed rendű (**multi-loop**, high-order loop) zaj modulátor topológiát. L > 2 esetén már külön gond a visszacsatolás potenciális instabilitása

(2) a zajformáló modulátorban (signal path) fellépő *kvantálási hibát* mérjük meg egy "hatásos (zajformáló)" kvantálóval (noise path). Célszerűen kombinálva az egymást követő (és "potenciálisan stabil"), **kaszkád** zaj-formálók kimeneteit: kioltva a megelőző fokozat zajforrását (**NC** : noise cancellation)⁷, kapjuk a hatásában L = 2 rendű zaj-differenciálást. (Az első fokozat ismeretlen hibája kétszer lép fel - *ellentétes* polaritással, így ideális esetben kiesik, és csak a másodiké: "a hiba hibája" marad meg)

A **többfokozatú** (**multi-stage**, cascade type), *több kvantálós* konfiguráció megoldja a stabilitási problémát és "fehériti" a zajt; elnevezése: **MASH** (Multi-stAge noise SHaping) struktúra

(3) az előző két módszer kombinálható (például **1-1-1MASH** vagy **2-1MASH** → L = 3), és csak a mérnöki "fantázia" - meg a technológia - szab határt különféle speciális (alkalmazáshoz igazodó) változatok megalkotására. (Példaként, lásd **2.6** és **3.3** feladat.)

A topológia variációk és realizálási korlátok (!) elemzéséhez praktikus és igen hatásos eszköz a *szimuláció* (de hosszú adat-sorozatokkal kell számolni)

L-ed rendű zajformálás (differenciálás): $(1 - z^{-1})^L$ zaj transzfer függvény esetén, a hasznos sávban a **maximális** jel/zaj arány (szinuszos jel, szűrés után)

$$SQNR_{\max} [dB] = 6 \cdot n + 1.8 + (2L + 1) \cdot 10 \cdot \log(M) - C(L)$$

n : a kvantáló bitszáma (multi-bit)

L : a zajformálás rendje (noise shaping order)

$M = (f_s/2)/f_B$: túlmintavételezési arány (OSR: oversampling ratio), $M \gg 1$

f_B : hasznos sáv (in-band)

$C(L) = 10 \cdot \log \frac{\pi^{2L}}{2L + 1}$: konstans veszteség

Ezzel *ekvivalens* forma:

$$SQNR_{\max} [dB] = 6 \cdot \left(n + \left(L + \frac{1}{2} \right) \cdot \log(M) - K \right)$$

ahol K : struktúra függő konstans, \log : 2-es alapú logaritmus (és láthatóan, a M túlmintavételezés növelésével *oktávonként* $(L + 0.5)$ bit a feldolgozási nyereség, némi veszteséggel)

A módszer hatásosan javítja a kvantáló eredeti (n bites) felbontását : kis bitszámú (durva, kedvezően realizálható) kvantálóval is nagy jel/zaj arány (finom effektív felbontás) valósítható meg (keskeny sávban, elég nagy M és L értékkel), szűréssel kombinálva

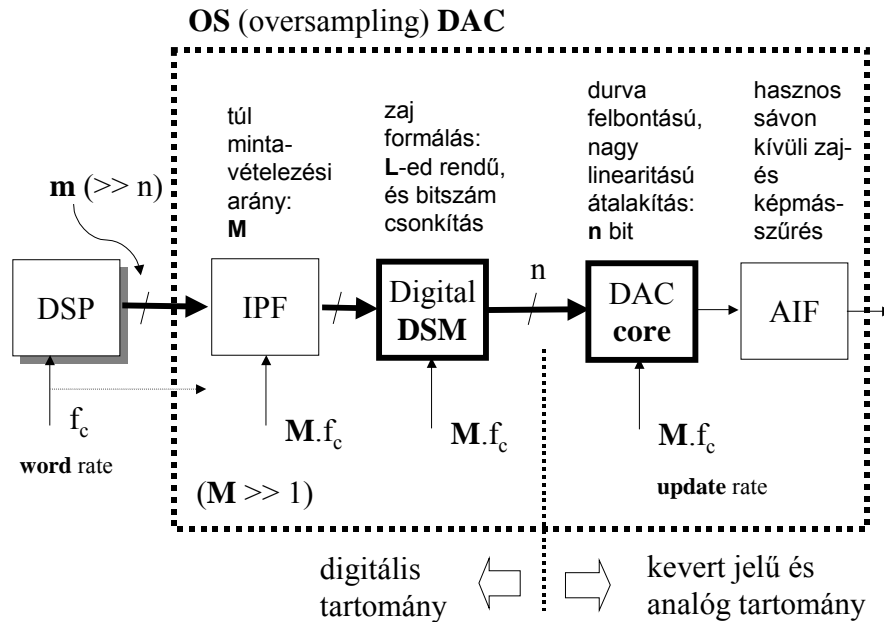
A "fordított": **szigma-delta** ($\Sigma\Delta$) megnevezés is elterjedt (nickname: "**Greek**" modulator)

⁷ A kiemelt zaj a második fokozatban *jel* transzfer-függvényt "lát", a második fokozat kimenetét *differenciálva* és *kivonva* az első kimenetéből, ideális („illesztett”) esetben "eltűnik" az első fokozat zaja (→ NC); a második fokozat megmaradó zajforrását pedig újabb differenciálás formálja (→ L = 2).

Kisebb rendű modulátorok (hibát processzáló) kaszkád kapcsolása (és zaj-kioltó művelet) ad tehát stabil, magasabb rendű zajformáló modulátort (lásd **2.3** feladat)

OSDAC**delta-sigma D/A átalakító**

Négy alpművelet együttese az **OSDAC**, ebből kettő digitális: jelentős **túlmintavételezéssel** (interpolációval) párosított **zajformálás** és bitszám **csonkítás** ($n \ll m$); az ezt követő belső **D/A mag** kis felbontású, az eredeti nagy felbontású hasznos jelet **analóg szűrés** állítja vissza



A bemenő m bites, f_c adatfrissítési gyakoriságú adatokból digitális interpoláló szűrő (IPF) hozza létre az M ($\gg 1$) - szeres túlmintavételezést (mintasűrítést), majd *digitális* delta-sigma modulátor (DSM) söpri ki a zajt a hasznos $f_B = f_c/2$ sávból és *újrakvantálja* (jóval kisebb: $n \ll m$ bitszámra csonkítja) az adatokat⁸

Az adatfolyamot kedvezően realizálható n ($\ll m$) bites, $M \cdot f_c$ adatfrissítési gyakoriságú belső **D/A-mag** (DAC core) konvertálja.

Megjegyzés: multi-bites ($n > 1$) zajformáló topológiához igen *nagy linearitású* (kis transzfer torzítású) D/A átalakító-mag szükséges. Ez pl. speciális - a túlmintavételezést és az átlagolást kihasználó, ún. *dinamikus* linearizálási technika alkalmazásával valósítható meg a gyakorlatban : a "nem-hibátlan" **egység**-elemekből álló (azaz *redundáns*) D/A-mag egység-komponenseinek kiválasztását minden adatfrissítésnél célszerűen *variálva* (element scrambling, **suffling**) módosul a torzítási spektrum, a **szűrés** pedig lecsökkenti a komponens-hibákból adódó hardver torzítást (**DEM**: dynamic element matching).

Az analóg rekonstruáló (simító, AIF) **szűrő** az OSDAC **szerves része** (annak ellenére, hogy rendszerint fizikailag különálló elem !); a zaj csillapítás alkalmazás függő.

A kimenet maximális jel/zaj aránya (a hasznos $f_B = f_c/2$ sávban)

$$SQNR_{\max} [dB] = 6 \cdot \left(n + \left(L + \frac{1}{2} \right) \cdot \lg(M) - K \right)$$

ahol K : DSM struktúra függő konstans, \lg : 2-es alapú logaritmus;

azonban *korlát* a bemenet (az m bites numerikus adatok) maximális jel/zaj aránya

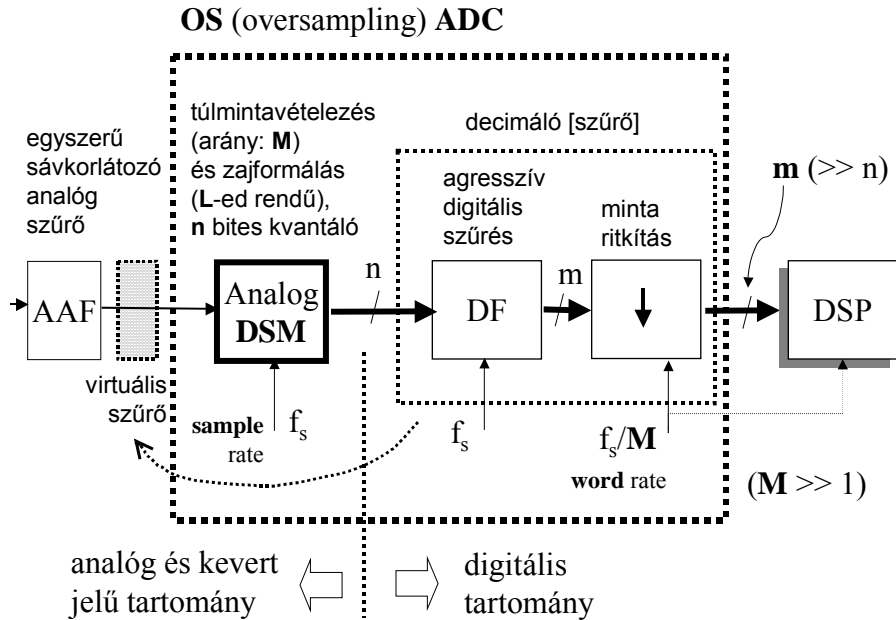
$$SQNR_{\max \text{ lim}} [dB] = 6 \cdot m + 1.8 = 6 \cdot (m + 0.3)$$

Igény lehet a *hasznos sáv* szélesítése, ez a M túlmintavételezési arány csökkentése, vagyis n (és L) növelése révén lehetséges

⁸ $f_c \rightarrow M \cdot f_c$: sample-rate conversion (SRC); $m \rightarrow n$: level (data-resolution) compaction

OSADC delta-sigma A/D átalakító

Az OSADC két összetett művelet: analóg **delta-sigma moduláció (DSM)** és **agresszív digitális decimáló [szűrő]** kombinációja



Analóg DSM generálja a nagy ($M \gg 1$) mintagyakoriságú és kis ($n \ll m$) bitszámú adatfolyamot, igen kedvezően megvalósítható *durva* (n bites) kvantálót és többféle topológiával realizálható L -ed rendű zajformálást használva ("viszonylag egyszerű" analóg elektronika)

A tényleges kimeneti nagy bitszámú ($m \gg n$) numerikus mintákat *digitális szűrő* (DF) állítja elő, amely eltávolítja a hasznos $f_B = (f_s/M)/2$ sávon kívüli (out-of-band) zajt és elvégzi az f_s/M értékű újra-mintavételezéshez (mintaritkításhoz: \downarrow) szükséges sávkorlátozást. Ez utóbbi részben AAF funkció is, a rendszer átvitel tehát olyan, mintha a bemeneten lenne egy agresszív *hasonmás* szűrés: "virtuális szűrő". Praktikusan egyesíthető a szűrő és mintaritkító: "**decimáló [szűrő]**", amely rendszerint *többfokozatú* a kedvező megvalósításhoz ("igen összetett" digitális áramkör)

A kimeneti adatok *névleges* bitszáma (a szóhossz): m , azonban az *effektív* bitszámot a hasznos, $f_B = (f_s/M)/2$ sáv maximális jel/zaj aránya korlátozza

$$SQNR_{\max} [dB] = 6 \cdot \left(n + \left(L + \frac{1}{2} \right) \cdot \lg(M) - K \right)$$

ahol n : a *belső* DSM adatfolyam bitszáma, K : DSM struktúra függő konstans, \lg : 2-es alapú logaritmus

Egy eszköz a szűrés (decimáló) paramétereinek módosításával - a túlmintavételezési arány (M) változtatásával - illeszhető hatásosan *eltérő sáv szélességű* alkalmazásokhoz; de megváltozik az effektív felbontás is. (Megfordítva: programozható az effektív felbontás.)

A szűrő átvitele speciális feladatokhoz is tervezhető (pl. fáziskorrekció lineáris átvitelhez az audio tartományban)

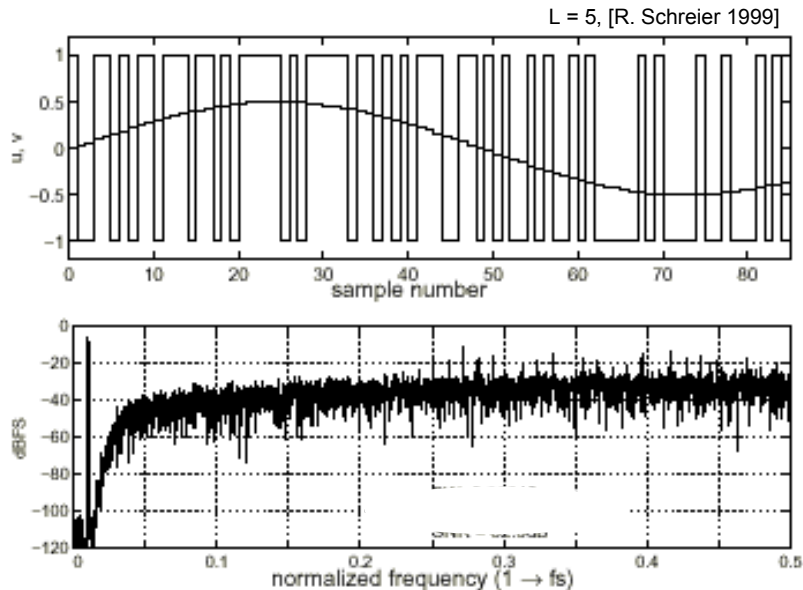
1 bites (bitstream) technika

A feldolgozási nyereség révén, a **DS (delta-szigma)** modulációt alkalmazó átalakítók kis bit-számú (durva) átalakító-maggal is képesek *keskeny frekvencia sávban* nagy jel/zaj arányú adat-folyamot (data stream) produkálni

A szükséges átalakító-mag megvalósításánál **n = 1 bit** a legkedvezőbb eset (1 bites **D/A**: jel(referencia) *kapcsoló*, 1 bites **A/D**: analóg *komparátor*, és ezek "eredendően" igen *nagy linearitású* eszközök⁹ – lásd 31. és 32. oldal).

Bár itt kérdéses az egyszerű zaj-modell érvényessége (pl. nem kívánatos torzítás: diszkrét spektrum vonalak (tones, "DC-resonance") fellépése tapasztalható a hiba jelfüggése miatt), a "fehér-zaj" hipotézis elfogadható a globális jel/zaj arány becsléshez (felső korlát) és jól illusztrálja a zajformálást

Az 1 bites zajformáló kimenő bitfolyamának (bitstream) lokális "átlag"értéke követi a bementet (**PDM**: 'pulse density modulation'); az információ tehát *nem egyedi* numerikus mintákba koncentrálódik (*nem PCM*: 'pulse code modulation'), a nemlineáris zajformálás "elosztja" az információt hosszú, dinamikusan változó *bitsorozatba* (és ebből szűréssel nyerhető vissza a jel Nyquist sávú információja)



A "megtévesztő" elnevezés ellenére, az **1 bites** (DSM) technika, a **szűrést követően** (!)

- (a) pontosan reprodukálja a keskenysávú jelet (igen jó szűrővel az *analóg* tartományban¹⁰; a szükséges túlmintavételezést digitális interpoláló [szűrő] realizálja), vagy
- (b) finom felbontású numerikus mintákat ad (a jel sávjának megfelelő Nyquist gyakorisággal a *digitális* tartományban, a digitális decimáló [szűrő] után)

Intenzív **jelprocesszálás** ("maximalizált" Digitális technológia) és jó időfelbontású **zajformálás** a "digitális trükk" a finom amplitúdó felbontású átalakításhoz (viszonylag keskeny sávban) - igen kedvezően realizálható (az Analóg technológiát "minimalizáló") *durva* átalakító-magot használva, meglehetősen *nagy* ($M \gg 1$) túlmintavételezési igény mellett („big D / little A” type design)

⁹ RZ-módú 1 bites D/A átalakító minimalizálja a kapcsolási tranziensek hatását (folytonos-idejű esetben)

¹⁰ az analóg rekonstruáló szűrőt persze jóval nehezebb realizálni, mint a digitális interpoláló (vagy decimáló) szűrőt

Konverter alapstruktúrák

A frekvencia tartományt tekintve, mert alapkorlát a diszkrét-idő "természet", a hasznos sávszélesség és az aktuális átalakító(mag) mintagyakoriságának összevetése alapján, két jellegzetesen *eltérő* osztályba különíthetjük el az átalakítókat

(1) Nagy mintagyakoriságú ("Nyquist-rate") átalakítók

Ezek az eszközök kihasználják a teljes, lehetséges (Nyquist) sávot, egyedi mintákra optimalizált struktúrák (maximális pontosságú minták → minimalizált mintagyakoriság)

Megjegyzés: a jelfeldolgozó láncban szükséges *sávkorlátozó* (AAF), illetve *rekonstruáló* (AIF) *analóg* szűrő kedvező gyakorlati megvalósításához, rendszerint maga a "Nyquist-átalakító" is enyhe "túl"mintavételezéssel üzemel. Például erre utal az "interpolating DAC" megnevezés: beépített interpoláló [szűrő] növeli kismértékben a bemeneti, "nyers" Nyquist-gyakoriságot

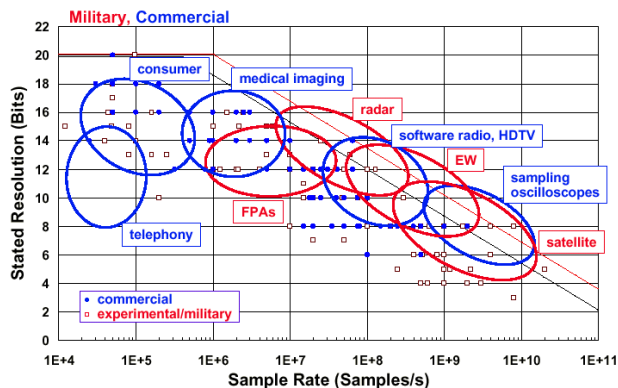
(2) Finom felbontású ("OS: oversampling [multi-rate, DSM]") átalakítók

Ezek az eszközök *korlátozott sávszélességű*, ezért jó felbontású átalakítók. (Az **átalakító-mag** működési (minta-)gyakoriságánál lényegesebb szűkebb a *hasznos* sáv. A "holt" sáv alkalmas a zaj spektrum formálására és kiszűrésére, így kedvezően realizálható "durva" felbontású átalakító-mag is elegendő nagy effektív felbontás eléréséhez.)

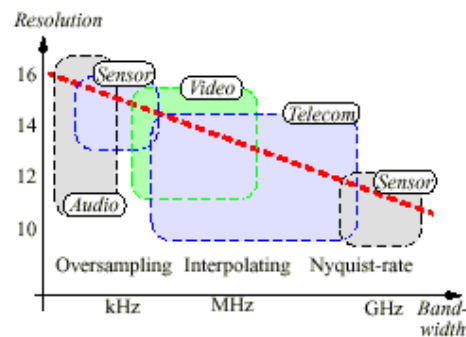
Ezek a típusok minta sorozatra optimalizált struktúrák (→ "beágyazott" numerikus minta feldolgozás), így elsősorban a hasznos sáv **jel/zaj aránya** minősíti teljesítőképességüket

Megjegyzés: a túlmintavételezés (OS) jelző ellenére, az **OSDAC bemeneti** adatfrissítési- ill. az **OSADC kimenő** minta-gyakorisága (word rate) a szűk, hasznos sávnak megfelelő (Nyquist-) gyakoriság, elkerülendő a DSP felesleges terhelését („multi-rate” elvű konverzió, „Nyquist-rate” adat-interfész)

A csoportosítás azt a gyakorlati tényt is tükrözi, hogy az átalakítók **megvalósításánál** a minta-gyakoriság (≈ sávszélesség) és a felbontás (≈ pontosság) *egyidejű* javítása egymásnak **ellentmondó** követelmény (high resolution → low[Nyquist] rate; high rate → low resolution)



ADCs - a few applications [B. Walden, 1999]



CMOS DACs and applications [J. Wikner, 2000]

Nagy mintagyakoriságnál domináns korlát a *mintavételi (adatfrissítési) időhiba* (sampling [clock] jitter), míg a finom felbontás alapkorlátja a *termikus zaj*.

A technológiai és topológiai fejlesztéseken túl, az ellentmondás feloldását további, **rendszer-szintű** megoldások is segítik, mint

a *párhuzamos működésű* (konkurrens; time-**interleaving**), vagy

a *frekvencia-sávban szeparált* (rész-sávú; filter-bank)

architektúrák

Kvantálási zaj ekvivalenciák (korlátok a bitszámra)

A kvantálási hiba (\approx spektrálisan "fehér zaj") teljesítménye¹¹ n bites átalakítónál, függetlenül az f_s mintagyakoriságtól,

$$P_Q = \frac{(\Delta x)^2}{12} = \frac{(U_{FS} / 2^n)^2}{12}$$

U_{FS} [V]: jeltartomány

A megvalósításnál fellépő további alapvető hibaforrások (mint például a *termikus zaj*, vagy a *mintavételi [adatfrissítési] egyenetlenség* miatt fellépő amplitúdó hiba) zajteljesítményét P_Q - val egyenlővé téve - mintha azok csak egyedül (!) hatnának - jellegzetes (felső)korlátokat kaphatunk a bitszámra

(1) termikus zaj (Johnson or Nyquist noise)

A teljes Nyquist ($f_s/2$) sávra vett termikus zajteljesítmény $P_{term} \approx 4kTR \cdot (f_s/2)$, ebből a $P_Q = P_{term}$ megfeleltetéssel a "termikus" *bitszám-korlát*

$$n_{term \lim} = ld \left(\sqrt{\frac{(U_{FS})^2 / R}{24 \cdot kT \cdot f_s}} \right)$$

ld : 2-es alapú¹² logaritmus

$k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ [W·s/K]: Boltzmann állandó

T [K] = 273 + °C: hőmérséklet

R [Ω]: effektív termikus ellenállás

Ez az adat a *finom felbontású* (igen nagy bitszámú, ezért kis mintagyakoriságú) átalakítók alapkörlátja

Példa: $f_s = 44.1$ KHz, $U_{FS} = 2$ V, $R = 600 \Omega$ és 27 °C esetén $n_{term \lim} \approx 20$

(2) mintavételi (adatfrissítési) egyenetlenség (sampling [clock] jitter)

Ha az egyenletes (pont)mintavétel idő-bizonytalansága, az ún. "apertura hiba" értéke: τ_a , akkor *legrosszabb* esetben, azaz maximális amplitúdójú ($U_{FS}/2$) és frekvenciájú ($f_s/2$) *szinuszos* jelet null-átmeneténél (a legnagyobb változásnál) mintavételezve és amplitúdó hibává konvertálva¹³ az időhibát: $u_{rms} / \tau_a \approx du/dt = (U_{FS}/2) \cdot \pi f_s$, a $P_Q = (u_{rms})^2$ egyenlőségből adódik az "apertura" *bitszám-korlát*

$$n_{aper \lim} = ld \left(\frac{1/f_s}{\pi \sqrt{3} \cdot \tau_a} \right)$$

ld : 2-es alapú logaritmus

τ_a : mintavételi időhiba (sampling jitter)

Ez a domináns limit *növekvő mintagyakoriságú* átalakításnál: "-1 bit/oktáv", vagyis kétszeres f_s növekedésnél (azonos τ_a érték mellett) 1 bittel *csökken* az effektív amplitúdó felbontás. (Elsősorban a becslés - gyakorlatban is tapasztalható - jellege érdemel figyelmet, hiszen a legrosszabb eset praktikusán igen kis valószínűségű)

Példa: $f_s = 10$ MHz ($\rightarrow \Delta t = 1/f_s = 100$ ns) és $\tau_a = 2$ ps adatokkal $n_{aper \lim} \approx 13$ (vagyis „megaHz” tartományú gyakoriságnál csak „picoSec” tartományú jitter engedhető meg!)

¹¹ célszerűen 1 Ω - ra vett teljesítmény

¹² $ld(x) = \frac{\log(x)}{\log(2)}$

¹³ a mintavétel időpillanatában fellépő jel változással (a derivált értékével) *arányos* a "zaj"

Feladatok – 2

2.1 Adjuk meg (részletes levezetéssel) az L - ed rendű zaj-differenciálás transzfer függvényét (és közelítését) a *folytonos idejű* frekvencia tartományban. Ábrázoljuk az értelmezési tartományban LIN és LOG (dB) amplitúdó skálával, $L = 1, 2, 3$ paraméterrel. Mit tapasztalunk $f/f_s = 1/6$ esetén?

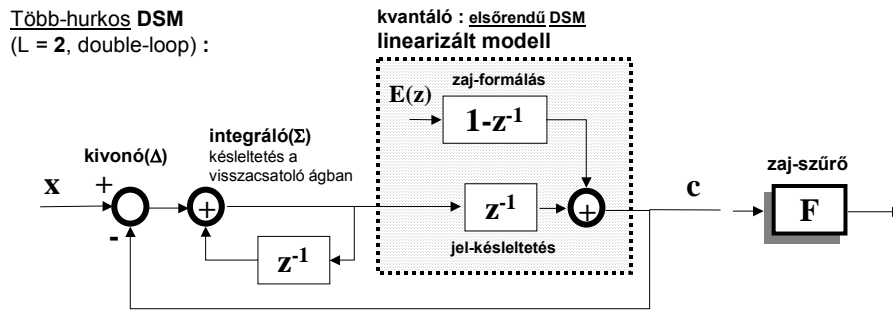
2.2 20 KHz-es hasznos sáv és $n = 1$ bites felbontású kvantáló (**bitstream**) esetén, mekkora mintagyakoriságra (f_s) lenne szükség 16 (effektív)bit felbontás eléréséhez

(a) csak túlmintavételezés („zero order” **OS + F**: filter),

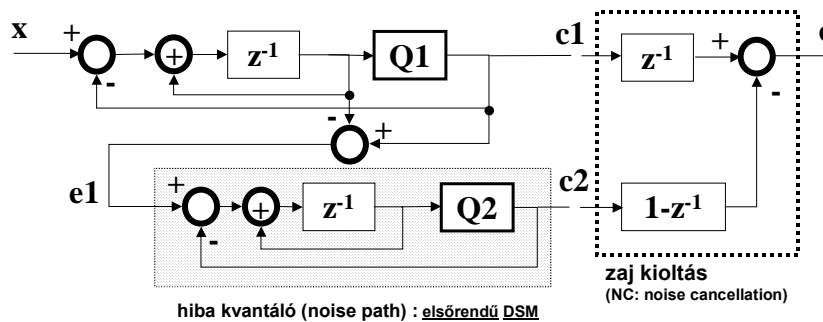
(b) első(vagy másod)-rendű zajformálás (**OS + 1st[or 2nd] order NS + F**) módszerrel?

Ha $n = 5$ bites a kvantáló (**data stream**), akkor másodrendű zajformálásnál mennyi f_s értéke?

2.3 A linearizált kvantáló modellt felhasználva, igazoljuk, hogy másodrendű ($L = 2$) zajformáló az alábbi *több-hurkos (multi-loop)* illetve *kaszkád (MASH)* átalakító alapváltozat



Kaszkád DSM (1-1MASH, $L = 2$):



A kaszkád DSM kimenete mindig multi-bites (még akkor is, ha a kvantálók 1 bitesek), miért?

2.4 Vázzoljunk fel egy **2-1MASH** ($L = 3$, kaszkád **DSM**)¹⁴ konverter topológiát. (A módszer egy másodrendű DSM stabilitását kombinálja *harmadrendű* zajformálással)

2.5 n bites, L - ed rendű, M túlmintavételezési arányú zajformáló (**DSM**).

Igazoljuk (a) a hasznos sávban elérhető 'maximális jel/zaj arány': $SQNR_{max}[dB]$ formuláját, és (b) a kétféle forma ekvivalenciáját (mekkora K : 'struktúra függő konstans' értéke és mennyi a felbontás-növekmény?)

Mutassuk meg, hogy L egységnyi növelésével a jel/zaj arány, ill. az effektív bitszám (ENOB) növekmény értéke közelítőleg(!): $20 \cdot \log(M / \pi)[dB] \approx 3 \cdot \log(M / \pi)[bit]$.

Ábrázoljuk az effektív bitszám M - függését *oktávonként egyenletes* skálával (c) L ($= 1, 2, 3 \dots$) paraméterrel, ha $n = 1$ (vegyük észre: kisebb M értékénél kevésbé hatásos L növelése!), illetve (d) n ($= 3, 4, 5 \dots$) paraméterrel, ha $L = 2$ (láthatóan: n növelésének hatása független M -től)

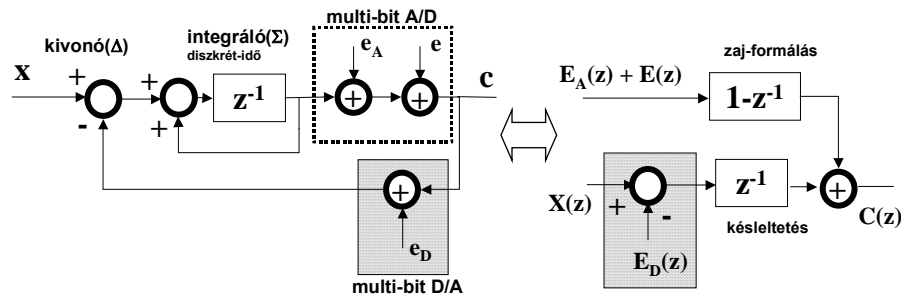
¹⁴ Megjegyzés: két lépéses átalakítónak is tekinthető (*coarse and fine converter*). Nem szükségszerű persze, hogy mindkettő azonos típusú legyen; viszont a jó linearitáshoz célszerű, ha az első 1 bites DSM

2.6 Multi-bites ($n > 1$), analóg DSM.

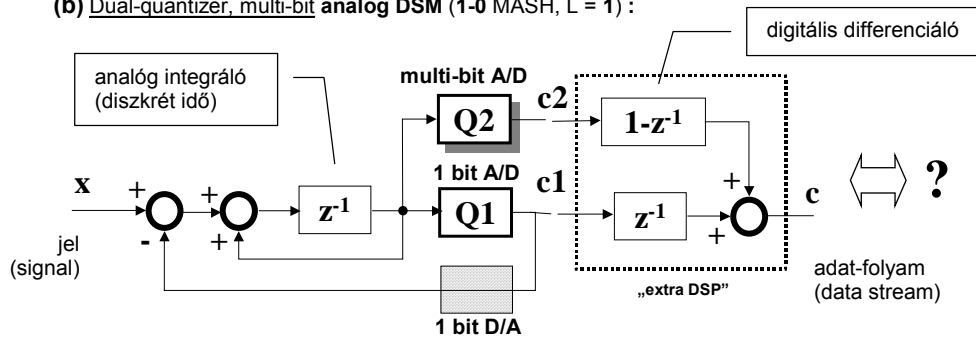
(a) Igazoljuk az ekvivalens topológiát ($L = 1$): a visszacsatoló ágban lévő D/A átalakító e_D torzítására **nincs** zajformálás (a hasznos sávba eső zajt csak a túlmintavételezés csökkenti)! Ezért igen *nagy linearitású* (kis transzfer torzítású) D/A átalakítót kell használni.

Ráadásul, csak egy órajelnyi késleltetés lehet a hurokban (loop rate = 1 clock latency), ami igen gyors (egy lépéses: word-at-a-time = **flash**) A/D átalakítót kíván. A modell számba veszi az A/D realizálási hibáját is: plusz e_A torzítás

(a) Multi-bit analog DSM ($L = 1$):



(b) Dual-quantizer, multi-bit analog DSM (1-0 MASH, $L = 1$):



(b) Egy trükk a probléma megoldására: **1-0 MASH két kvantálós architektúra** [T. Leslie, B. Singh 1990]; a hatékony kvantáló (Q2) felbontása és a visszacsatolás (Q1) felbontása szétválik („multi-bites” kvantálás *kontra* „1 bites” visszacsatolás). Adjuk meg az ekvivalens topológiát (linearizált kvantáló modellek, hibamentes 1 bites D/A).

A multi-bites A/D a hurkon kívül van, így **kell** külső szűrő (a hiba korrekcióhoz); de pl. *több* lépéses, párhuzamos műveletvégzés is lehet a konverter bit-kereső algoritmus (pipelining), amelynek terjedési késleltetése kompenzálható. (A módszer **kombinálja** az OSADC és a Nyquist-rate technikákat, lásd **8.** példa.)

(c) Alternatív megoldás: **2-1MASH ($L = 3$, kaszkád DSM)**, amelynél *csak a második* fokozat multi-bites és ez ad nagy dinamikát (míg a másodrendű zajformálást végző *első* fokozat 1 bites és ez a kulcs a linearitáshoz).

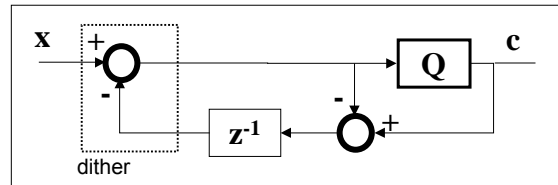
Vázoljuk fel a topológiát és mutassuk meg, hogy a második fokozat multi-bites D/A átalakítóját jellemző zaj-forrásra *másodrendű* (!) a zajformálás

2.7 Az OSADC bementén miért kell kiszűrni a $k \cdot f_s$ közeli frekvenciájú (zavaró) jeleket (k egész szám, f_s a kis felbontású kvantáló-mag [túlmintavételezési] gyakorisága)?

2.8 Illusztráljuk jellegzetes spektrum ábrákkal az interpoláló D/A ill. a "decimáló A/D" átalakítók működését, a "túl"mintavételezési arány: $M = 2$ (vagy **4**); és azt is mutassuk meg: hogyan segíti a "túl"mintavételezés az analóg rekonstruáló (AIF) ill. sávkorlátozó (AAF) szűrő *kedvezőbb* megvalósítását

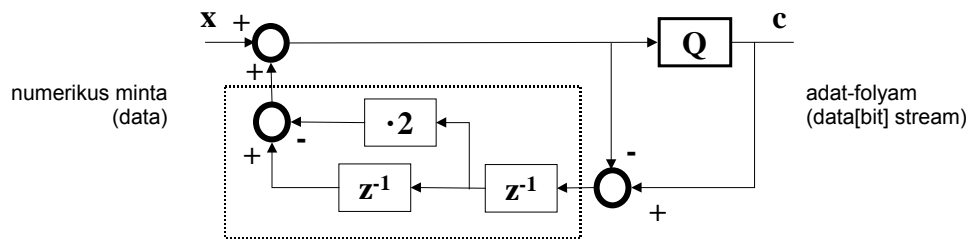
2.9 A DSM eljárás egyik alapforrása a "hiba" visszacsatolás topológia (self-dithering, deterministic dither). Analóg DSM esetén *nem* praktikus az elrendezés, mert a visszacsatoló ágba végzett művelet hibájára nincs zajformálás (lásd 2.6 feladat). Ez nem hátrány **digitális DSM** esetén (sőt, pl. egyszerű szóhossz csonkítással realizálható a kvantálás és hiba-képzés, lásd 31. oldal)

"Hiba" visszacsatolás ($L = 1$, késleltetés a visszacsatoló ágba)



[C. Cutler 1954/1960, U.S. Patent]

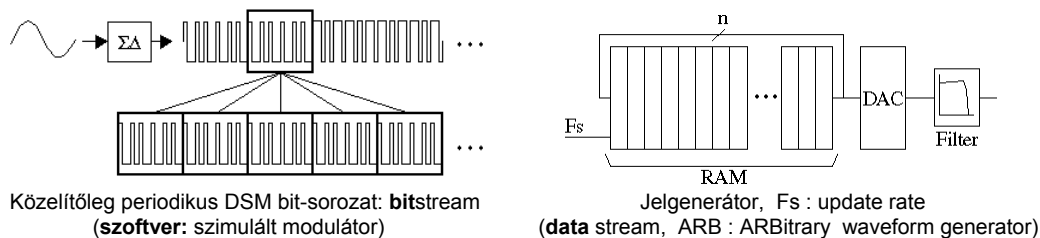
Másodrendű digitális DSM ("LSB(error)-feedback", $L = 2$):



Ha $L > 1$ az igény zajformálásra, a késleltetést "predikciós" szűrő helyettesíti (amelynek átvitele: $H(z) - 1$, ahol $H(z)$ a kívánt zaj-formáló transzfer függvény).

Igazoljuk, hogy a vázolt topológia *másodrendű* zajformáló. Megjegyzés: a szorzás ($\cdot 2$) = shift. (V.ö. 3.2 feladat és 19. oldal.)

2.10 Digitális DSM kimenetének egy rövid szegmensét periodikusan rekonstruálva, nagy jel/zaj arányú *keskeny-sávú* vizsgáló jel generálható [B. Hawrysh, G. Roberts 1996]. "Beágyazott" teszteléshez (BIST : built-in self-test) igen hatékony az 1 bites forma, míg a multi-bites ($n > 1$) változat pl. ARB generátor felbontását javíthatja



Hasonlítsuk össze a módszert a DDS (Direct Digital Synthesis) eljárással

2.11 Mekkora lehet a τ_a [ns] *apertura* hiba (sampling [clock] jitter; timing skew in sampling), ha emiatt legrosszabb esetben is legfeljebb 1/2 LSB amplitúdó hiba engedhető meg (a) $n = 16$ bites felbontású átalakító és $f = 20$ kHz frekvencia komponens, illetve (b) $n = 8$ bit és $f = 6$ MHz mellett?

Analóg komparátor 1 bites A/D átalakító

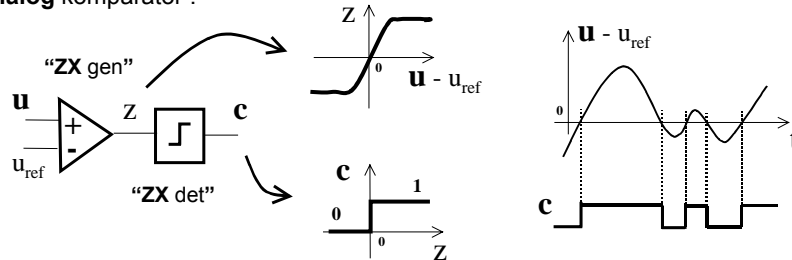
Simple in concept, but tricky in practice [D. Sheingold]
Comparators have an op-amp front end and a digital back end [R. Mancini]

Az analóg komparátor **két** bemenő **jel különbségének előjelét** (null-átmenetét) generálja (**ZX** : zero crossing) és azt **logikai állapotként** kódolja. Az 1 bites **adat** kimenet megadja, hogy **az egyik** analóg bemenet: **a referencia** pillanatértékéhez képest a másik jel pillanatértéke nagyobb-e vagy kisebb¹; az átmenet "polaritása" szabadon választható.
Kritikus, az analóg és digitális tartományt **közvetlenül** áthidaló elem az analóg komparátor

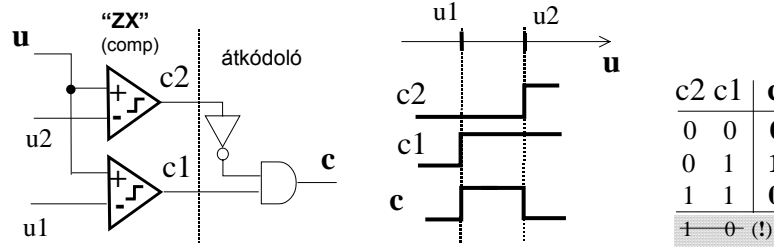
Praktikusan, *differencia erősítés és határolás* alakítja ki a null-átmenetet (ZG : **ZX generation**), az ezt követő logikai állapot (szint) detektálás maga a **döntés** (ZD : **ZX detection**), amely lehet aszinkron vagy órajellel szinkron (clocked [latched]² comparator).

Megjegyzés: nemkívánatos metastabil állapot lép fel, ha *felbontás* közeli jel-különbségnél túl rövid a *döntési idő* ahhoz, hogy határozott, az 1 vagy 0 értéket jellemző logikai szint alakuljon ki³

analóg komparátor :



ablak komparálás ($u_2 > u_1$) :



Multi-bites kvantáló (résztartományokra osztás) realizálása intervallum(ok) detektálását⁴ igényli. Egy (jel)tartományba-esés indikálásához ún. **ablak** komparálás szükséges: intervallum átváltási (határ)-pontokat detektáló analóg komparátorok és adatfeldolgozó (átkódoló) logika. A realizálási korlátok (pl. erősítő *offset*) miatt hibás adat is keletkezhet

¹ Analóg komparátor azonosságot nem indikál ! Csak arra képes, hogy *véges idő* alatt és *korlátozott felbontással* eldöntse: a jelek **aránya** 1-nél nagyobb-e vagy kisebb; a döntés *hibás* is lehet

² "beágyazott" mintavétel ("polarity sampling")

³ Másrészt, nagy bemeneti túlvezérlést (overdrive) követően "lelassul" a működés (overdrive recovery). Igen nagy mintagyakoriságú átalakítók megvalósításánál **alapkorlát** a komparátor *bizonytalansága*

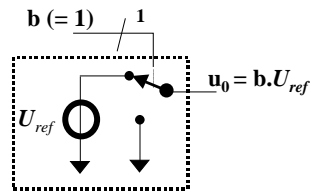
⁴ A bemenet bármelyik intervallumban lehet, ezért a kvantáló *képes* kell hogy legyen *mindegyik ZX* (határpont; code "edge") generálására; de *nem* szükségszerű minden mintánál az *összes ZX* generálása (mert - a bitkereső algoritmustól függően - kihasználható az intervallumok szekvenciális elhelyezkedése). *Több ZX* egyidejű, *párhuzamos* detektálása gyorsítja a műveletvégzést (**sub-ranging**). Tartomány átlapolással (**range overlap**; over-range) robusztussá tehető az átalakítás (például, *offset* korrekciót tesz lehetővé a *redundancia*)

Jel (referencia) kapcsolás 1 bites D/A átalakító

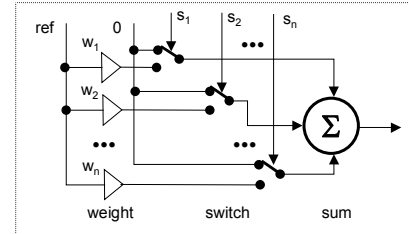
Az adat ($b = 0,1$) és jel (u_0) tartomány között *közvetlen* átmenet a kapcsolt (referencia)feszültség - mint az ábrán (ideális eset); vagy a nagy sebességgel átkapcsolható (referencia)áram forrás

Multi-bites D/A átalakító *illesztett* komponensekkel, a lineáris *szuperpozíció* elvét felhasználva realizálható (kapcsolt referencia-növekmények összegzése, lásd 43. oldal)

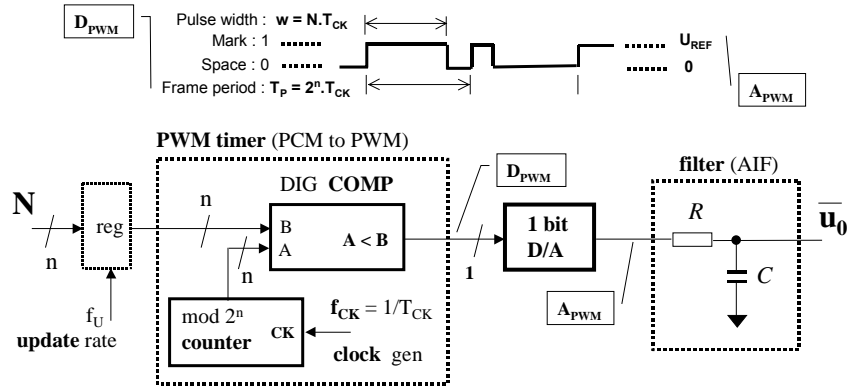
1 bites D/A :



Lineáris szuperpozíció: multi-bites D/A



PWM DAC :



PWM⁵ DAC

pulzus szélesség moduláció és időátlag

Különösen teljesítmény elektronikai alkalmazások (mint: motor vezérlés, audio végfok, kapcsolóüzemű tápegység) esetén jó hatásfokú a nagy *időfelbontás* és *átlagolás* kiaknázása **n bites D/A** megvalósításához. A modulátor (PWM timer) a N numerikus adat értékével *arányos* w/T_p kitöltési tényezőt generál (**level-at-a-time** típusú konverzió), a számláló túlcsoordulás ($\text{mod } 2^n$) terminálja a periódust. Ennek az impulzus("bit")-sorozatnak az *átlagértékét* alakítja feszültséggé az **1 bites D/A** mag és az aluláteresztő szűrő⁶

$$\bar{u}_0 = \frac{w}{T_p} \cdot U_{ref} = \frac{N}{2^n} \cdot U_{ref} = N \cdot \Delta u$$

Az információ átviteli kapacitás (RSRP : resolution - "sampling rate" product) *konstans*: $2^n \cdot f_p = f_{CK}$, és - a szűrésre is ható - *rögzített* $f_p = 1/T_p$ impulzus gyakoriság (**PRF**: pulse repetition frequency, PWM carrier frequency) korlátozza a bemenet adatfrissítési gyakoriságát: $f_U < f_p = f_{CK}/2^n$

Az *időfelbontás* javításával növelhető az n bitszám. Ennél hatásosabb módszer, amely a nagy f_{CK} igényt is csökkenti (a PWM átalakító előtti bitszám redukcióval): *közbenső* multi-bites DSM (azaz zaj-formálás) alkalmazása, vagyis "PCM \rightarrow multi-bit DSM \rightarrow PWM" eljárás

⁵ **PWM** : pulse width modulation

⁶ az egyszerű RC-tag csak "jelképes" LPF (low pass filter), bár számos gyakorlati esetben elegendő lehet

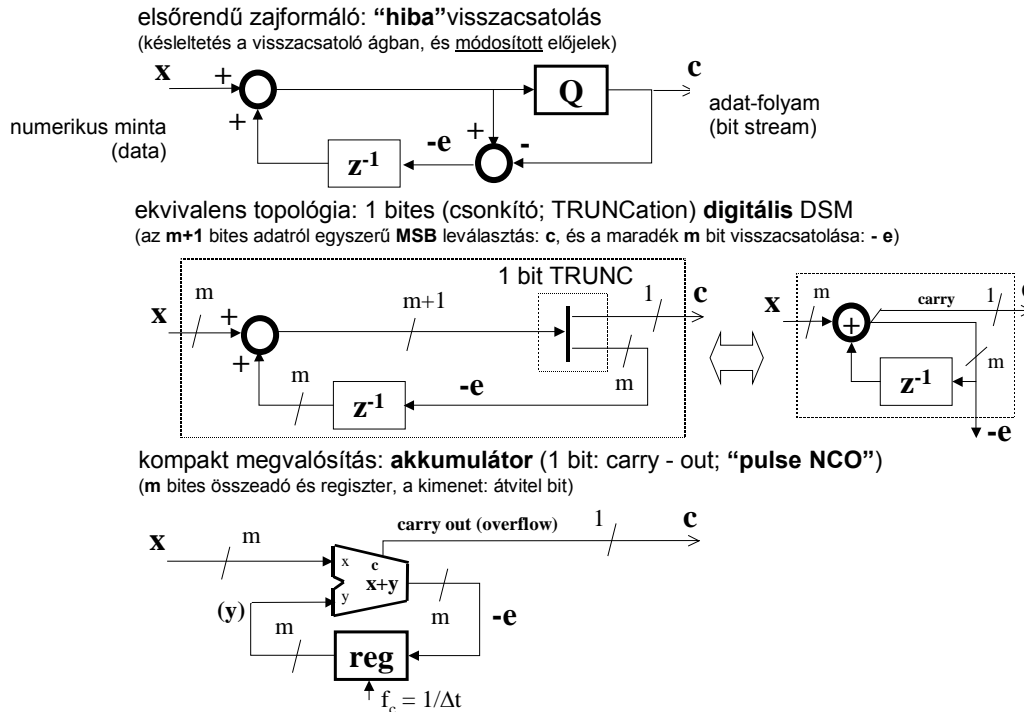
Digitális akkumulátor

1 bites, elsőrendű digitális DSM (pulse NCO⁷)

A DSM (delta szigma moduláció) hatásos szóhossz csökkentése (re-quantization, resolution compaction) egyszerűsíti a pontos D/A rekonstrukciót, persze a sáv szélesség rovására.

Kedvező az 1 bites (bit-stream) eset : az ábrán pl. az **m bites x** bemenő adatból a hiba-visszacsatolást realizáló akkumulátor **1 bites c** átvitele (carry bit) a kimenet ⁸ (az összegzés "eredménye" pedig a visszacsatolt adat; a késleltetési operátor $\Delta t = 1/f_s$)

1 bites D/A mag és szűrés (időátlag) reprodukálja a c-vel jelölt 'pulzus sűrűség modulált (PDM)' bit-sorozatból az analóg jelet (lehet **PDM DAC** is az megnevezés) - az ábra *nem* vázolja ezt a kiegészítést



Más szemlélettel: egy **x** értékű numerikus minta (egész szám, $0 < x < 2^{m-1}$) f_c órajellel történő, mod 2^m szerinti akkumulálása *átlagosan* $f = (x/2^m) \cdot f_c$ gyakoriságú *túlsordulást* eredményez; ez a (fázis)akkumulátor a legegyszerűbb numerikusan kontrollált oszcillátor: **pulse NCO** (DDS⁹)

Az akkumulátor 2^m állapotszámának felel meg egy pulzus-periódus 2π fázisa, így a relatív fázis-változás egy $\Delta t = 1/f_c$ órajelre : $\Delta\phi/2\pi = x/2^m$. Ebből a túlsordulás-pulzus (átlag)frekvenciája

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \left(\frac{f_c}{2^m} \right) \cdot x \quad (\text{és } x < 2^{m-1}, \text{ mintavételi tétel})$$

Ha **x** nem osztója 2^m -nek (azaz $2^m/x \neq$ egész), akkor fázis-jitteres a pulzus sorozat (mert nem zérus a regiszter-tartalom a túlsordulást követően). Nagy **x** értéknel (kis periódusidő esetén) domináns a jitter hatása. Megjegyzés: a numerikus periódus: $P = 2^m/gcd(x, 2^m)$, ahol $gcd()$ a két mennyiség legnagyobb közös osztója (greatest common divisor)

A DSM adat-sorozat közvetlenül is használható (a digitális tartományban, lásd pl. **3.3** feladat)

⁷ **NCO** : numerically controlled oscillator

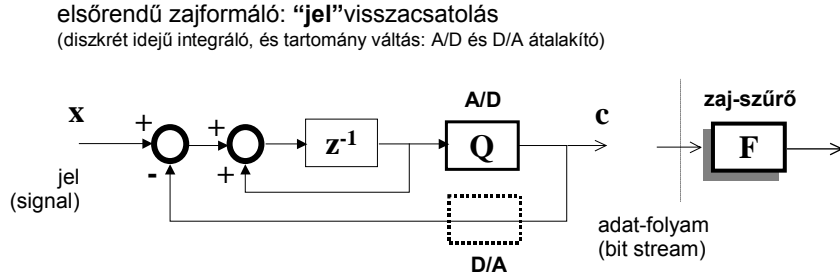
⁸ word-stream to bit-stream converter (WS/BS)

⁹ DDS : direct digital synthesis

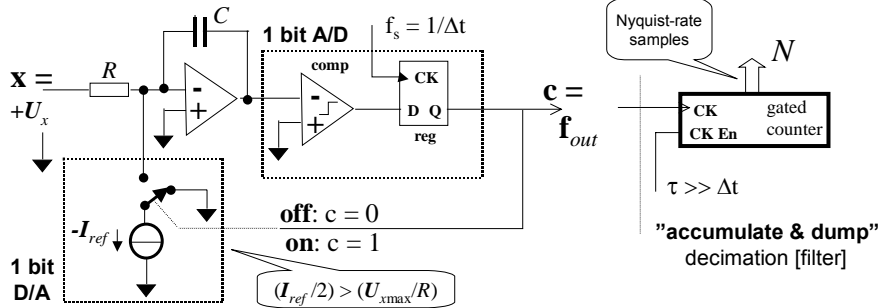
Feszültség - frekvencia átalakító (unipolar VFC¹⁰) 1 bites, elsőrendű analóg DSM (charge balancing, sync VCO¹¹)

A DSM eljárás hatásosan szétválasztja a komponensek pontossági követelményét és a teljes rendszer (Nyquist-rate A/D) multi-bites felbontását.

A kvantáló (és rekonstruáló) *mag* realizálása 1 bites választásnál leegyszerűsödik, mint pl. az ábrán vázolt esetben, és valójában a decimáló [szűrő] a kritikus elem : a bit-sorozat (c) lokális **átlag**-értéke követi a bemenetet



megvalósítás: 1 bites **analóg DSM** ("unipolar VFC")
(folytonos idejű integráló és periodikus kvantálás; **charge balancing**, "synchronous VCO")



Más szemlélettel: közbenső **analóg (!)** "jel-váltás" (VFC; órajellel-szinkron feszültség vezérelt oszcillátor: sync VCO) után *frekvencia* digitalizálás állítja elő a multi-bites numerikus mintákat

A bemenet *folyamatosan* tölti az integráló kapacitását, így "közel zérus" átlagos töltéshez a visszacsatolással annál gyakrabban kell $I_{ref} \cdot \Delta t$ nagyságú töltés-csomagokat kivenni, minél nagyobb a bemenő jel szintje: a kisütés gyakorisága (= a frekvencia kimenet) *arányos* a bemenő feszültséggel (\rightarrow VFC). Az ábra **unipoláris** esetet szemléltet

A töltés-kiegyenlítés (charge balancing) elvét alkalmazva kapunk (közelítő!) jellemzést a Nyquist-gyakoriságú, nagy effektív felbontású mintákra: az U_x analóg jel bemenet és a N mérőszám kimenet *metrikai* kapcsolata (vagyis a "delta-sigma (**FDC**¹²) **ADC**" rendszer-átvitele)

$$\left(\frac{\overline{U_x}}{R} \right) \cdot \tau \approx (I_{ref} \cdot \Delta t) \cdot N, \text{ és } \tau = k \cdot \Delta t \text{ kapuidő választással: } N \approx \frac{\overline{U_x}}{(I_{ref} \cdot R) / k} = \frac{\overline{U_x}}{\Delta u}$$

Δu : mértékegység (és az átlagolás rögzített időtartama : τ)

A frekvenciát mérő 'kapuzott esemény számlálás' a legegyszerűbb decimáló [szűrő]. Az adat akkumulálás (*unipoláris* digitális integrálás) egyben hatékony zavar-szűrő is (lásd 3.4 feladat)

¹⁰ VFC : voltage to frequency converter

¹¹ VCO : voltage controlled oscillator

¹² FDC : frequency to digital conversion

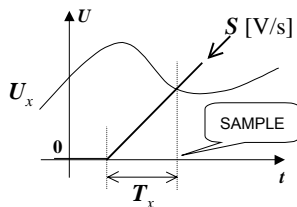
Feszültség-idő átalakító (unipolar VTC¹³) pillanatérték (ramp), átlagérték (dual-slope)

Viszonylag könnyen digitalizálható mennyiség az *időtartam* (mégpedig $f_{CK} = 1/\Delta t$ gyakoriságú (óra-jel)impulzusoknak a mérendő időtartam alatti [kapuzott] számlálásával), ezért a **közvetett** A/D átalakítók egyik alapeleme ez a közbenső jel-váltás (**analóg** jelprocesszálás!)

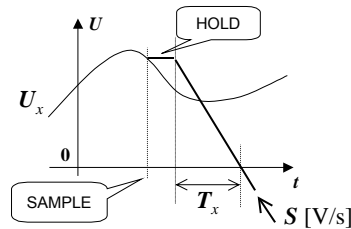
(a) **Pillanatérték** méréséhez, S [V/s] meredekségű *lineárisan* változó (**ramp**: RUN-UP) referencia jellel¹⁴ hasonlítjuk össze a mérendőt, arányos $T_x = U_x / S$ időtartamot előállítva (**level-at-a-time** típusú konverzió). Ezzel *egyidőben* a $(T_x / \Delta t) + e = N$ értékű mérőszám is előállítható. A mintavétel (sample) nem egyenletes: aktuális időpontja bemenet-függő. Ez a függés megszüntethető "igazi" mintavételel, melynek kapacitását *lineárisan* kisütve (RUN-DOWN) kapjuk T_x értékét. (Az ábrák csak az **unipoláris** VTC idődiagramokat vázolják, az időmérést *nem*)

Pillanatérték minta : **ramp VTC**

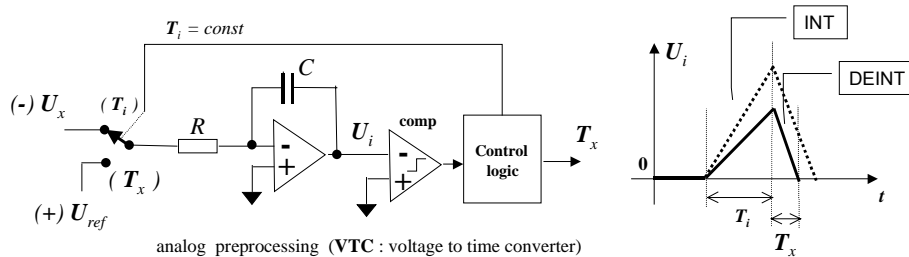
RUN - UP:



RUN - DOWN:



Átlagérték minta (analóg, bipoláris integrálás): **dual-slope VTC**



(b) A mintavételező kapacitást a jel T_i időtartamú **átlagértékére** töltve, igen kedvező (pl. robusztus: a paraméter változásokra érzéketlen) tulajdonságú eszköz adódik: **dual slope**¹⁵ VTC. A működés két fázisú (INT: integrálás, DEINT: *lineáris* kapacitás kisütés). Az igazi analóg *bipoláris integrálás* (a mintavétel) végén az előjel is detektálható - az ábra **unipoláris** esetet szemléltet

Felhasználva a töltés-azonosságot (igazi töltés-kiegyenlítés!), valamint: T_x értékét Δt felbontással mérve és *célszerűen* $T_i = K \cdot \Delta t$ választással (!), a "dual slope (**TDC**¹⁶) **ADC**" rendszer-átvittele

$$VTC : \left(\frac{1}{T_i} \int_0^{T_i} \frac{U_x(t)}{R} dt \right) \cdot T_i = \frac{U_{ref}}{R} \cdot T_x \xrightarrow{T_i = K \cdot \Delta t, TDC: (T_x / \Delta t) + e = N} \frac{\overline{U_x}}{(U_{ref} / K)} + e = N$$

Periódikus zavarjelre igen hatékony a beágyazott zavar-elynyomás (átlagolás, lásd **3.4** feladat)

¹³ **VTC** : voltage to time converter

¹⁴ Például, egy kapacitás (C) konstans áramú (I_{ref}) töltése esetén: S [V/s] = I_{ref}/C

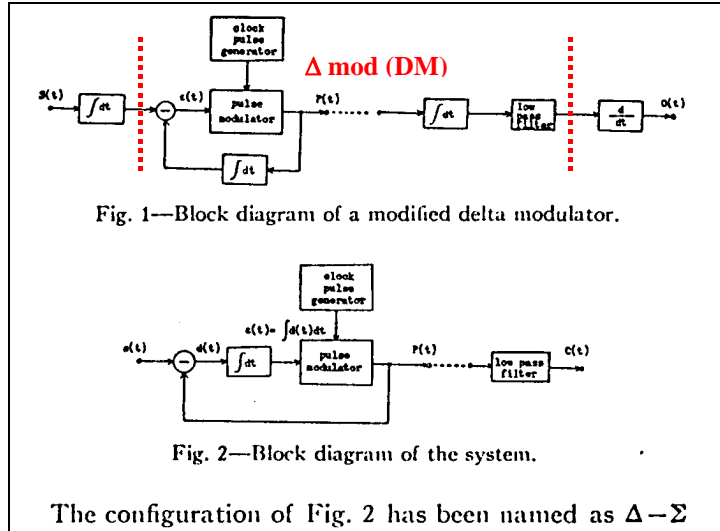
¹⁵ 1955. Az "Electronics" c. lap 1980. évi összeállításában a „12 legjobb áramkör” közül az egyik (a flip-flop: 1919, PLL: 1932, op amp: 1938 társaságában). Érzéketlen az áramkörü hibákra - alapvetően *csak* a referencia számítás, plusz "beépített" szűrést is tartalmaz. (Ez még persze a DSM előtti időszak.)

¹⁶ **TDC** : time to digital converter

Feladatok - 3

3.1 Hogyan detektálható az, hogy két, érintkező (u1 < u2 < u3 határpontokkal jellemzett) analóg tartomány közül melyikben van a bemenő jel pillanatértéke?

3.2 A delta-sigma modulációs (DSM) eljárás egyik forrása (és az elnevezés eredete, moduláció evolúció):



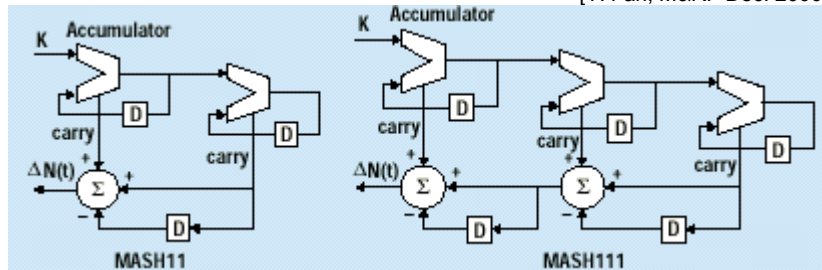
[H. Inose, Y. Yasuda, J. Murakami 1962]

A delta moduláció (DM) differenciális hullámforma kvantálás (módosítja a jel spektrumát, ezért kell integrálni a "vevőben"). Spektrális nézőpontból, mi az alapvető eltérés a DM és a DSM módszer között?

(V.ö. 2.9 feladat és 19. oldal.)

3.3 Digitális DSM két, kaskád sémáját vázolja az ábra, ahol D : delay (register), K : a bemenet (multi-bit) és ΔN(t) : a kimenet (data stream); a speciális alkalmazás: 'fractional-N PLL' frekvencia szintézisnél a N.K átlagértékű osztáshoz a változó osztásarányú osztó dinamikus vezérlése

[Y. Fan, M&RF Dec. 2000]



Linearizált kvantáló modellel adjuk meg az ekvivalens topológiákat és a transzfer függvényeket

3.4 T_i időtartamú (vagy $\tau = T_i$ kapuidővel vett) átlag-minták esetén, A_z amplitúdójú, f_z frekvenciájú és φ kezdőfázisú egy-frekvenciás (pl. hálózati) zavarjelre a hiba (h) és a legrosszabb esetű zavarelnyomás (NMR : normal [or series] mode rejection) értéke

$$h = A_z \cdot \frac{\sin y}{y} \cdot \sin(y + \varphi) \quad \text{és} \quad NMR[dB] = 20 \cdot \log \left| \frac{A_z}{h_{\max}} \right| = 20 \cdot \log \left| \frac{y}{\sin y} \right|, \quad \text{ahol } y = \pi \cdot f_z \cdot T_i$$

Igazoljuk a formulákat, és ábrázoljuk NMR[dB] értékét f_z (vagy a normált $f_z \cdot T_i$) függvényében, logaritmusos léptékkal (normát változónál a 0.1 - 10 tartományban). Milyen T_i választás célszerű? (Pl. hálózati zavarelnyomáshoz min. 1 PLC : power line cycle szükséges)

DC (kvázi-statikus) teszt: linearitás A/D átalakító

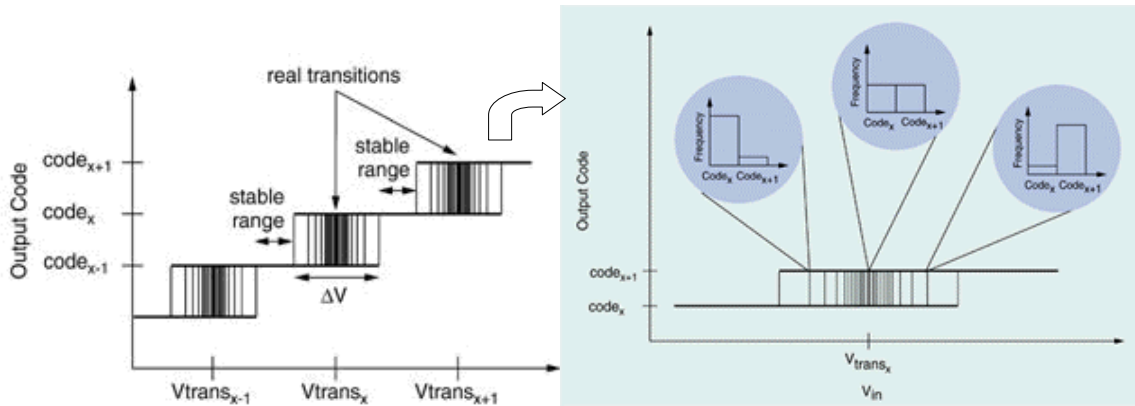
DC performance of an ADC is very similar to a "fingerprint" [J. Horn]

A transzfer karakterisztikát leíró aktuális **kód átváltási** (kapcsolási) **pontok** ismeretében számíthatók ki a *statikus* minősítéshez szokásos, alapvető eszköz jellemzők (és **anomáliák**):

- nullapont → *első* kapcsolási pont (és eltérése az ideálistól, **OE** : offset error)
 - skála → *utolsó* kapcsolási pont (**GE** : gain error, scale factor error)
- és ezen hibák hatásának korrekciója után, a kétszeresen határolt intervallumokra
- lokális linearitás → kvantálási intervallum *szélességek* (kapcsolási-pont távolságok) és egyenetlenségük (**DNL**: differential nonlinearity, **DLE** : differential linearity error)
 - globális ("nagy jelű") linearitás → kapcsolási pontok *helye* és ezek eltérése az ideálistól (**INL**: integral nonlinearity, **ILE** : integral linearity error)

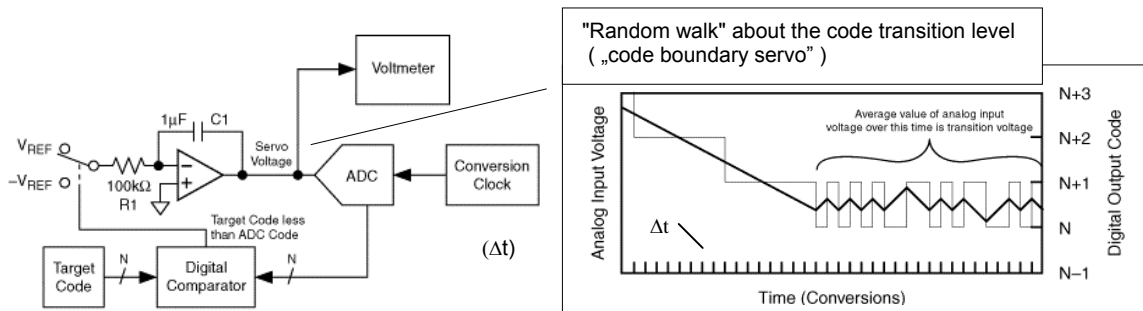
Egymást követő konverzióknál, **kis-zajú** A/D átalakító esetén, adott (az ábrán : ΔV -n belüli) bemenetre legfeljebb *kétféle* kód lehet a válasz, és van *stabil* kimenet az átváltási pontok (code **transition levels** : V_{trans}) között.

V_{trans} *statisztikai* fogalom: az a bemeneti érték, amelyre a kód-kimenetek *azonos* gyakoriságúak (frequency 50:50%)



[F. Ohnhausner, T&MW Jan. 1999]

(a) Az átváltási pont(ok) mérésére, viszonylag **nagy mintagyakoriságnál**, alap módszer a zárt-hurkú elrendezés (transition-locking **analog servo-loop**) : ha a mért kód (N , mérőszám) kisebb vagy egyenlő mint a *kijelölt* (target) kód, akkor a bemenő jel nő (az integrálóra $-V_{REF}$ kapcsolódik); ha viszont a mért kód nagyobb, a jel csökken¹. A dinamikus visszacsatolás eredményeként, az oszcilláló bemenő jel (servo voltage) **átlagértéke** adja egy kijelölt kódot "közvetlenül követő"² aktuális átváltási pont (statistical code "edge") értékét³



[J. Horn 2000]

(b) Alternatív (nem visszacsatolt), idő-takarékosabb módszer a linearitás tesztelésére : **ismert** statisztikai tulajdonságú (sűrűségfüggvényű) jellel relatív kód-gyakoriság (**histogram**) felvétele, ebből (a *kumulatív* hisztogramból) az összes kód átváltási pont számítható; az eljárás - jelfüggően - *dinamikus* bemeneti feltételre is minősíti az átalakítót

¹ egy konverzió Δt időtartama alatt a jel-változás $V_{REF} \cdot (\Delta t / R_1 C_1)$ értékű

² ez a kijelölt kód (CUT: code under test) intervallumának *első* határ-pontja (QBE: quantization band "edge")

³ Alternatív megoldás: az analóg integráló helyettesíthető nagy felbontású D/A átalakítóval, és - kiiktatva a voltmért - speciális kereső algoritmussal is azonosítható az átváltási pont

AC (dinamikus) teszt: zaj és torzítás A/D átalakító

Only histogram analysis can give **localized information** about converter's errors (e.g., non-linearity parameters like DNL and INL). The effect of an error on a particular bit of the ADC is **dissolved within** the RMS error in the sine wave fitting, or **into** the noise power of the discrete Fourier transform [Mendonça et al.]

A statikus specifikációk kisfrekvenciás (input at-a-point-in-time) jellemzők, az átalakítók minősége **dinamikus** (mintáról-mintára nagymértékben változó) bemenetnél *romlik*. A kritikus paraméterek és a tesztelési eljárások kiválasztását az *alkalmazások* (és az átalakító struktúrák is) motiválják

Az eszközök minősítéséhez és **összevetéséhez** alap-jellemző (FOM : figure of merit) a pontatlan-ságot *egyetlen*, igen szemléletes adatba sűrítő mérték : az n_{eff} **effektív bitszám** (ENOB)

Az átalakítónál - az *ideális* esethez képest - tapasztalható zaj-szórás⁴ növekedés: $\sigma > \sigma_Q = \sqrt{P_Q}$ miatt $ld(\sigma / \sigma_Q)$ értékű bit "vesztés" lép fel, ezért a *névleges (fizikai)* : n szóhossznál kisebb a *hatásos (effektív)* : n_{eff} felbontás

$$n_{\text{eff}} = n - ld\left(\frac{\sigma}{\sigma_Q}\right) = n - \frac{1}{2} \cdot ld\left(\frac{\sigma^2}{P_Q}\right)$$

ld : 2-es alapú logaritmus. A valóságos és ideális átalakítót tehát azon az alapon hasonlítjuk össze, mintha mindkettő hibájának oka kizárólag a *kvantálás* lenne ("fehér zaj" hipotézis)

$$\frac{\sigma^2}{(\sigma_Q)^2} = \frac{\frac{(X_{FS} / 2^{n_{\text{eff}}})^2}{12}}{\frac{(X_{FS} / 2^n)^2}{12}} \rightarrow \boxed{2^{n_{\text{eff}}} = 2^n \cdot \frac{\sigma_Q}{\sigma}} \blacktriangle$$

További *ekvivalens* formák, az ideális σ_Q értékével és *maximális* amplitúdójú **szinuszos** jel bemenetre,

$$n_{\text{eff}} = ld\left(\frac{X_{FS}}{\sigma \cdot \sqrt{12}}\right) = ld\left(\frac{(X_{FS} / 2) / \sqrt{2}}{\sigma} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}}\right) = ld\left(SNR \cdot \sqrt{\frac{2}{3}}\right)$$

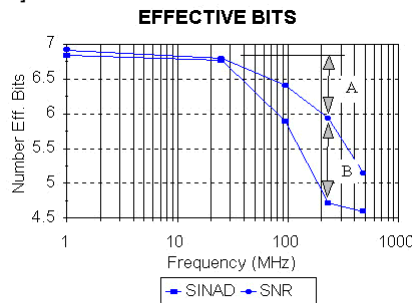
és $SNR[dB] = 20 \cdot \log(SNR)$ **mért** jel/zaj arány az

$$n_{\text{eff}} = \frac{SNR[dB] - 1.8}{6}$$

jól ismert összefüggést adja (lásd 14. oldal).

Az aktuális érték *jel-frekvencia* (és *jel-amplitúdó*, valamint *mintagyakoriság*) függő.

Példa: $n = 8$ bit ADC [Signatec]



A : sampling jitter (SNR), **plus B** : distortion (SINAD)

Dinamikus teszteknel, hagyományosan, a gerjesztés nagyjelű **szinuszos** vagy multi-szinuszos **jel** (mert jól definiált, „tisztán” generálható), és az alapvető **adattfeldolgozó algoritmusok**

- **lokális** (amplitúdó tartományban szeparált) minősítés: hisztogram → DNL, INL
- **globális „nézőpont”**: FFT (frekvencia szerint lokalizált adatok) → SNR, THD, SFDR
görbe illesztés („összegzett” zaj és torzítás) → SINAD, ENOB

Szabvány : IEEE 1057, IEEE 1241, DYNAD

⁴ a numerikus adatokat terhelő *teljes*, effektív (RMS : root mean square) hiba – lásd 39. oldal

(1) kód gyakoriság - statisztikai tartomány
histogram : amplitude distribution

*The rms value of all the **DNL** errors in the ADC will determine the amount of /quantization/ noise in the ADCs output spectrum. It is the shape of the **[INL] linearity** curve that will determine how it distortion performance [D. Buchanan]*

A várható (ideális) és a mért kód-gyakoriság összevetésével, a statisztikus analízis az átalakító transzfer karakterisztikáját: az aktuális **átváltási** (kapcsolási) **pontokat** teszteli dinamikusan (→ DNL, INL)⁵; így az eljárás az eszköz *kalibráció* és a *diagnosztika* alapja is

Koherens mintavétel (a jelperiódusban *egyenletes* fázis-eloszlású mintákat produkálva) minimalizálja az elfogadható becslési hibához szükséges nagy mintaszámot, a teszt paraméterek meghatározását a szabványok részletezik. (Minden kód értéket szignifikánsan tesztelni kell.)

Ha nem lehetséges egyetlen adat-rekordba begyűjteni a szükséglet mintákat (pl. memória korlát miatt), akkor többszörös - véletlen kezdő-fázisú - rekord felvételénél különösen kritikus a vizsgáló-jel stabilitása

Jelölje $v = x/\Delta x$ a mérendő arányt, a vizsgálójel **szinuszos** : $v = A \cdot \sin(2\pi Ft + \varphi)$, egyenletes fázis-eloszlású mintavételezésnél az n bites átalakító bipoláris tartományára *normált* $u = v/A$ valószínűségi változó ($|u| < 1$) sűrűségfüggvénye ("fürdőkád" görbe) és P_T eloszlásfüggvénye

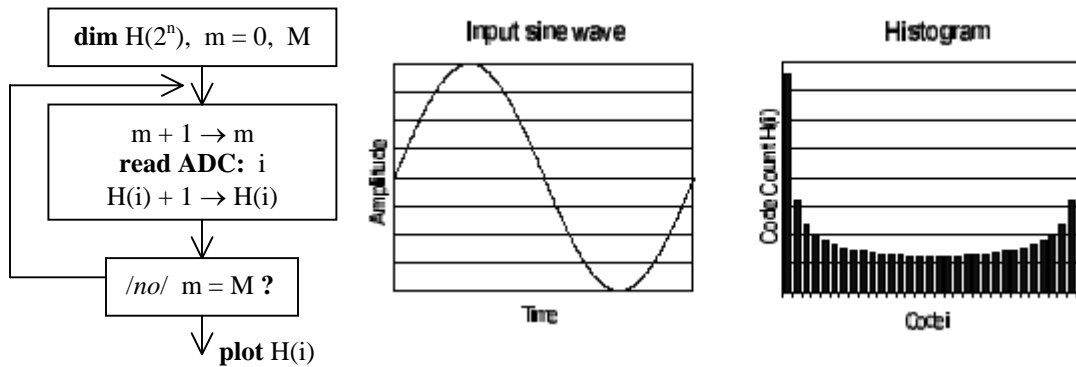
$$p_u(u) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \rightarrow P_T = \Pr\{u < T\} = \int_{-1}^T p_u(u) du$$

Az átváltási (kapcsolási) pont értéke tehát, az összefüggést T- re megoldva,

$$T = -\cos(\pi \cdot P_T)$$

és a P_T valószínűséget becsüljük **relatív gyakoriság** méréssel.

A $H(i)$ **hisztogram** (beütés-szám kódonként [hits per code]) adja azon minták számát a M számú minta-sokaságban, amelyek mérőszáma (kódja): i



Ebből a *kumulatív* hisztogram : $CH(i)$, a átváltási pont(ok) : $T(i)$ és pl. az **LSB-ben mért** (relatív) **differenciális nemlinearitás** :

$$CH(i) = \sum_{k=0}^i H(k) \rightarrow T(i) = -\cos\left(\pi \cdot \frac{CH(i)}{M}\right) \rightarrow DNL(i) = \frac{T(i) - T(i-1)}{2/2^n} - 1$$

A hisztogram durva hibát (pl. kód kihagyást) *közvetlenül* megmutat

Némi *túlvezérléssel* - és a legszélső kódokat kihagyva - közelíthető az optimális „egyenletes” eloszlás, amely lecsökkenti a mérést terhelő additív-zajnak a becslést torzító hatását.

Nagy mintagyakoriságnál, *hisztogram-rendező* célhardverrel növelhető a teszt hatékonysága

⁵ **DNL** : differential nonlinearity ("step-to-step" error)
INL : integral nonlinearity ("cumulative" error)

(2) spektrális felbontás - frekvencia tartomány

FFT : Fourier analysis

A szinuszos jel, a konverter zaj és torzítás (harmónikus, valamint más diszkrét [nem-harmónikus, **spurious**] komponensek) frekvencia szerinti *szeparálása* objektív (numerikus) és egyben igen *szemléletes* (grafikus) minősítést ad - viszonylag kevés adatból is

Optimális **koherens** mintavétel esetén, azaz

$$F = J \cdot \frac{f_s}{M} \quad J \text{ és } M \text{ relatív prím számok}$$

jel-frekvencia (F) és mintavételi frekvencia (f_s) kapcsolatnál, az $y[i]$, $i = 0, 1 \dots M-1$ mért adat-rekordból⁶ "ablak" nélküli DFT ($M = 2^m \rightarrow$ **FFT**) transzformációval számíthatók az $Y[k]$, $k = 0, 1 \dots M/2$ amplitúdó spektrum vonalak. A **dinamikus paraméterek** (\rightarrow SNR, THD, SFDR)⁷ kiértékeléséhez elegendő az *egy-oldal* spektrum.

A **zaj-küszöb** (NFI : noise floor, a - feltételezett - "fehér"zaj teljesítmény *spektrális sűrűsége*)

$$|NFI|^2 = \frac{1}{(M/2) - h_{\max}} \cdot \left(\sum_{k=1, k \neq h \cdot J}^{(M/2)-1} |Y[k]|^2 + 0.5 \cdot |Y[M/2]|^2 \right) \quad h = 1, 2, \dots, h_{\max}$$

a számításnál kimaradnak a DC ($k = 0$), a jel ($k = 1 \cdot J$) és a harmónikus ($k = h \cdot J$) komponensek.

Megjegyzés: amennyiben $h \cdot J > M/2$, akkor az *átlapolódott* harmónikus "vonalat" kell figyelembe venni (aliasing !); a gyakorlatban $h_{\max} \leq 10$ (eszköz-gyártó függő, többnyire $h_{\max} = 6$).

A **jel/zaj arány** (SNR \equiv SNHR: *harmónikus komponensek nélkül* !), a **harmónikus torzítás** (THD, az integrális linearitási hiba hatása) és a **spektrális tisztaság** (SFDR, szemléletesen: a jel és a zavar⁸ komponens *távolsága* [dBc])

$$SNR[dB] = 10 \cdot \log \frac{|Y[J]|^2 - |NFI|^2}{\sum_{k=1, k \neq h \cdot J}^{(M/2)-1} |Y[k]|^2 + 0.5 \cdot |Y[M/2]|^2 + (h_{\max} + 1) \cdot |NFI|^2}$$

$$THD[dB] = 10 \cdot \log \frac{\sum_{h=2}^{h_{\max}} |Y[h \cdot J]|^2}{|Y[J]|^2}$$

szokásos " - THD " (pozitív előjelű adat) megadása is a kényelmesebb összevetéshez (lásd még: **4.5(a)** feladat)

$$SFDR[dB] = 10 \cdot \log \frac{|Y_a[J]|^2}{\max_{k \neq 0, k \neq J} \{ |Y_a[k]|^2 \}}$$

és *átlagolt* spektrum adatokat célszerű használni SFDR (a teljesen zavarmentes **dinamika** tartomány; az ún. dinamikus "linearitás") megadásánál.

A tesztnél *kritikus* a numerikus frekvencia (F/f_s) kiválasztása (és az amplitúdó értéke is)!

Nem-koherens mintavételnél "spektrum szivárgás" és "amplitúdó hiba" lép fel, ezek hatása csökkenthető célszerű ablak-függvénnyel; de romlik a szelektivitás (frekvencia felbontás) és az érzékenység (amplitúdó detektálás), a paraméterek számításánál pedig *korrekció* szükséges

Multi-szinuszos jellel IMD (dual-tone intermodulation distortion) és MTPR (multi-tone power ratio), szélessávú fehér zajjal NPR (noise power ratio) tesztelhető

⁶ A minták akár vissza is rendezhetők (!) $J = 1$ periódusba (mert azok a periódikus jel különböző fázisú, egyenletesen $2\pi/M$ „fázis” távolságra lévő pontjai) – ez egyszerűsíti a spektrum vonalak értelmezését

⁷ SNR : signal to noise ratio (\equiv SNHR : Signal to Non Harmonic Ratio)

THD : total harmonic distortion

SFDR : spurious free dynamic range

⁸ a teljes Nyquist-sávban, a zaj-küszöbnél legalább „10 dB-lel nagyobb” szintű, nemkívánatos (harmónikus vagy spur) komponensek közül a *maximális* szintű vonal (ritkán: kivéve a 2. és 3. harmónikus)

(3) görbe (paraméter) illesztés - idő tartomány curve-fit : waveform

A módszer alapvetően *egyetlen* globális mértékkel : a mért numerikus adatok és az ezekre legjobban illeszkedő (szinusz)görbe közötti *eltérés* effektív értékével (σ) minősíti az átalakítót.

A konverter-hiba számításához szükséges bemenő (szinuszos, referencia) jel *négy* paraméterét: az amplitúdó (A), frekvencia (F), fázis (Φ) és DC-szint (C) értékét a kimeneti (mért) numerikus adatokból *becsüljük* (!) görbe illesztéssel⁹, mivel ezek közvetlen mérése igen nehéz lenne.

A "legkisebb négyzetes eltérést" minimalizáló algoritmusokat és a feltételeket a szabványok részletezik. Ha a *numerikus frekvencia* : a jel frekvencia (F) és a mintavételi frekvencia (f_s) aránya *ismeretlen*, akkor a paraméter becslés nemlineáris, *iterációs* folyamat (**4p fit**); ha viszont *ismert*, akkor a három paraméteres becslés lineáris, egy lépéses és mindig konvergens (**3p fit**)

Az eredeti $y[i]$ "nyers adat-rekord" és a görbe illesztés eredményeként kapott

$$x[i] = A \cdot \cos[2\pi(F / f_s) \cdot i + \Phi] + C$$

"referencia rekord" *különbsége* (a maradék rész) a konvertert jellemző **zaj és torzítás** együttese (\rightarrow SINAD, ENOB: n_{eff})¹⁰

$$\sigma^2 = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{M-1} (y[i] - x[i])^2, \text{ és ebből } \text{SINAD}[dB] = 20 \cdot \log \frac{A/\sqrt{2}}{\sigma}, \quad n_{\text{eff}} = n - ld \frac{\sigma}{\sigma_Q}$$

ahol ld : 2-es alapú logaritmus, n : névleges szóhossz, σ_Q : az ideális kvantálási hiba (szórás)¹¹

A maradék részből szeparálhatók a harmonikus frekvencia komponensek is (\rightarrow THD, SNR), rekurzív multi-harmonikus (3p fit) illesztéssel.

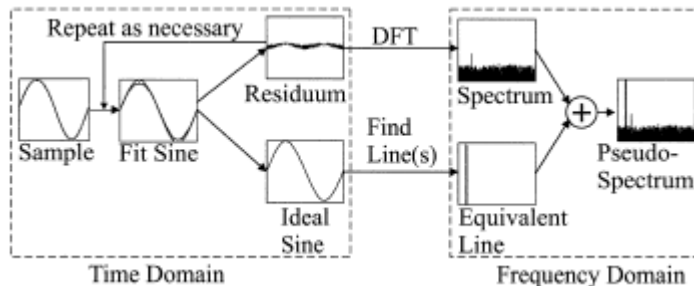
A maradék rész, a kód függvényében, közvetlenül is megjeleníthető (\rightarrow dynamic, „real-time” INL)

Megjegyzés: koherens mintavétel esetén a **spektrális felbontás** (FFT) és **görbe illesztés** (3p fit) analízis *ekvivalens*. (Az eredmények kevéssé térnek el az „ablakolást” igénylő nem-koherens mintavétel, illetve aszinkron esetben is.)

A módszerek **kiegészítik** és nem helyettesítik egymást.

Görbe illesztésnél pl. *nem* kell „ablak”, nem-bináris hatványú mintaszám és *nem-egyenletes* mintavétel adatai is kezelhetők, sőt *túlvezérlés* is megengedett (kihagyhatók az illesztésnél a "túlvezérelt" adatok).

Nem-koherens mintavételnél közel „szivárgás-mentes” spektrum vonal állítható elő, a görbe illesztés bekapcsolásával - ún. *hibrid* spektrum számítás [A. Breitenbach 1998] :



és a maradék részből (residuum) rekurzív illesztéssel (repeat as necessary) a harmonikus torzítást jellemző vonalak is hozzáadhatók az eredmény spektrumhoz (pseudo-spectrum)

⁹ The digital **copy** of input. (Az átalakító nullapont, skála és fázis hibája nem befolyásolja az eredményt, azokat tehát más módon kell becsülni.)

¹⁰ Megfelelő alap ("pseudo-standard") a Nyquist-rate ADC és az OSADC eszközök *összehasonlításához* és *rendszer tervezéshez*

SINAD : Signal to Noise And (harmonic plus spurious) Distortion ratio (\equiv SNDR)

ENOB : effective number of bits

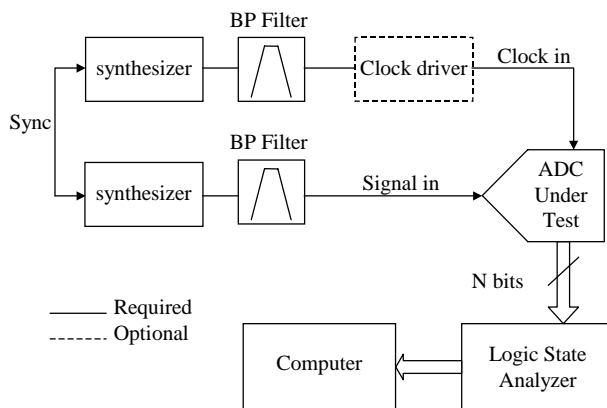
¹¹ nem a referencia rekorból számítjuk, hanem a "fehér zaj" hipotézist használjuk

Dinamikus teszt : szinuszos jel DSP-based testing

*Never assume anything; read manufacturers' data sheets very carefully [O. Josefsson]
Data converters are binned with respect to their performance
and sold at prices accordingly [E.Liu]*

Természetes alapkövetelmény, hogy a gerjesztés *hardver* eszközei (a generátorok¹², sávszűrők [BandPass filter], plusz tápellátás és tesztelési környezet) az adott minősítéshez elfogadható torzítású és kis-zajú jeleket produkáljanak. Nagy felbontású vagy igen nagy mintagyakorosságú átalakító vizsgálatánál ez nem triviális feladat.

A válasz elemzést (és a szükséges korrekciókat) - a hardver adatgyűjtést követően - virtuális műszerek : *szoftver* algoritmusok végzik



Az A/D átalakító speciális alkalmazása befolyásolja a módszereket és a mérendő *kritikus* paramétereit. (Például, audio átalakító dinamika tartományának méréséhez tipikusan *kis-jelű* : - 60 dBFS szintű a bemenet, és speciális szűrőt is használnak.)

A teszt sorozatok költsége (pl. a tömegtermelésnél szükséges ATE : automatic test equipment) jelentős rész lehet a termék árában

Sávszélesség Frequency response

A hagyományos - szinuszos vagy multi-szinuszos jel-bemenettel operáló - módszerek mellett, az amplitúdó átvitel vizsgálható *egység-ugrás* bemenettel is : a felvett rekord (**step response**) elsőrendű numerikus *differenciálása*¹³ (**impulse response**) után Fourier *transzformáció* (DFT, vagy $M = 2^m$ számú mintával FFT) adja az eredményt (**frequency response**)

Különösen kontrollált **alul**mintavételezésnél (→ keskenysávú jel alapsávba transzponálásánál), kritikus az effektív-bitszámhoz kötött "sávszélesség" (ERBW)¹⁴ specifikáció : az a jel-frekvencia, amelynél az átalakító **jel/zaj aránya**¹⁵ a kis-frekvenciás értékéhez képest 3dB-lel lecsökken (1/2 effektív bitszám veszteség)

¹² szinkronizálás (Sync) biztosítja a *koherens* mintavételt (prime-ratio locking; J/M sync; J over M coherence)

¹³ nagyobb frekvenciákon azonban a becslés zaj-korlátozásával kell számolni (a diszkrét-idejű differenciálás *zajformáló* (!!)) hatása miatt)

¹⁴ **ERBW** : effective resolution bandwidth

(A "Nyquist"-konverter elnevezésnek az is lehetne a feltétele, hogy legyen $ERBW \geq f_{smax}/2$)

¹⁵ A hagyományos sávszélességet viszont a - numerikus adatokkal reprezentált (sine fit) - jel-**amplitúdó** 3dB-es csökkenése definiálja (ami persze nem jelenti azt, hogy ezen a frekvencián a torzítás is elfogadható):

FPBW : full-power [\equiv large-signal] bandwidth, vagy **SSBW** : small-signal bandwidth

Critical performance parameters of ADCs per application:

Application	Critical Performance Parameters	Performance Issues
Audio	SINAD, Crosstalk Gain matching	Power response Power consumption
Automatic Control, Sensors and Robotics	Monotonicity, short term settling, linearity, long-term stability, temperature offset	Transfer Function
Data transmission	SFDR, BW, SINAD, DR, INL, DNL, Thermal noise	
Digital High-Speed Instrumentation	N_{ef} , BW, Out-of-range recovery, Word error rate, Thermal noise	SNR for better wide bandwidth Amplitude resolution, SFDR to minimise distortion, Bit error rate
Geophysical	THD, SINAD, DR, Long-term stability	MilliHertz response
Hard Disk Driving	Conversion time/latency	
Medical	SFDR, BW, INL, DR, SNR	
Military Communications Electronic warfare (EW)	SFDR, SINAD, THD, IMD, NPR, NDR Sample frequency, SFDR, SINAD, NDR	Linear dynamic range for detection of low-level signals in a strong interference environment
Mobile Telecommunications and Wireless Communications	SINAD, NPR, SFDR, THD, SNR, IMD, NDR Bit error rate, Word error rate	Wide input bandwidth channel bank, Interchannel crosstalk, Compression, Power consumption
Monitoring, Test Equipment and Instrumentation	N_{ef} , BW, out-of-range recovery, word error rate	SNR for better wide bandwidth, Amplitude resolution, SFDR to minimise distortion, Bit error rate
Radar and Sonar	SINAD, SFDR, INL, BW, out-of-range recovery	SINAD for clutter cancellation And Doppler processing
Spectrum Analysis	SINAD, SFDR	SINAD and SFDR for high linear dynamic range measurements
Speech and Voice communications	SINAD, NPR	
Video and Television	INL, DNL, FR, SNR, DG, DP, SFDR, Word error rate, BW, THD, SINAD	Differential gain (DG) and differential phase (DP) errors Power consumption

"Classical" dynamic test methods using sine waves:

Code histogram: integral and differential non-linearities (INL and DNL), gain (G) and offset (V_{os}) errors, and number of effective bits (N_{ef}), and in general the characterisation of the ADC transfer characteristic based on the measure of the ADC code transition levels

Spectral analysis: signal to noise ratio (SNR), signal to noise and distortion ratio (SINAD), number of effective bits (N_{ef}), total harmonic distortion (THD), spurious free dynamic range (SFDR), intermodulation distortion (IMD), and in general all the parameters which can be extracted from the frequency spectrum of the ADC output response

Sine-wave fitting: signal to noise and distortion ratio (SINAD), number of effective bits (N_{ef}), total harmonic distortion (THD), and signal to noise ratio (SNR)

BW: bandwidth, DR: dynamic range, NPR: noise power ratio, NDR: noise distortion ratio, FR: frequency response

Feladatok - 4

4.1 n bites, unipoláris **D/A** átalakítónál jelölje $A[i]$ az $N = i$ adathoz tartozó analóg értéket, amely a *közvetlenül* mérhető kimenetből nullapont és skála korrekcióval¹⁶ kapott (normalizált) érték, vagyis $A[0] = 0$, $A[2^n - 1] = U_{FS} - \Delta$ és $\Delta = U_{FS}/2^n$ az átlagos lépésmagasság (az LSB értéke). Definíció szerint, az **LSB-ben mért** (relatív) **differenciális és integrális linearitási hiba**

$$DNL[i] = \frac{A[i] - A[i-1]}{\Delta} - 1 \quad \text{és} \quad INL[i] = \frac{A[i]}{\Delta} - i$$

Igazoljuk az *ekvivalenciákat* (amelyek az elnevezéseket is indokolják):

$$DNL[i] = INL[i] - INL[i-1], \quad \text{illetve} \quad INL[i] = \sum_{k=1}^i DNL[k]$$

(a DNL az INL-sorozat elsőrendű differenciája; az INL profilt kumulatív DNL alakítja ki).

Mutassuk meg: ha *minden* i -re¹⁷ $|INL[i]| < 0.5$ vagy ebből következően $|DNL[i]| < 1$, akkor az *adott felbontású* átalakító **monoton**: növekvő bemenetre a kimenet is növekszik. (És ez kritikus pl. pozíció beállítás vagy visszacsatolt szabályozási kör esetén.) Az állítás megfordítva nem áll.

Megjegyzés: gyakori szóhasználat szerint, az INL 'a linearitási hiba' (a relatív pontosság); míg nem-normalizált adatokkal számolt INL 'az abszolút hiba' (TUE: total unadjusted error)

4.2 **A/D** átalakítónál jelölje $T[i]$ a transzfer karakterisztikát leíró – és nullapont, skála korrekcióval kapott - *átváltási* (kapcsolási) pont értékét. **Nincs kód-kihagyás** (NMC: non missing code), ha minden - kétszeresen határolt - intervallum létezik (azaz $T[i] > T[i-1]$ minden i -re).

Értelmezzük a **linearitási** hibákat, igazoljuk az *ekvivalenciákat*, és mutassuk meg: adott felbontásnál NMC akkor áll fenn, ha $\max |INL[i]| < 0.5$ (vagy $\max |DNL[i]| < 1$)

4.3 **D/A** átalakító frekvencia tartományú vizsgálatához az adat-bemenet numerikusan generált szinusz vagy multi-szusz (DDS¹⁸ test), a jellemző paramétereket analóg (vagy numerikus) **spektrum analízis** szolgáltatja. Hogyan jelentkezik a torzítás, illetve - az üzemmódtól (NRZ vagy RZ) függően - a *tartás* miatt fellépő amplitúdó hiba és a képmás (image)?

4.4 f_s gyakoriságú mintavételezésnél, az $f_h = h \cdot F$, $h = 1, 2 \dots$ harmónikusok átlapolódása az alapsávba (az első Nyquist zónába, **aliasing**) kétféle módon is számítható. Igazoljuk a formulákat!

(a) $\text{mod}(\cdot)$ művelet („hajtogatás”; folding):

$$z_h = \text{mod}\left(\frac{f_h}{f_s}, 1\right) \rightarrow a_h = \text{if}(z_h < 0.5, z_h, 1 - z_h) \rightarrow \text{falias}_h = a_h \cdot f_s < f_s / 2$$

ahol $\text{mod}(a, b)$: a/b osztás maradéka, és $\text{if}(c, t, f)$: ha c (feltétel) igaz, akkor t ; ha c hamis, akkor f .

(b) frekvencia áthelyezés (keverés; beating):

$$k_h = \text{round}\left(\frac{f_h}{f_s}\right) \rightarrow \text{falias}_h = |f_h - k_h \cdot f_s| < f_s / 2$$

ahol $\text{round}(\cdot)$: kerekítés művelet.

Miért "veszélyes", ha a numerikus frekvencia ($F/f_s = J/M$) speciálisan kis egész számok aránya (destructive aliasing)? Lehet-e *hasznos* az átlapolódás jelensége (constructive aliasing)?

4.5 (a) Igazoljuk, hogy *lineáris* (!) skálán: $(1/\text{SINAD}) = (1/\text{SNR}) + \text{THD}$

(b) Egyszerű "trükk" a *jel/zaj arány* vizuális becslésére: $M = 2^m$ pontszámú adat-rekord **FFT** ábrájából "szemrevételezéssel" a **zaj-küszöb** értéke (azaz egy zaj "vonal" átlagos jel/zaj aránya) $\approx Z$ [dB], ebből SNR [dB] $\approx Z - 3 \cdot (m-1)$. Igazoljuk az eljárást!

¹⁶ a két végpont linearitási hibája zérus: ún. végpontokra illesztett ("end-points") jellemzés - ez a konzervatív szemlélet a kalibrált "ipari(mérő)"-átalakítók jellegzetessége (szemben a "kommunikációs"-átalakítók ún. "best-fit (in least-squares)" jellemzésével, vagy az abszolút eltérést minimalizáló "min-max" módszerrel)

¹⁷ a gyártók rendszerint a max. adatot specifikálják

¹⁸ **DDS** : direct digital synthesis

D/A átalakító algoritmusok ("algebrai" modell)

A D/A (szorzási) algoritmus megvalósításának *domináns* módszere az összegzés : kapcsolt referencia növekmények lineáris szuperpozíciója

(a) Legyen a N numerikus minta (mérészám) **n bites bináris** kódolású (\rightarrow kapcsolás : $b_i = 0, 1$), a választott **unipoláris** tartomány : X_{FS} , így a mértékegység : $\Delta x = X_{FS}/2^n$. Az alábbi, algebrailag *ekvivalens* formák igen *eltérő* gyakorlati topológiákat eredményeznek

$$\begin{aligned}
 x_0 &= N \cdot \Delta x = \left(\sum_{i=1}^n b_i \cdot 2^{-i} \right) \cdot X_{FS} && \text{összegzés (sum)} \\
 &= \sum_{i=1}^n (X_{FS} \cdot b_i) \cdot 2^{-i} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{X_{FS}}{2^i} \right) \cdot b_i && \text{súlyozás (weight)} \\
 & && \text{kapcsolás (switch)} \\
 \text{LSB first} & \quad \left[\left[\left[0 + X_{FS} \cdot b_n \right] \cdot \frac{1}{2} + \dots + X_{FS} \cdot b_2 \right] \cdot \frac{1}{2} + X_{FS} \cdot b_1 \right] \cdot \frac{1}{2} \\
 \text{MSB first} & \quad \left[\left[0 + \Delta x \cdot b_1 \right] \cdot 2 + \dots + \Delta x \cdot b_2 \right] \cdot 2 + \Delta x \cdot b_n
 \end{aligned}$$

soros
(bit-at-a-time)

A **párhuzamos (word-at-a-time)** forma referencia "súlyozás": *illesztett* áramkört komponensek felhasználásával, *egy órajel* ütemben¹ **összegzi** az eredményt, és a kapcsolókat közvetlenül a b_i adat-bit értékek vezérlik (amelyeket belső *digitális* regiszter tárol: NRZ üzemmód).

Az alkalmazáshoz igazodva, és a jel (feszültség, áram, töltés), a komponensek (R, C, félvezető terület), a technológia (bipolar, CMOS) függvényében igen eltérő struktúrák implementálhatók

A **soros (bit-at-a-time)** forma *változatlan* referencia értékeket kapcsolva, bitenként : *n lépésben* **akkumulálja** a kimenetet, a bit-sorrendtől függően analóg *felező* vagy *kétszerező* módszerrel.

A struktúra *azonos* fokozatok **kaszkád** (egymást követő)² kapcsolásán alapulhat; vagy "takarékos" megoldás is lehetséges analóg memóriával : *egyetlen* fokozat **ciklikus** (ismételt)³ működtetése. Megjegyzendő, hogy az átalakítás végén, az újabb adat-frissítésig, szükséges a kimenő érték *analóg* tárolása ("dinamikus, szekvenciális" D/A)

(b) **Speciális kódolási formák** segítenek - *párhuzamos* átalakítónál - a bináris hatvány szerinti változás dinamikájának enyhítésére : lazább komponens illesztés és - különösen MSB váltásnál (major carry) - kedvezőbb tranzienis viselkedés eléréséhez

Garantált monotonitást ad az azonos súlyozású, egység elemekből felépített, $n \rightarrow 2^n - 1$ átkódolást igénylő átalakító⁴. Az elem-szám exponenciális növekedése miatt azonban csak viszonylag kis bitszám esetén alkalmazható ez az **ún. hőmérő (redundáns) kódolású** D/A.

Az elv speciális esete a **szint-kiválasztó** D/A (\rightarrow *azonos* R elemekkel felépített feszültség osztó), amely a megvalósított összes lehetséges kimenő értékből szelektálja⁵ ($n \rightarrow 1$ out of $2^n - 1$ pozíció kiválasztással) az éppen aktuális bemenő kódhoz tartozó jel-szintet

A kétféle kódolás előnyeit egyesíti a két eljárás kombinációja : az MSB biteket ($m \rightarrow 2^m - 1$ átkódolás után) egység elemekből realizáljuk, a többi ($n - m$) LSB biteket pedig *bináris* súlyozással⁶; a technológia és az alkalmazás befolyásolja a **szegmentált** D/A optimális struktúráját

¹ "flash DAC" (one-step); *parallel* decoder (instantaneous sum)

² "ripple through DAC" - a fokozatok közül csak egyetlen aktív. Analóg *memória* (tárolás) közbeiktatásával a fokozatok műveletvégzése nagymértékben párhuzamosítható : "pipeline DAC", így az átviteli képességet (word-rate) csak *egy* fokozat korlátozza - persze a kezdeti terjedési késleltetés (latency) megmarad (és *folyamatos* adatfrissítés szükséges, mert a fokozatok különböző - egymást követő - mintákat kezelnek)

³ "algorithmic (cyclic) DAC" - például SC (switched capacitor) technika felhasználásával

⁴ "thermometer (level) coded, unit element DAC" - a sea of reference sources

⁵ "walking-one coded, level-selection DAC" (\rightarrow decoder type, resistor string DAC)

⁶ "segmented DAC" - a split architecture

(1) ellenállás ("R/2R") hálózat resistor-ladder

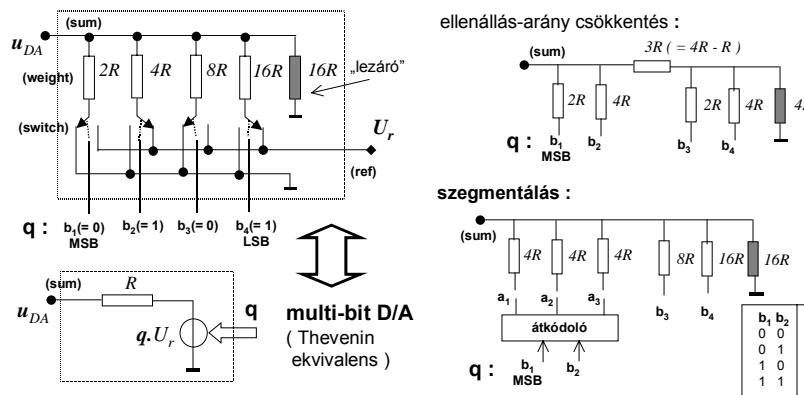
Feszültség kapcsolás, bináris arányú ellenállások⁷ ("létra") és lineáris szuperpozíció (összegzés) realizálja a **párhuzamos**, unipoláris **n bites D/A** átalakítót.

Az ekvivalens forma kézenfekvő: a **q** (normált) numerikus minta és az U_r referencia szorzata a forrásfeszültség: $U_0 = q \cdot U_r$, a forrás-ellenállás: R . (A lezáró ellenállás bit-számtól független forrás-impedanciát ad.) A terhelés **nem** módosítja a D/A funkciót (csak az u_{DA} kimenet tartománya, az átfogás változik), jó referencia kihasználáshoz "kis terhelés" kell; és a kimenet lehet áram (!) is

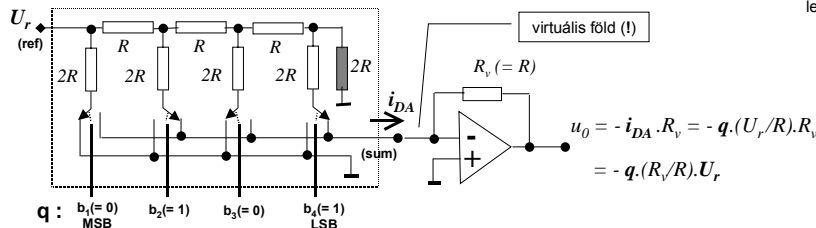
Impedancia eltolással csökkenthető a (nagy bitszámnál) szélsőséges ellenállás arány ($2-3-4R \rightarrow$ ismételve az eljárást: $R/2R$).

Szegmentálással - az MSB biteket „egység” elemekkel felépítve és átkódolással - javítható a linearitás (garantált monotonitás az MSB bitekre) és kisebb a kapcsolási tranzienst (az ún. glitch)

szuperpozíció elv : klasszikus „létra”, feszültség - kapcsolás (n = 4 bit)



reciprocitás elv : „inverz” létra, áram - terelés (n = 4 bit)



Áram kimenet (virtuális föld pontra !!) és "azonos potenciálú" pontokat szelektáló kapcsolók (áram-terelés⁸) az ún. "inverz" létra jellemzője. A skálázásra is felhasználható áram-feszültség konverzió (invertáló műveleti erősítő) megfordítja a referencia előjelét

Ez az elrendezés - a kedvező kapcsolási feltételek kihasználásával - alkalmas **szorzó D/A** megvalósítására (az U_r referencia bemenetre kapcsolt jel amplitúdó programozása **q** értékével)

A **q** numerikus mintát tároló - az ábrán *nem* vázolt - belső adat-regiszter (DAC register) közvetlenül vezéri a kapcsolókat (NRZ mode). *Dupla* puffer szükséges (és külön adat-érvényesítő logikai jel), ha az adatátvitel szélessége kisebb a bit-számnál, vagy igen egyenes adatfrissítés az igény

Integrált áramköröknél a *soros* adatátvitel csökkenti hatásosan a kivezetések számát, ilyen esetben az első adat-regiszter (input register) a soros/párhuzamos átalakító

⁷ Alternatív megoldás : töltés átrendezés (**charge redistribution**) elvét felhasználó kapcsolt kapacitások alkalmazása (**SC**: switched capacitor technology), elsősorban CMOS technológiánál és A/D átalakítók belső magjaként

⁸ exponenciálisan csökkenő (!) áramokat szelektálnak a kapcsolók

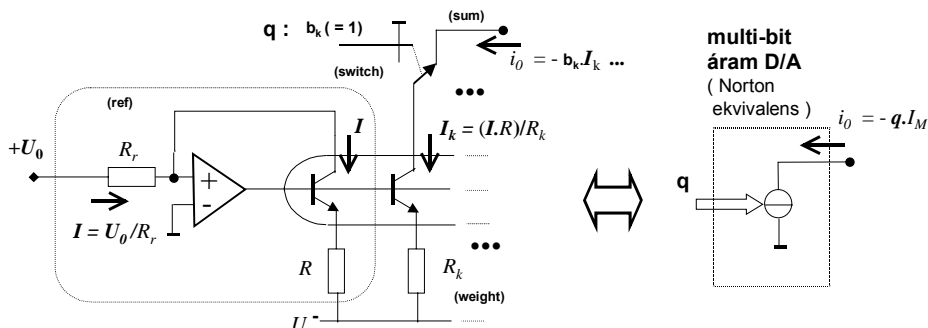
Megjegyzés: ennek az *áram*-üzem módnak az „inverzeként” is szokásos a másik, *feszültség*-kapcsolás mód megnevezése

(2) kapcsolt áram-források current-steering

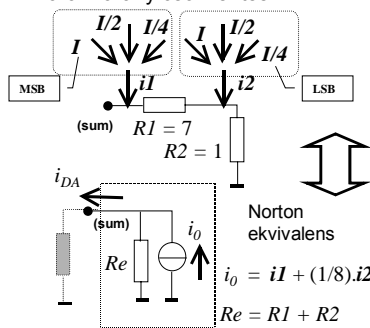
Áram összegzéssel - igazi (aktív: tranzisztoros) áram-generátor kimenet *gyors* átkapcsolásával - nagy adatfrissítési gyakoriságú, **párhuzamos D/A** átalakító valósítható meg.

Visszacsatolt szabályozási kör (feszültség – áram konverzió) formálja a konstans áram *referencia* forrást, amelynek **skálázott másolása** (áram "tükör" és súlyozás) adja a kódolásnak megfelelő és a bit-értékkel **kapcsolt** áram-forrásokat - az ábra példája csak *egyetlen* kapcsolt (aktív) forrást szemléltet ($I \rightarrow I_k$)

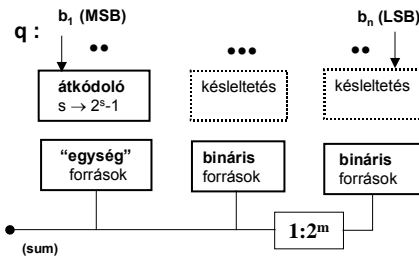
A kimenet áram ellenállással alakítható feszültséggé⁹, de korlát a források megengedett feszültség változása (**compliance range**)



áram arány csökkentés :



nagy felbontású áram D/A
(szegmentálás és áram osztás)



A nagy bit-számnál igen szélsőséges áram arány ellenállás-osztóval csökkenthető le, 2^m értékű osztáshoz $R1/R2 = 2^m - 1$. Az ekvivalens formából számítható a terhelés hatása (amely csak a referencia "kihasználást" módosítja, maga a D/A funkció változatlan!)

Az ábra $n = 6$ bit, két *egyforma* - bináris súlyozású - blokk és 1:8 osztás esetét szemlélteti.

Megjegyzés: ismételve az eljárást, határesetben *azonos* áramforrások egymást követő 1:2 osztáshoz R/2R hálózat adódik. (Ebben az esetben az R/2R „létra” csomópontjaira vezetjük a kapcsolt áram-forrásokat, tehát *nem* a létra hálózat ágaiban vannak a kapcsolók.)

Szegmentálással - átkódolással és az MSB biteket "egység"elemekkel (azaz redundáns módon) felépítve, javul a linearitás és lecsökken a kapcsolási tranziens (glitch)

A hőmérő kódolású szegmensben a szomszédos állapotok között csak *egyetlen* elem átkapcsolása szükséges, nagyobb lépésnél pedig *ugyanolyan irányú* az „egység” elemek kapcsolása

Nagy felbontáshoz az eljárások *kombinálása* a célszerű megoldás (a bináris kód „gazdaságos”, a hőmérő kódolás jó „dinamikus” tulajdonságú)

⁹ Kiseb sebesség igény esetén a linearitás is javítható: ellenállással visszacsatolt műveleti erősítő *virtuális föld* pontján keresztül végzett áram-feszültség konverzió alkalmazásával (de megfordul a polaritás).

Igen gyors átalakításhoz viszont differenciális áram kimenet (és pl. transzformátoros csatolás) célszerű

A/D átalakító algoritmusok ("algebrai" modell)

(a) A teljes kvantálási intervallum felosztást (az összes átváltási pontot) megvalósítva és *minden* átváltási pontot komparálva, egy órajel ütemben, közvetlenül előállítható a numerikus minta értéke ($2^n - 1 \rightarrow n$ átkódolással). Ez a **párhuzamos (word-at-a-time)** módszerű átalakító¹⁰ a *leggyorsabb* A/D; hátránya: a komparátorok száma exponenciálisan növekszik a bit-számmal

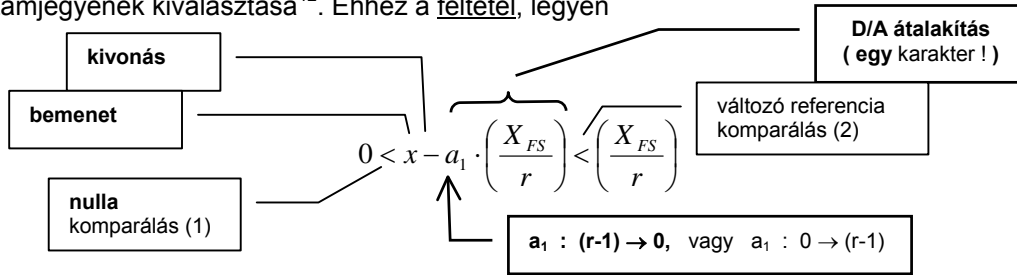
(b) Az A/D (osztási) algoritmus megvalósításának *domináns* módszere a bit keresés, vagy általánosabb - tágabb kitekintést adó - nézőpontból: a **karakterenkénti (character-at-a-time)**, *több lépéses*¹¹ (szekvenciális) módszerű mérőszám generálás.

Kódoljuk **r alapú** számrendszerben és **n helyérték**(**karakterrel**) az adatot, legyen **unipoláris** az analóg tartomány: X_{FS} , így az adott **x** bemenet és a (normált) numerikus minta kapcsolata

$$x \approx q \cdot X_{FS} = \sum_{j=1}^n a_j \cdot \left(\frac{X_{FS}}{r^j}\right) = a_1 \cdot \left(\frac{X_{FS}}{r}\right) + \dots \quad \text{ahol} \quad \begin{matrix} a_j = 0, 1, 2, \dots, (r-1) \\ r \geq 2 \quad (\text{radix}) \end{matrix}$$

Speciális egyszerűsítés (topológiában is) a közvetlen **bináris** kódolás : **r = 2** és **a_j ≡ b_j = 0,1**.

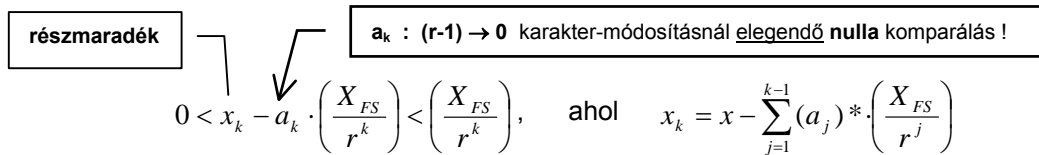
Az ismeretlen a_j számjegyek megadásához az **első lépés** : a q hányados *legnagyobb helyértékű* a₁ számjegyének kiválasztása¹². Ehhez a feltétel, legyen



Ezt a feltételt teljesítő a₁ értéket (karaktert) kell "megtalálni", döntően analóg műveletekkel¹³.

Ha a karakter módosítás *szisztematikus: egyirányú* lépések, akkor elég **csak egy (!)** referenciaszint figyelés (a feltétel teljesülésének indikálásához) - ez fontos praktikus szempont. Ha pedig a szám-változtatás **a₁ : (r-1) → 0** sorrendű, akkor a kedvező **nulla komparálás** használható !! Amelyik karakter értéknél *először* teljesül a feltétel, az lesz az aktuális : a₁ = (**a₁**)* számjegy.

(b1) Hasonló eljárást követve, a **részmaradék** (x_k) felhasználásával¹⁴ adódnak a *kisebb helyértékű* számjegyek. Általánosan, a **k-adik lépés** : ismert minden megelőző (**a_j**)*, j = 1, 2 ... k-1 számjegy és ezzel a k-adik karakter-képzéshez szükséges **x_k** részmaradék is (!), a feltétel pedig



(b2) Részmaradék **szorzás** művelettel (az előző referencia *megosztás* helyett), egészen más topológiákat ad a feltétel alábbi, algebrailag *ekvivalens* formája:

$$0 < r^{k-1} \cdot x_k - a_k \cdot \left(\frac{X_{FS}}{r}\right) < \left(\frac{X_{FS}}{r}\right) \quad \text{konstans referencia komparálás}$$

Erre alapozva, uniformizálhatók (!) a lépések - *helyérték független* növekmények és *fokozatos* részmaradék-képzés alkalmazásával, és bár mindkét sorrendi karakter-kereső stratégia praktikus lehet, itt a közvetlen ("keresés nélküli") karakter-megadás előnyös (lásd 49. oldal)

¹⁰ "flash ADC" (one-step); *fully-parallel* (en)coder (→ 2ⁿ-1 ZX (zero crossings) per step)

¹¹ "sub-ranging ADC" (multi-step)

¹² *Emlékezzünk az osztás* "papíron-ceruzával" végzett műveletére (!!)

¹³ Alternatív megoldás: "keresés nélküli", *közvetlenül egy* lépésben (!) is megadható a karakter ("flash ADC") alkalmazása, itt persze a felbontás még csak : X_{FS}/r

¹⁴ az aktuális bemenet az *első* "részmaradék" : x = x₁

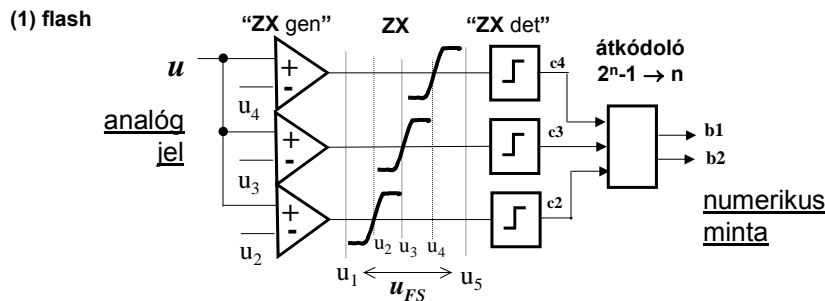
(1) közvetlen minta-kódolás flash (and interpolating¹⁵)

The ADC operation can be viewed as a collection of ZX (zero crossings) [Y. Wang]

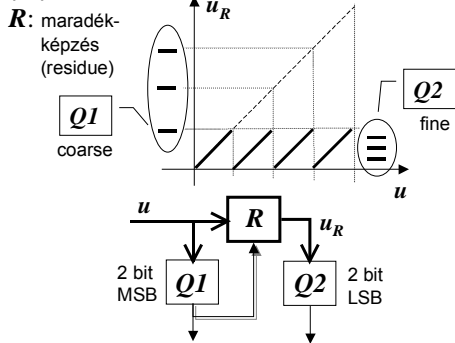
Igen gyors (ezért kis felbontású) mérőszám képzéshez, a kvantáló minden átváltási (ZX) pontot generál (pl. ellenállás osztóval: u_k) és azokat közvetlenül összehasonlítja a bemenettel

Az ábra $n = 2$ bites parallel (flash) A/D átalakítót vázol - a null-átmenetek (ZX) feltüntetésével. A döntés eredményéből, az ún. hőmérő kódból (c_k) átkódolás adja a bináris kódot (b_k).

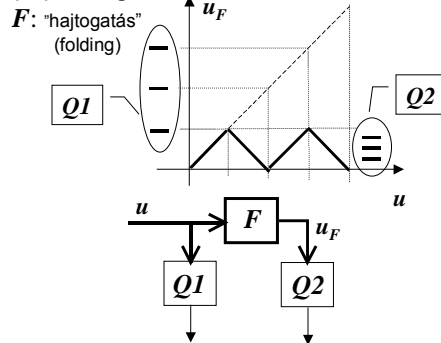
A határpontokat is komparálva tartomány túllépés (OVER/UNDER range: $u > u_5$, $u < u_1$) indikálható



(2a) half-flash



(2b) folding



(2) durva/finom érték-közelítés half-flash (semi-flash)¹⁶, folding¹⁷

A megosztást az is motiválja, hogy a parallel átalakító komparátorai közül csak néhány végez igazi kritikus döntést (ezek a bemenő jelszint "közeliek"), a többi telítésben van!

A komparátorok nagy számát a bemeneti jeltartomány lineáris szegmensekre történő periódikus leképezése ("modulo" művelet) csökkenti; a rész-adatok súlyozása és összegzése az eredmény

Az ábrán vázolt mindkét - $n = 4$ bites - topológiában a szegmenst a Q1 kvantáló jelöli meg (2 bit : coarse sub-ADC; segment pointer), ezen belül Q2 ad finom felbontást (2 bit : fine sub-ADC).

(a) esetben megnő az átalakítási idő, mert a maradék-képzéshez Q1 adata szükséges, és csak ezt követi Q2 működése (half-flash; sawtooth "folding")

(b) esetben viszont Q1 működésével közel egyidejű a maradék jellegű (szakaszonként lineáris), "hajtogatott" jelforma képzése¹⁸ és Q2 döntése (folding; repetitive triangular shape)

¹⁵ Speciális analóg áramköri technika a bemenetet terhelő komparátorok számának csökkentésére (analog preprocessing): előerősítők jel-kimeneteiből lehet – aktív vagy passzív (pl. ellenállás osztó) eszközzel – újabb átváltási (ZX) pontokat generálni ("interpolálni") a felbontás növeléséhez

¹⁶ "two-step sub-ranging ADC" (residue "with postprocessing")

¹⁷ "continuous-time sub-ranging ADC" - a simultaneous coarse/fine quantizer (residue "on the fly")
"FAI (folding and interpolating) ADC"

¹⁸ Látszólag ellentmond a "hamar digitalizálni" elvnek a nemlineáris analóg blokk (F: folder) megjelenése, de éppen ez a (nagyfrekvenciás !!) konkurrens művelet segíti a maradék-képzési idő csökkentését. (Az ábrán: $F = 4$ szegmens, $F \rightarrow 1$ leképezés közvetlenül a bemenő jelből.)

Megjegyzendő, hogy csakis az átváltási (ZX) pontokat kell pontosan leképezni !!

(3) fokozatos érték-közelítés successive approximation

A **k**-edik karakter: a_k előállítását meghatározó (**b1**) feltétel (46. oldal) egyszerű átrendezésével, a részmaradék képzés magja **n**-karakteres párhuzamos D/A átalakító (referencia megosztás):

$$0 < x - \underbrace{\sum_{j=1}^n a_j \cdot \left(\frac{X_{FS}}{r^j} \right)}_{\text{n-karakteres párhuzamos D/A átalakító}} \quad \text{ahol} \quad a_j = \begin{cases} (a_j)^*, j = 1, 2, \dots, (k-1) & \text{ismert(!)} \\ a_k = ? : (r-1) \rightarrow 0 \\ 0, j = (k+1), \dots, n & \text{(!)} \end{cases}$$

A D/A átalakítót vezérlő **adat-regiszter** a kiindulásnál előírt tartalmú és meghatározott karakter-keresési algoritmust követ (lásd a_j), **különbségképzés** és **nulla-komparálás** művelet adja - minden egyes számjegy-módosítást követően - a döntési információt¹⁹.

A "karakter-kereső" egy számláló (DOWN counter) - célszerűen bináris kódolással, a megnevezés: **részekre osztott számláló** típusú A/D ($r > 2$)²⁰. Maximálisan **n**-**r** számú órajel ütem (**n** lépés és egy lépésben belül max **r** számú érték-módosítás) kell egy numerikus minta megadásához.

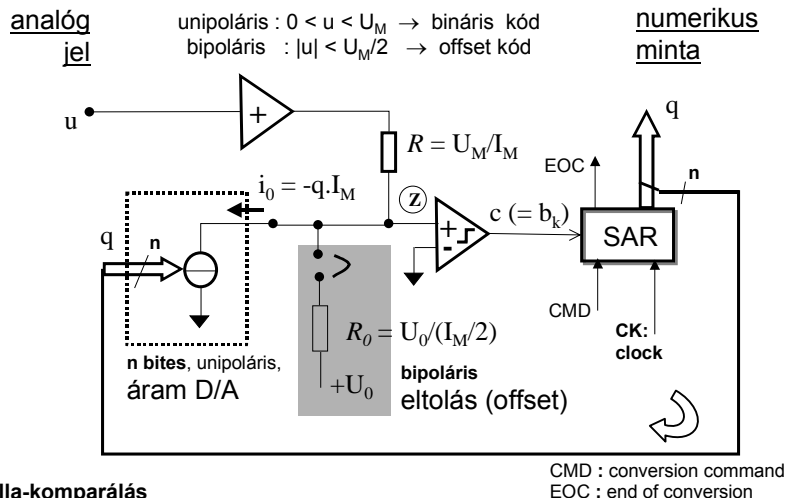
Karakter-keresés közben az **x** bemenet **nem változhat meg**²¹ (az algoritmus "nem lép vissza") !

A közvetlen **bináris** kódolás: **r = 2** és $a_j \equiv b_j = 0,1$ nagymértékben egyszerűsíti az algoritmust.

Ha ugyanis $b_k = 1$ (**TESZT**) beállításnál a komparátor a feltétel teljesülését indikálja ($c = 1$), akkor $(b_k)^* = 1$, ha pedig nem ($c = 0$), akkor **feltétlenül** $(b_k)^* = 0$ az aktuális bit érték [vagyis $(b_k)^* = c$]; és ennek rögzítésével egyidőben a következő, kisebb helyértékű bit-teszt is beállítható [$b_{k+1} = 1$].

Az adat-regiszter meghatározott - c értékétől függő - állapotokat "végigjáró" szinkron szekvenciális hálózat : **SAR**²² (a kimenet közvetlenül a tárolók kimenete, és állapot-váltás órajelre történik). A numerikus minta **n lépésben** áll elő, az MSB-vel kezdve : **bináris keresés (bit-at-a-time)**

Tipikus, feszültség bemenetű **n bites SAR A/D** topológiát szemléltet az ábra (áram-forrás D/A²³, skálázó R ellenállás, feszültség komparátor és SAR) - egyszerű bipoláris (offset kódú) opcióval



Ⓣ **nulla-komparálás**
ad döntési információt (a bipoláris eltolás opcionális)

$$u \cdot \frac{R_0}{R + R_0} - q \cdot I_M \cdot \frac{R \cdot R_0}{R + R_0} + U_0 \cdot \frac{R}{R + R_0} = \left(u - \left[q \cdot U_M - \frac{U_M}{2} \right] \right) \cdot \frac{1}{1 + (R/R_0)}$$

¹⁹ jellegzetes viSSzacSatoIt topológia (**feedback** ADC)

²⁰ Speciálisan, "**egy** részre osztásnak" felel meg a **lineáris keresés (leve-at-a-time)** módszere (→ az adat-regiszter egyetlen bináris számláló !); itt lehet "UP counting" is, vagy ún. "követő" (UP/DOWN) eljárás

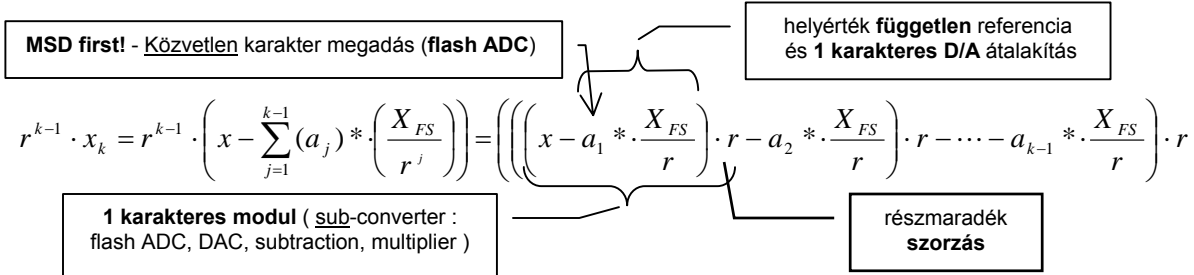
²¹ Változó jel (x) esetén "érték-megtartó" **mintavevő** : **THA** (vagy SHA) **kell** a bemeneten

²² "**SAR (successive approximation register) ADC**" (→ 1 ZX (zero crossing) per clock-step)

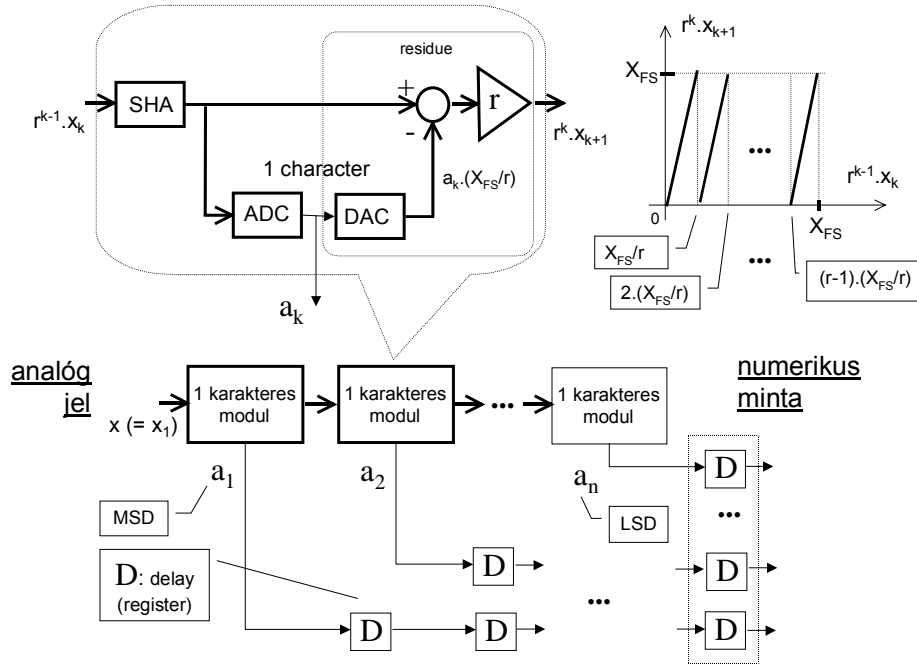
²³ Alternatív megoldás a kapacitív D/A (amely egyben mintavevő is!) : "**charge redistribution SAR ADC**"

(4) konkurens minta-kezelés pipeline

A (b2) feltétel (46. oldal) részmaradék tényezőjének alábbi *ekvivalens* formája alapján, fokozatos részmaradék képzést használva és egyforma 1 karakteres modulok egymást követő (kaskád) kapcsolásával is generálható a mérőszám



Az azonos felépítésű, **kaskád** fokozatok közül csak egyetlen aktív ("terjed az érték-közelítés")²⁴. A fokozatok műveletvégzése párhuzamosítható **tárolás** (analog memória: SHA) beiktatásával! Ilyen, **n** modulból álló, **konkurens minta-kezelésű A/D** átalakító²⁵ topológiát vázol az ábra



A modulok *különböző* (egymást követő) mintákat kezelnek, ezért - a karakterek ütemezését követően - csak **egy** fokozat műveleti ideje az alapkorilát. *Folyamatos* mintagyakoriság esetén tehát **radikálisan megnő** az átviteli képesség (word rate) - közelíti az "egy lépés (one step)" átalakítási időt, persze a kezdeti terjedési késleltetés (pipeline **latency**) megmarad

A közvetlen **bináris** kódolás: **r = 2** és **a_j ≡ b_j = 0,1** nagymértékben *egyszerűsíti* a felépítést.

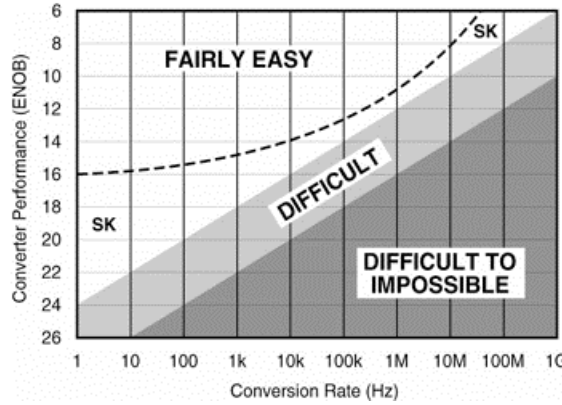
A modulok *illesztése* nehéz feladat. Egyik trükk: a modul-tartományok **átlapolása** (redundancia) és digitális **korrekció**; pl. három-szintű kvantálás ("1.5 bites" modulok), de - 2-szeres erősítéssel és utólagos korrekcióval - csak "1 bit" kihasználása fokozatonként (**DEC** : digital error correction)

²⁴ jellegzetes *előrecsatolt* topológia (**feedforward** ADC; ripple through)

²⁵ "**pipeline** ADC" - successive samples *simultaneously* in different stages

Alternatív, "takarékos" (de lassú: **n** lépéses) megoldás az ún. **ciklikus érték-közelítés**: *egyetlen* fokozat *ismételt* (ciklikus) felhasználása - "**algorithmic** (cyclic) ADC" (→ **R²** : recirculating remainder)

"Ever hear the story of the design engineer who wanted a 32-bit analog-to-digital converter (ADC) to go with his 32-bit microcontroller? Or the graduate student who desperately needed a 16-bit, 100 MHz ADC in order to build a prototype of his computer simulated design? The **figure** shows a rough estimate of the *difficulty* in obtaining a given digital representation of an analog signal *versus* conversion rate (**SK** : specialized knowledge).

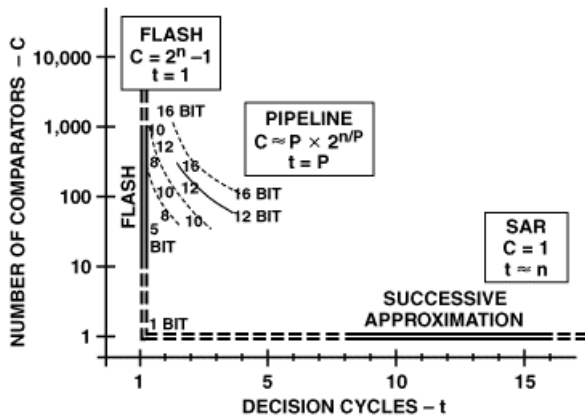


The selection dilemma

The "difficult" area of figure changes over time, **moving slowly** down and to the right. As with digital ICs, mixed-signal ICs follow a trend similar to Moore's Law. Eric Swanson of Cirrus Logic is said to have offered a similar law for mixed-signal ICs which says that their dynamic range increases by about 2 dB per year or about 1 bit every three years *. That sounds about right. " [J. Horn 2000]

* The performance is improving much slower than Moore's law, Walden (1999) estimated "1.5 bits / 8 years" improvement rate

"The most popular ADC architectures available today are successive approximations (sometimes called SAR because a successive-approximations register is the key defining element), flash (all



decisions made simultaneously), pipelined (with multiple flash stages), and sigma-delta ($\Sigma\Delta$). All A/D converters require one or more steps involving *comparison* of an input signal with a reference. **Figure** shows *qualitatively* how flash, pipelined, and SAR architectures differ with respect to the number of comparators used *versus* the number of comparison cycles needed to perform a conversion.

While not exhaustive, the following **table** summarizes and *ranks* (in a generalized sense) the **relative advantages** of flash, pipelined, SAR, and sigma-delta architectures. A rank of 1 in a performance category indicates that the architecture is inherently better than the others in that category are. A * indicates that the architecture has the capability or characteristic listed.

Characteristics	Flash	Pipelined	SAR	$\Sigma\Delta$
throughput (sample rate)	1	2	3	4
resolution (ENOB)	4	3	2	1
latency	1	3	2	4
capability to convert non-periodic multiplexed signals	1	2	1	3
simplified anti-aliasing (AAF)				*
can undersample	*	*	*	
can increase resolution through averaging (with dither noise)	*	*	*	

Such generalizations are useful for the *system designer* to keep in mind when conducting a high level overview of a proposed system's requirements. " [B. Black 1999]

Characteristics of ADCs per application:

Application	Converter Architecture	Resolution	Sampling Rate
Audio	$\Sigma\Delta$ $\Sigma\Delta$, high-order (4th-7h) $\Sigma\Delta$ Successive approximation	14-18 bits for consumer audio 18-24 bits for professional equipment 10-16 bits	48-50 kS/s 48-96 kS/s (192 kS/s) 85 to 500 kS/s
Automatic control Sensors and Robotics	$\Sigma\Delta$ Successive approximations Integrating $\Sigma\Delta$ Half-flash (for high-speed servo control)	6 bits 8-16 bits 18-20 bits 16 bits 8 bits	250 S/s 40-500 kS/s 100-2000 S/s 192 kS/s 200-400 kS/s, 1MS/s
Data transmission (cable)	$\Sigma\Delta$ and high-order (4th) $\Sigma\Delta$ for ISDN and ADSL Pipeline Half-flash	12-16 bits for cancelling modems 13-16 bits for ISDN transceivers 12 bits for ADSL 12 bits for VDSL 8-12 bits	8 kS/s for modems 80-160 kS/s for ISDN transceivers 2.2 MS/s for ADSL 40 MS/s for VDSL 400 kS/s-1.5 MS/s
Digital high-speed instrumentation	Flash, interleaved flash Flash-successive approximations hybrid Successive approximations Pipeline	8 bits 10-12 bits 12-16 bits 8-12 bits 12 bits	150 MS/s-1 GS/s 10-40 MS/s 85-166 kS/s 500 kS/s - 1.5 MS/s 30-53 MS/s
Geophysical	$\Sigma\Delta$	16-24 bits	1-32 kS/s
Hard disk driving	Half-flash Pipeline Successive approximations Flash	10 bits 8-12 bits 8 bits 6 bits	320 kS/s 800 kS/s-1.5 MS/s 100 kS/s 30-140 MS/s
Medical	Interleaved flash (for CAT) Flash Successive approximations $\Sigma\Delta$ Pipeline	8 bits 8 bits 8-16 bits 16 bits 12-14 bits	150-750 MS/s 1 GS/s 50-500 kS/s 192 kS/s 30-70 MS/s
Military communications Electronic warfare	Flash, interleaved flash Subranging, pipeline, Folding and interpolating	8 bits 12-14 bits	150-750 MS/s 50-100 MS/s
Mobile telecommunications and Wireless communications	Successive approximation for GSM $\Sigma\Delta$ and high-order (4th) $\Sigma\Delta$ for GSM Half-flash Pipeline Flash Flash and interleaved flash Pipeline	8 bits for GSM 13 bits for GSM 8-10 bits 8-14 bits 6 bits for satellite 8 bits 12-14 bits	270 kS/s for GSM 320-500 kS/s, 1 MS/s 800 kS/s-65 MS/s 40-80 MS/s 150 MS/s-1 GS/s for RF 48-65 MS/s for IF
Monitoring, Test equipment and Instrumentation	$\Sigma\Delta$ Half-flash Successive approximations $\Sigma\Delta$	22-24 bits 8 bits 8-16 bits 16 bits	≤ 1 kS/s 400 kS/s 73-500 kS/s 192 kS/s
Radar and Sonar	Flash, interleaved flash Pipeline Subranging, pipeline, Folding and interpolating for radar $\Sigma\Delta$ for sonar	8 bits 12 bits 12-14 bits for radar 16-18 bits for sonar	150 MS/s - 1 GS/s 10-30 MS/s 50-100 MS/s for radar 200 kS/s for sonar
Spectrum analysis	Pipeline Successive approximations	10-12 bits 12-14 bits	10-40 MS/s 300-500 kS/s
Speech and voice communications	Successive approximation, $\Sigma\Delta$	11-14 bits	8 kS/s
Video and Television	Half-flash for professional video Pipeline	8-12 bits 8-12 bits	10-40 MS/s 30-50 MS/s

Feladatok - 5

5.1 Hány különálló kapcsolt forrás szükséges **(a)** bináris kódú, **(b)** tisztán egység elemekből álló (átkódolás után: hőmérő kódú), illetve **(c)** szegmentált n bites **D/A** átalakító felépítéséhez?

5.2 (a) Szemléltessük **D/A** átalakítónál a kapcsolási tranziens (**glitch**: error in transition instant) keletkezését: két forrás (referencia növekmény) egyidejű, *eltérő állapotú* szelektálása (ON/OFF) és a be- és kikapcsolási terjedési késleltetési idők eltérnek (data skew).

Miért MSB váltásnál várható a legrosszabb eset?

(b) Miért „garantált” a monoton átmenet hőmérő kódolásnál?

5.3 Nagy felbontású ellenállás (pl. R/2R) hálózat lezáró ellenállását egy *zárt* kapcsoló (dummy switch) köti a földhöz; vagy „inverz létra” esetén a visszacsatoló R_v ellenállással sorba kötve is találunk egy *zárt* kapcsolót (lásd **1.** példa). Mi ennek az oka?

5.4 Miért az analóg *felező* (LSB first) forma előnyös a soros **D/A** megvalósításánál (szemben az analóg *kétszerező* formával)?

5.5 Mennyire csökkenti le a két lépéses, durva/finom érték-közelítésű **A/D** átalakító (half-flash ADC) a komparátorok számát a flash A/D átalakítóhoz képest (n bit)?

5.6 Fokozatos érték-közelítésű **A/D** (SAR ADC).

(a) Az algoritmus miért az MSB-vel indul? Lehet-e előnyös, hogy az MSB bit(ek) – a mérőszám „jó” becslése – viszonylag gyorsan előáll?

(b) Adjuk meg a szukcesszív approximációs regiszter teljes állapotdiagramját (n = 3 bit), és kell konverzió kész: EOC állapot indikálás is. (Hogyan realizálható ez a szinkron szekvenciális digitális áramkör?)

(c) Lehet-e működési ciklust rövidíteni (felbontás „adaptálás”: pl. adott n = 12 → ebből elég 8 bit)? Mi indikálja a „rövid ciklus” végét?

(d) *round*() kvantálási művelethez a bemeneten $+1/2 \cdot \Delta x$ eltolás (**half-LSB offset**) szükséges, miért? (Hogyan látható ez be pl. a bit keresés feltételéből?) Ha nem alkalmazunk ilyen eltolást, milyen a kvantálási hiba tartománya?

(e) Bipoláris esetben (**MSB offset**) hogyan kaphatunk komplementes kódú numerikus mintát?

Megjegyzés: vegyük észre, hogy (1) a bipoláris **eltolás** és az unipoláris áram **D/A** referenciája *ugyanaz* az érték ($+U_0$) lehet, és (2) ez az eltolás csak a feszültség komparálás amplitúdó viszonyait rontja, de *nem* módosítja A/D funkciót: a bit generálás feltételét! (Lásd még 9. oldal.)

(f) Hogyan változtatható meg az átalakító U_M bementi jeltartománya (skálázás)?

(g) Hasonlítsuk össze az algoritmust az egyszerű *lineáris* kereséssel (ha az adatregiszter *egyetlen* bináris számláló)! Hány órajel ütem kell n bites adat előállításához a kétféle esetben?

5.7 Hasonlítsuk össze az 1 bites modul használó ciklikus (R^2 : részmaradékot recirkuláló) **A/D** (→ hiba *kétszerezés*) és a SAR **A/D** (→ referencia *felezés*) struktúráját (n bit). Mennyi a numerikus minta előállításához szükséges órajel ütem-szám?

Lehet-e SAR A/D esetén *közvetlenül* soros adat-kimenetet előállítani?

5.8 Vessük össze a konkurens minta-kezelésű **A/D** (pipeline ADC) és a SAR **A/D** átalakítót, ha „multiplexelt (több csatornás)” a jel bemenet vagy igen egyetlen a mintavételi gyakoriság, illetve ha folyamatos és egyenletes a mintagyakoriság igény.

5.9 (a) Miért lehet előnyös a „beépített” FIFO (first-in first-out) memória egy **A/D** átalakítónál?

(b) Hogyan illeszthető „gyors” (nagy mintagyakoriságú) **A/D** átalakító „lassú” memóriához?

5.10 Nagy mintagyakoriság eléréséhez jól ismert *rendszeres* fogás: időben eltoló mintavételű és párhuzamos működésű két (vagy több) *azonos* **A/D** átalakító alkalmazása (time-interleaving; lásd **5.** példa).

Hogyan „működik” ez az elv **D/A** átalakítás adatfrissítési gyakoriságának növelésénél?

Példák

adatlap részletek

(részletes adatlap: [Internet link](#))

Mixed-signal technology means blending digital with the analog world, which is more like black magic. It's not just ones and zeroes, but things like tweaking voltages and currents - a lot of physics - and getting a number of different variables to mesh. [B. Runyan]

Both technical skills (e.g., **data converter** and amplifier design) and system skills (e.g., **functional partitions** and tradeoffs) are required to develop useful products for leading edge applications. [McAdam]

Don't underestimate the amount of work required to understand the **data sheet** and implement the interface. [S. Hendrix]

1: Resistor ladder¹ DAC — [LTC1599](#) (16 bit multiplying)

2: Current-steering² DAC — [LTC1668](#) (16 bit, 50 MSPS)

3: Interpolating DAC³ — [AD9772A](#) (14 bit, 160 MSPS)

4: SAR⁴ ADC — [MAX1290](#) (12 bit, 400 KSPS)

5: Parallel⁵ SAR ADC architecture — [SPT7938](#) (12 bit, 40 MSPS)

6: Pipeline⁶ ADC — [AD9203](#) (10 bit, 40 MSPS)

7: Pipeline ADC w/ FIFO⁷ — [TMS1206](#) (12 bit, 6 MSPS)

8: $\Delta\Sigma$ combined⁸ w/ pipeline ADC — [AD9260](#) (16 bit, 2.5 MSPS)

9: ADC does frequency translation⁹

10: DAC using multi-bit $\Delta\Sigma$ modulation (14 bit, 10 MSPS)¹⁰

¹ ellenállás („R/2R”) hálózat: ”**inverz**” létra, szegmentálás – lásd 44. oldal

² kapcsolt áram-források, szegmentálás – lásd 45. oldal

³ alapsávi ill. képmás rekonstrukció

⁴ fokozatos érték-közelítés– lásd 48. oldal (kapacitív belső D/A)

⁵ időben átlapolt működés („time interleaving”)

⁶ konkurrens minta-kezelés – lásd 49. oldal

⁷ plusz több csatornás szimultán mintavétel

⁸ lásd 2.6b feladat (az OSADC és Nyquist-rate technikák kombinálása)

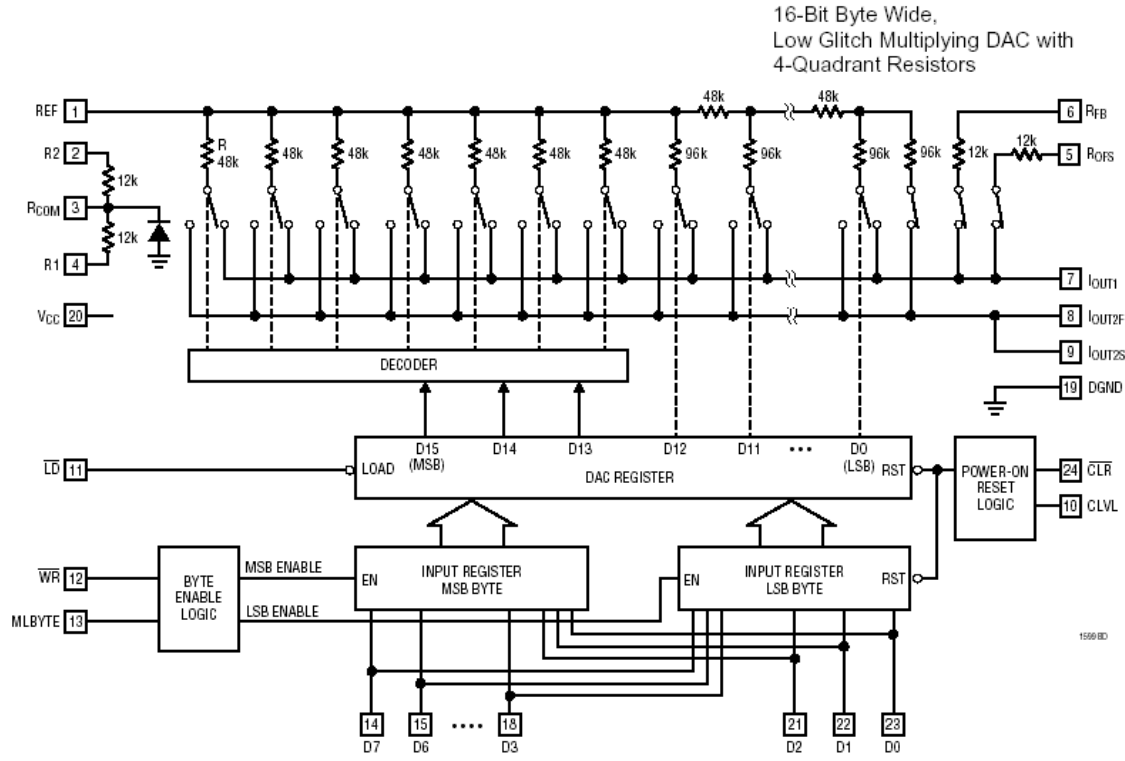
⁹ kontrollált alulmintavételezés

¹⁰ 4-ed rendű (L = 4), multi-bites, digitális delta-sigma modulátor

1: LTC1599 – 2-byte parallel input, low glitch 16-bit Multiplying DAC

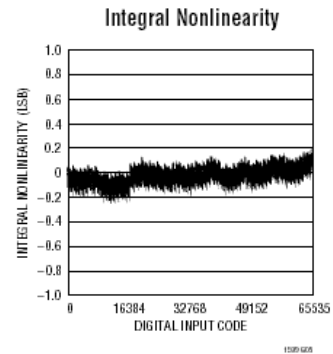
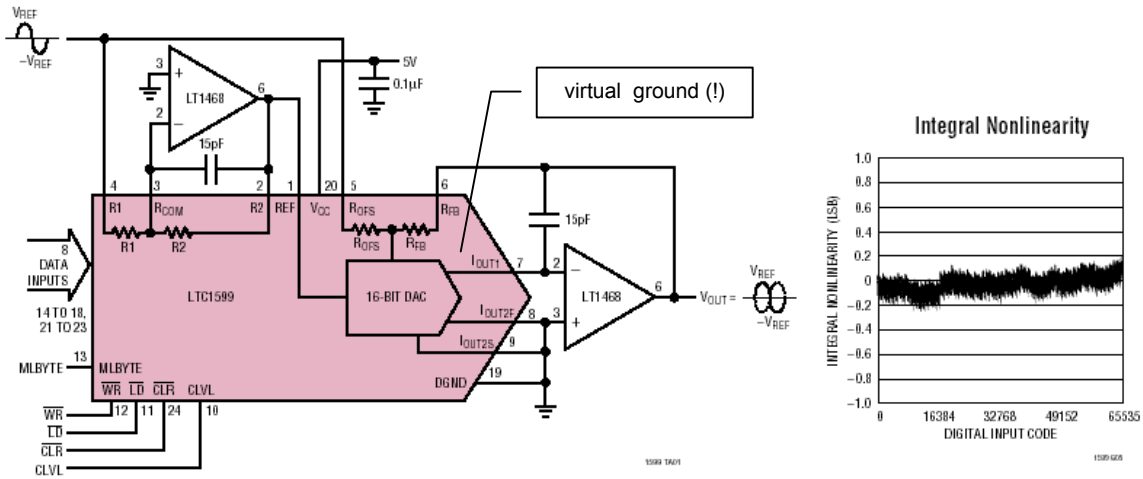
On-chip 4-Quadrant resistors
 Asynchronous clear pin resets to Zero scale or Mid-scale
 DNL and INL: 1LSB Max
<http://www.linear.com/>
 Application Note #86:

A Standards Lab Grade 20-Bit DAC with 0.1ppm/° Drift (<http://www.linear.com/pub>)



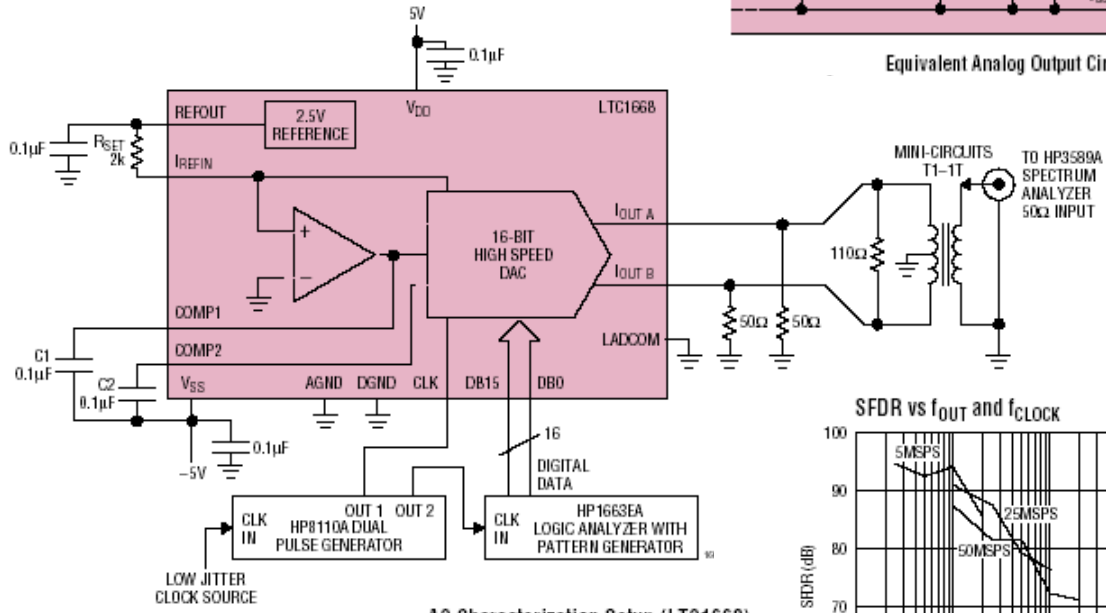
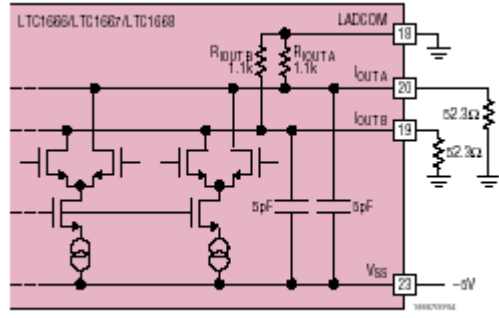
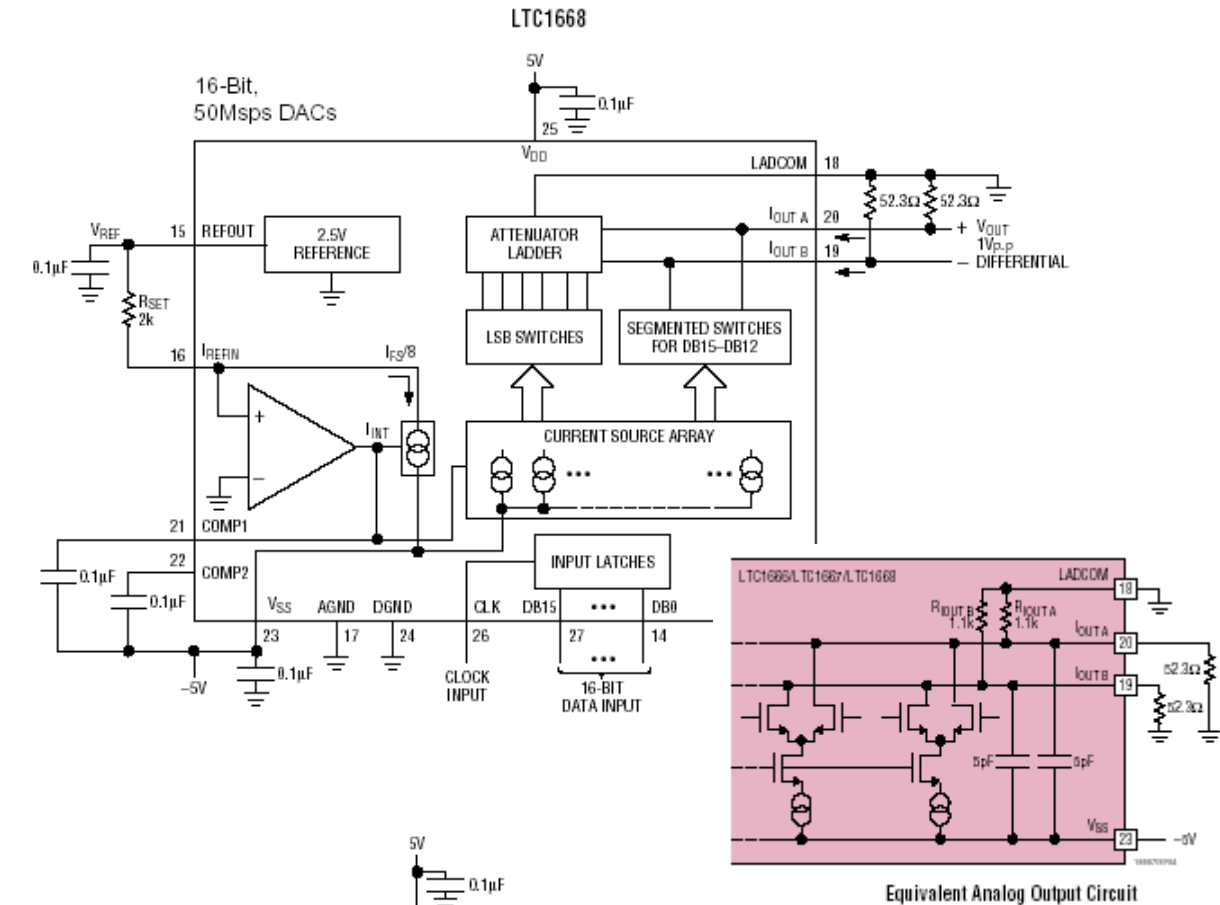
TYPICAL APPLICATION

A 16-Bit, 4-Quadrant Multiplying DAC with a Minimum of External Components

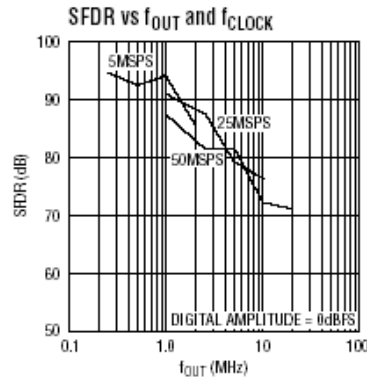


2: LTC1668 – 16-bit, 50MSPS differential current output DAC

Laser trimmed, thin-film resistors
 High spectral purity: 87dB SFDR at 1MHz f_{OUT} ; 5pV-s glitch impulse
<http://www.linear.com/>



AC Characterization Setup (LTC1668)



3: AD9772A – 14-bit, 160 MSPS segmented current source DAC

Optimized for baseband or IF waveform reconstruction applications
 67.5 MHz Reconstruction Passband @ 160 MSPS; 74 dB SFDR @ 25 MHz
 2x Interpolation Filter with High- or Low-Pass Response 73 dB Image Rejection
 “Zero-Stuffing” Option for Enhanced Direct IF (image reconstruction) Performance
 Internal 2x/4x Clock Multiplier

<http://www.analog.com/>

Interactive Design Tool: Harmonic Images in the AD9772 DAC

<http://www.analog.com/techSupport/designTools/interactiveTools/index.html>

The AD9772A is a complete, 2x oversampling DAC that includes a 2x interpolation filter, a phase-locked loop (PLL) clock multiplier and a 1.20 V bandgap voltage reference.

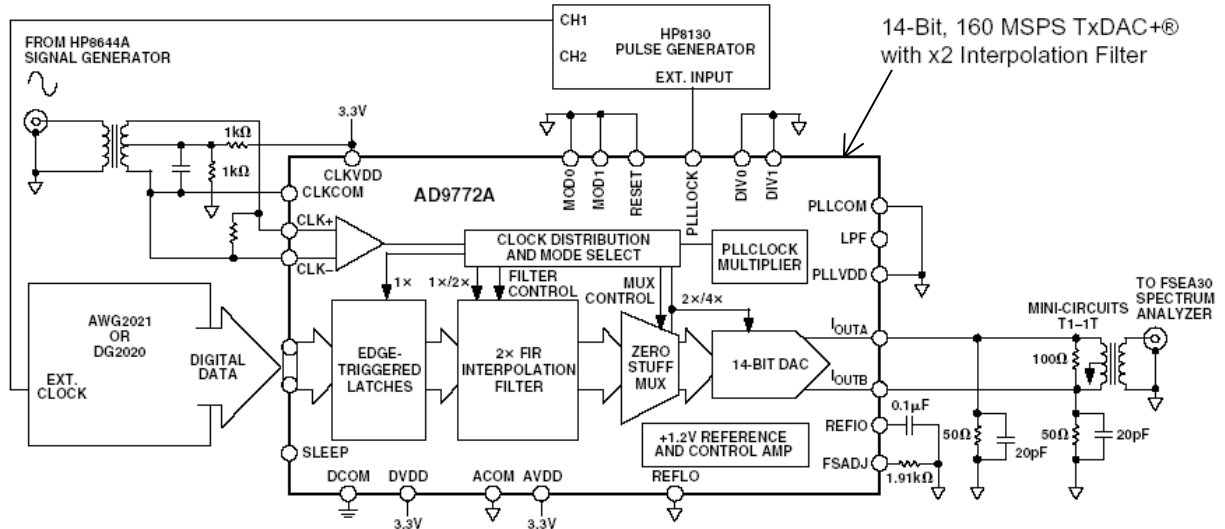


Figure 3. Basic AC Characterization Test Setup

While the AD9772A’s digital interface can support input data rates as high as 160 MSPS, its internal DAC can operate up to 400 MSPS, thus providing direct IF conversion capabilities. The 14-bit DAC provides two complementary current outputs whose full-scale current is determined by an external resistor.

The AD9772A features a flexible, low jitter, differential clock input providing excellent noise rejection while accepting a sine wave input. An on-chip PLL clock multiplier produces all of the necessary synchronized clocks from an external reference clock source.

Separate supply inputs are provided for each functional block to ensure optimum noise and distortion performance. A SLEEP mode is also included for power savings.

Preceding the 14-bit DAC is a 2x digital interpolation filter that can be configured for a low-pass (i.e., **baseband mode**) or high-pass (i.e., **direct IF mode**) response. The input data is latched into the edge-triggered input latches on the rising edge of the differential input clock and then interpolated by a *factor of two* by the digital filter.

For traditional baseband applications, the 2x interpolation filter has a **low-pass** response.

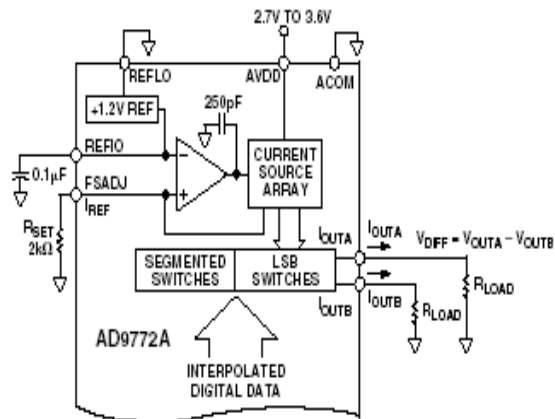


Table II. Digital Modes

Digital Mode	MOD0	MOD1	Digital Filter	Zero-Stuffing
Baseband	0	0	Low	No
Baseband	0	1	Low	Yes
Direct IF	1	0	High	No
Direct IF	1	1	High	Yes

For direct IF applications, the filter’s response can be converted into a high-pass response to extract the **higher image**.

The output data of the 2x interpolation filter can update the 14-bit DAC directly (NRZ mode) or undergo a “**zero-stuffing**” process (RZ mode) to increase the DAC update rate by another *factor of two*. This action enhances the relative signal level and pass-band flatness of the **higher image**.

AD9772A - BASEBAND

Referring to [Figure 5](#), the “new” first image associated with the DAC’s higher data rate after interpolation is “pushed” out further relative to the input signal, since it now occurs at $2x f_{DATA} - f_{FUNDAMENTAL}$. The “old” first image associated with the lower DAC data rate before interpolation is suppressed by the digital filter. As a result, the transition band for the analog reconstruction filter is increased, thus reducing the complexity of the analog filter.

Furthermore, the $\sin(x)/x$ roll-off over the original input data passband (i.e., dc to $f_{DATA}/2$) is significantly reduced.

AD9772A - DIRECT IF

As previously mentioned, the $2x$ interpolation filter can be converted into a high-pass response, thus suppressing the “fundamental” while passing the “original” first image occurring at $f_{DATA} - f_{FUNDAMENTAL}$. [Figure 6](#) shows the time and frequency representation for a high-pass response of a discrete time sinewave. This action can also be modeled as a “ $1/2$ wave” digital mixing process in which the impulse response of the low-pass filter is digitally mixed with a square wave having a frequency of exactly $f_{DATA}/2$. [Since the even coefficients have a zero value (refer to [Table 1](#)), this process simplifies into inverting the center coefficient of the low-pass filter (i.e., invert $H(18)$). Note that this also corresponds to inverting the peak of the impulse response shown in [Figure 2a](#). The resulting high-pass frequency response becomes the frequency inverted mirror image of the low-pass filter response shown in [Figure 2b](#).]

It is worth noting that the “new” first image now occurs at $f_{DATA} + f_{FUNDAMENTAL}$. A reduced transition region of $2x f_{FUNDAMENTAL}$ exists for **image selection**, thus mandating that the $f_{FUNDAMENTAL}$ be placed sufficiently high for practical filtering purposes in direct IF applications. Also, the “lower sideband images” occurring at $f_{DATA} - f_{FUNDAMENTAL}$ and its multiples (i.e., $N \times f_{DATA} -$

$f_{FUNDAMENTAL}$) experience a frequency inversion while the “upper sideband images” occurring at $f_{DATA} + f_{FUNDAMENTAL}$ and its multiples (i.e., $N \times f_{DATA} + f_{FUNDAMENTAL}$) do not.

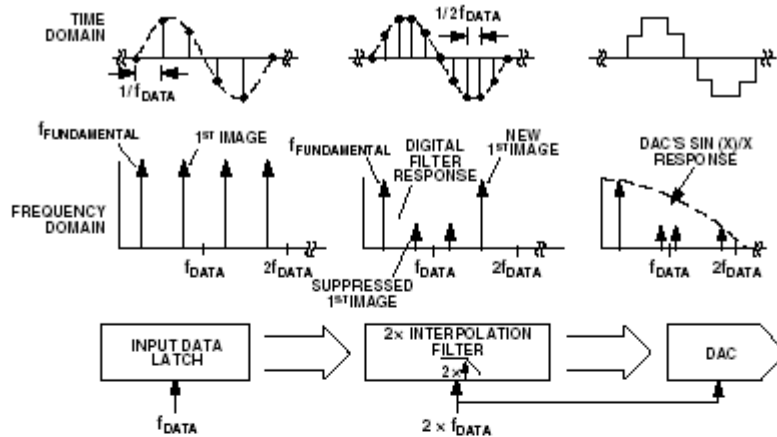


Figure 5. Time and Frequency Domain Example of Low-Pass 2x Digital Interpolation Filter

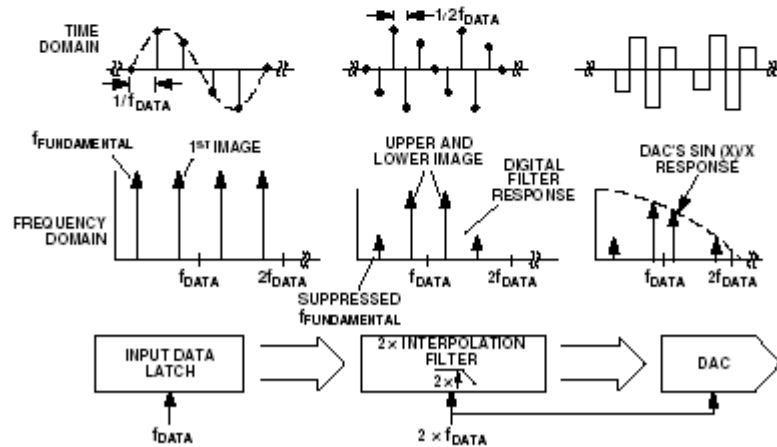


Figure 6. Time and Frequency Domain Example of High-Pass 2x Digital Interpolation Filter

4: MAX1290 – 12-bit, 400 KSPS successive approximation (SAR) ADC

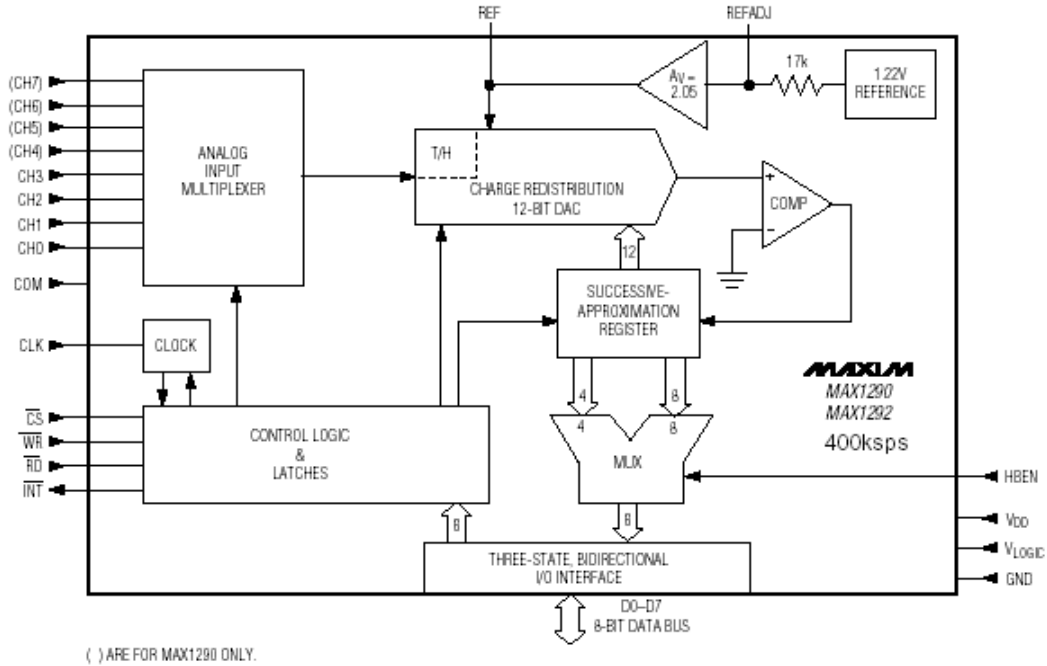
Byte-wide parallel interface
 Automatic power-down, fast wake-up (2µs)
<http://www.maxim-ic.com/>
 Application Note #270: Analog-Signal Data Acquisition in Industrial Automation Systems

http://www.maxim-ic.com/appnotes.cfm/appnote_number/270

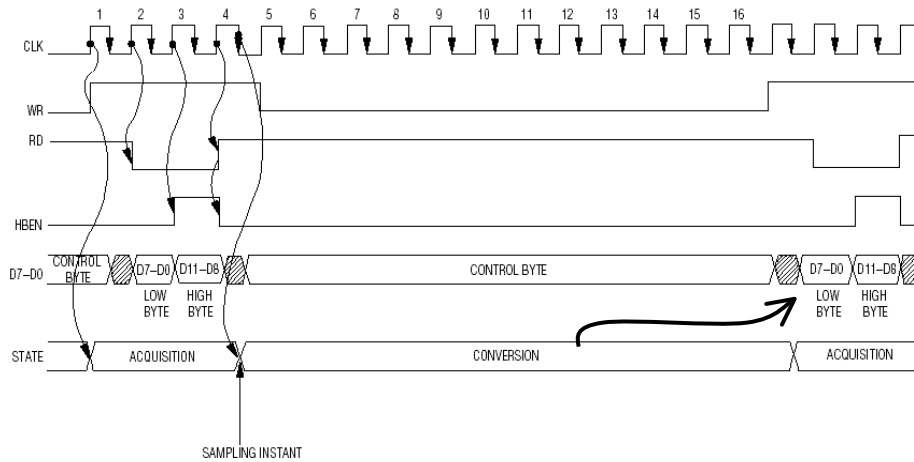
Power consumption is only 10mW ($V_{DD} = V_{LOGIC}$) at a 400kps max sampling rate. Two software-selectable **power-down** modes enable the MAX1290 to be shut down between conversions; accessing the parallel interface returns them to normal operation. Powering down between conversions can cut supply current to under 10µA at reduced sampling rates. Low Current: 1.9mA (400kps) / 1.0mA (100kps) / 400µA (10kps) / 2µA (Shutdown)

Both devices offer **software-configurable** analog inputs for unipolar / bipolar and single-ended / pseudo-differential operation. In **single-ended** mode, the MAX1290 has **8 input channels** and the MAX1292 has 4 input channels (**4 and 2** input channels, respectively, when in **pseudo-differential** mode).

Excellent dynamic performance and low power combined with ease of use and small package size make these converters ideal for battery-powered and data-acquisition applications or for other circuits with demanding power consumption and space requirements.



Timing diagram for fastest conversion:

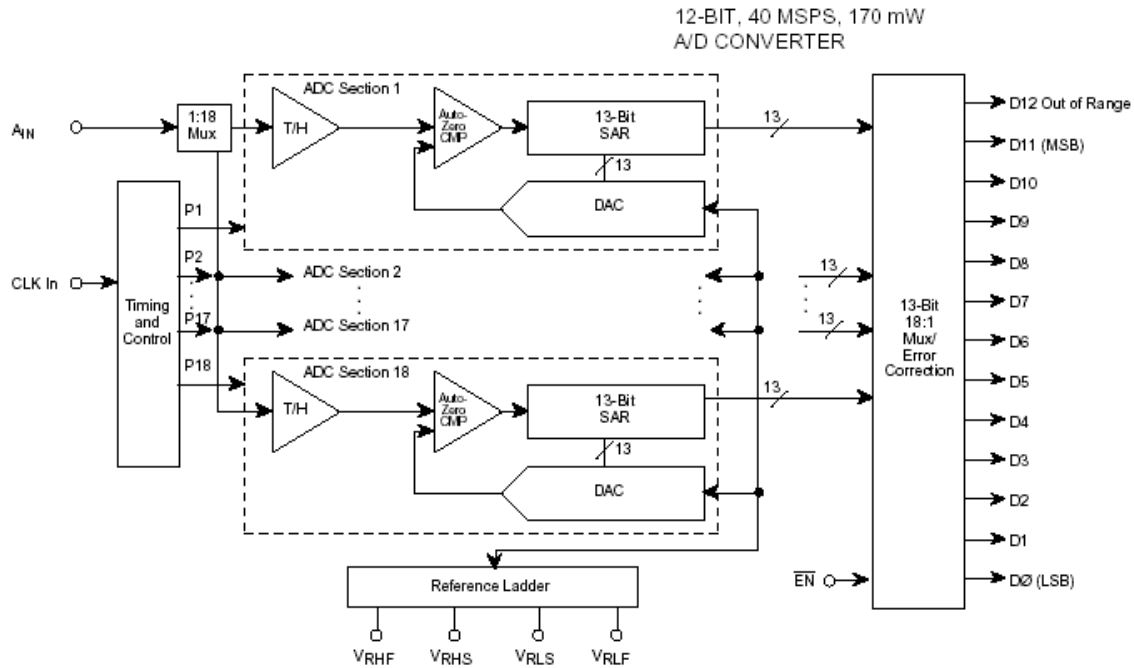


5: SPT7938 – 12-bit, 40 MSPS time interleaving ADC

On-Chip Track-and-Hold

<http://www.spt.com/> (<http://www.fairchildsemi.com/products/analog/spt.html>)

The general architecture for the CMOS ADC is shown in the block diagram. The design contains 18 identical successive approximation (SAR) ADC sections (all operating in parallel), an 18-phase clock generator, a 13-bit 18:1 digital output multiplexer, correction logic, and a voltage reference generator which provides common reference levels for each ADC section.



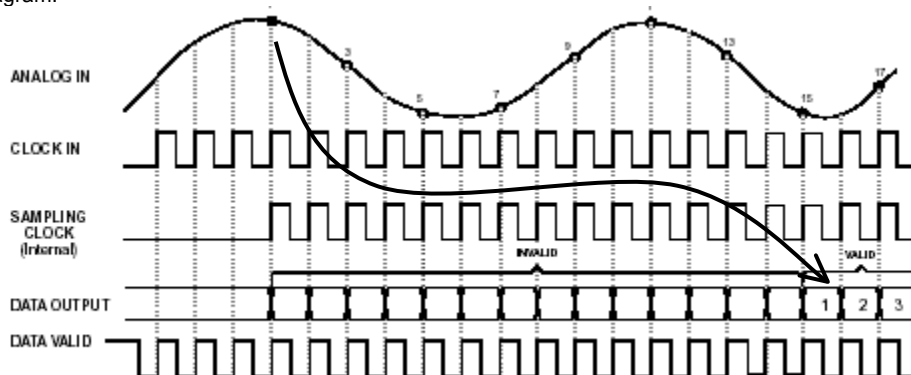
The high sample rate is achieved by using multiple SAR ADC sections in **parallel**, each of which samples the input signal in **sequence**. Each ADC uses 18 clock cycles to complete a conversion. The clock cycles are allocated as follows:

Cycles	Clock operation
1	Reference zero sampling
2	Auto-zero comparison
3	Auto-calibrate comparison
4	Input sample
5-17	13-bit SAR conversion
18	Data transfer

The 18-phase clock, which is derived from the input clock, synchronizes these events. The timing signals for adjacent ADC sections are shifted by one clock cycle so that the analog input is sampled on every cycle of the input clock by exactly one ADC section. After 18 clock periods, the timing cycle repeats.

The **latency** from analog input sample to the corresponding digital output is 14 clock cycles.

Timing diagram:



6: AD9203 – 10-bit, 40 MSPS pipeline ADC

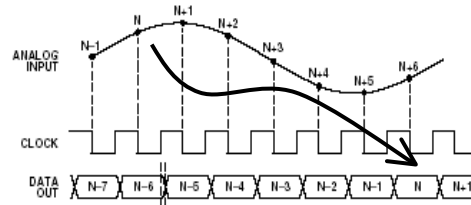
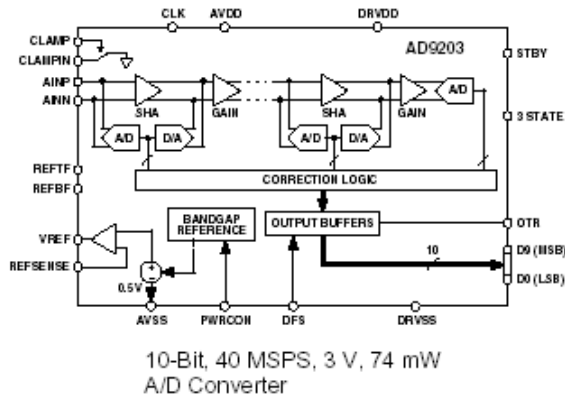
ENOB: 9.55 @ $f_{IN} = 20\text{MHz}$
 IF undersampling up to $f_{IN} = 130\text{MHz}$
<http://www.analog.com/>

The AD9203¹¹ implements a multistage differential **pipelined** architecture to achieve high sample rates while consuming low power and guarantees no missing codes over the full operating temperature range.

The AD9203 distributes the conversion over several smaller A/D sub-blocks, refining the conversion with progressively higher accuracy as it passes the results from stage to stage. As a consequence of the distributed conversion, the AD9203 requires a small fraction of the 1023 comparators used in a traditional 10-bit flash-type A/D. A **sample-and-hold** function within **each of the stages** permits the first stage to operate on a new input sample while the remaining stages operate on preceding samples.

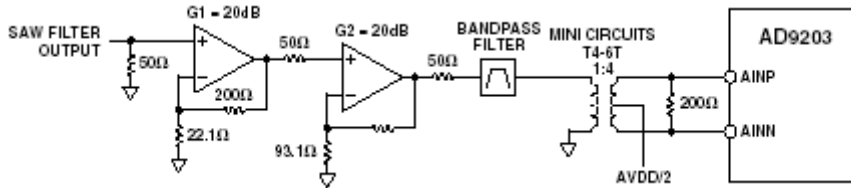
Each **stage** of the pipeline, excluding the last, consists of a low resolution **flash A/D** connected to a **switched capacitor DAC** and interstage **residue amplifier** (MDAC). The residue amplifier magnifies the difference between the reconstructed DAC output and the flash input for the next stage in the pipeline. **One bit of redundancy** is used in each one of the stages to facilitate **digital correction** of flash errors.

The last stage simply consists of a flash A/D. Sampling occurs on the falling edge of the clock.



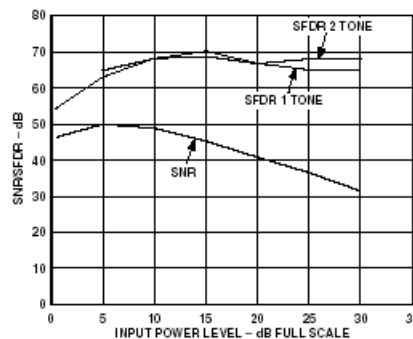
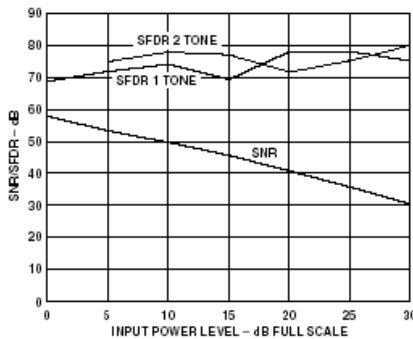
DIRECT IF DOWN CONVERSION USING THE AD9203

Sampling IF signals above an ADC's baseband region (i.e., dc to FS/2) is becoming increasingly popular in communication applications. This process is often referred to as Direct IF Down Conversion or Undersampling.



There are several potential benefits in using the ADC to **alias** (i.e., or mix) down a narrow band or wide band IF signal. First and foremost is the elimination of a complete mixer stage with its associated amplifiers and filters, reducing cost and power dissipation. Second is the ability to apply various DSP techniques to perform such functions as filtering, channel selection, quadrature demodulation, data reduction, detection, etc.

SNR/SFDR for IF @ 70 MHz and 130 MHz (clock = 40 MSPS)



¹¹ I. Mehr, L. Singer:
 "A 55-mW, 10-bit, 40-Msample/s Nyquist-Rate CMOS ADC,"
 IEEE Trans. on Solid-State Circuits, vol. 35, No. 3, pp. 318-325, March 2000

7: THS 1206 – 12-bit 6 MSPS, simultaneous sampling pipeline ADC

Integrated FIFO
 Signal-to-Noise and Distortion Ratio: 68 dB at $f_{IN} = 2$ MHz
 Glueless DSP Interface, Parallel μ C/DSP Interface
<http://www.ti.com/>

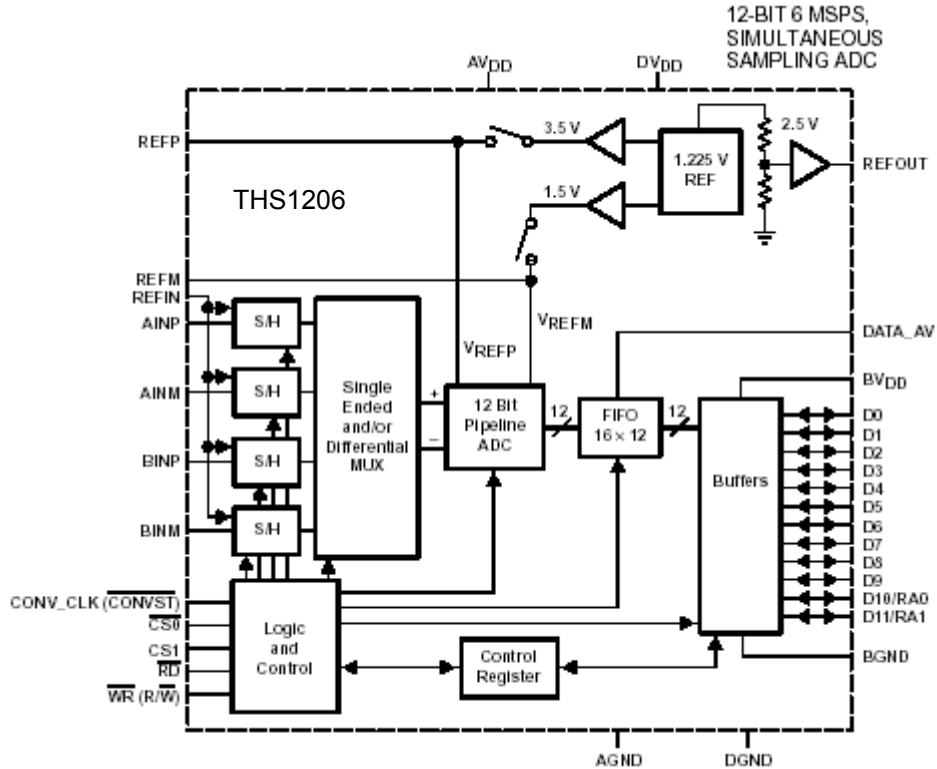
Application Note: Designing with the THS1206 High-Speed ADC
<http://www.ti.com/sc/docs/pseheets/abstract/apps/slaa094.htm>

A multi-stage **pipelined** architecture with output error correction logic provides for no missing codes over the full operating temperature range. Internal **control registers** are used to **program** the ADC into the desired mode.

The THS1206 consists of four analog inputs, which are sampled **simultaneously**. These inputs can be selected individually and configured to single-ended or differential inputs.

An integrated 16 word deep FIFO allows the storage of data in order to take the load off of the processor connected to the ADC.

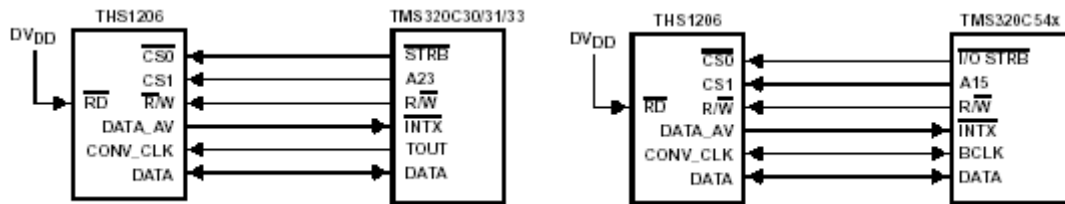
Internal reference voltages for the ADC (1.5 V and 3.5 V) are provided. An external reference can also be chosen to suit the dc accuracy and temperature drift requirements of the application.



Two different **conversion modes** can be selected. In **single** conversion mode, a single and simultaneous conversion of up to four inputs can be initiated by using the single conversion start signal (CONVST). The conversion clock in single conversion mode is generated internally using a clock oscillator circuit. In **continuous** conversion mode, an external clock signal is applied to the CONV_CLK input of the THS1206. The internal clock oscillator is switched off in continuous conversion mode.

The THS1206 contains two 10-bit wide control registers (CR0, CR1) in order to **program** the device into the desired mode.

Interfacing to DSP:



8: AD9260 – High speed oversampling ADC w/16-bit resolution @ a 2.5 MHz word rate
 SNR: 88.5 dB, THD: -96 dB, SFDR: 100 dB
 Linear phase
<http://www.analog.com/>

The AD9260¹² utilizes a new analog-to-digital converter architecture to **combine sigma-delta techniques** with a high-speed, pipelined A/D converter. This topology allows the AD9260 to offer the high dynamic range associated with sigma-delta converters while maintaining very wide input signal bandwidth (1.25 MHz) at a very modest **8x oversampling ratio**.

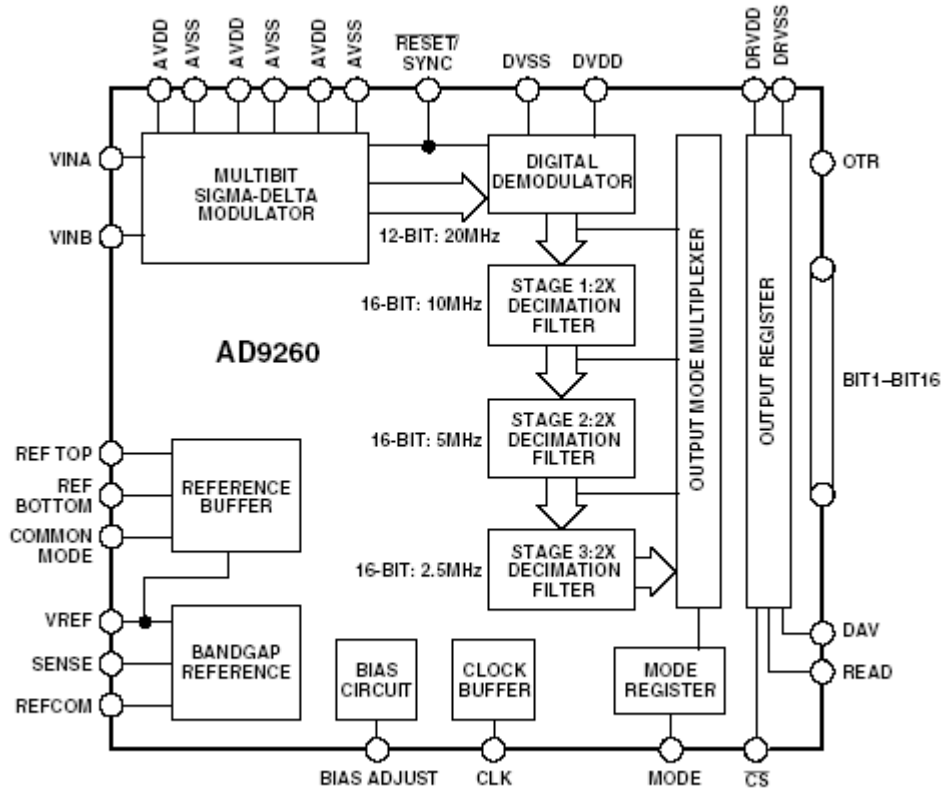


Figure (on the next page) provides a simplified block diagram of the AD9260.

The differential analog input is fed into a **second order, multibit sigma-delta modulator**. This modulator features a 5-bit flash quantizer and 5-bit feedback. In addition, a 12-bit pipelined A/D quantizes the input to the 5-bit flash to greater accuracy. A special digital modulation loop **combines** the output of the 12-bit pipelined A/D with the delayed output of the 5-bit flash to produce the equivalent response of a second order loop with a **12-bit** quantizer and 12-bit feedback. The combination of a second order loop and multibit feedback provides inherent stability: the AD9260 is not prone to idle tones or full-scale idiosyncracies sometimes associated with higher order single bit sigma-delta modulators.

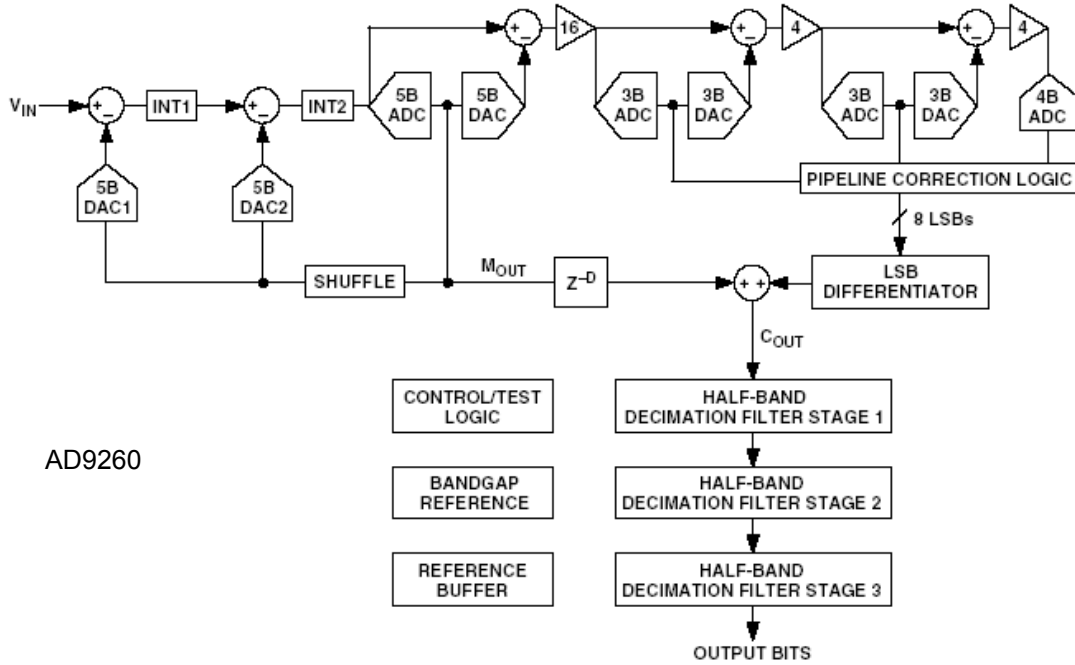
The output of this 12-bit modulator is fed into the digital **decimation filter**. The user may bring the data out undecimated (at the clock rate), or at a decimation factor of 2x, 4x, or a full 8x.

The spectra of the undecimated output clearly shows the second order shaping characteristic of the quantization noise as it rises at frequencies above 1.25 MHz. The on-chip decimation filter provides excellent stopband rejection to suppress any stray input signal between 1.25 MHz and 18.75 MHz, substantially easing the requirements on any antialiasing filter for the analog input path. The decimation filters are integrated with symmetric FIR filter structures, providing a linear phase response and excellent passband flatness.

¹² T. Brooks et al:

"A **Cascaded** Sigma-Delta Pipeline A/D converter with 1.25 MHz Signal Bandwidth and 89 dB SNR,"
 IEEE Trans. on Solid-State Circuits, vol. 32, No. 12, pp. 1896-1905, Dec. 1997

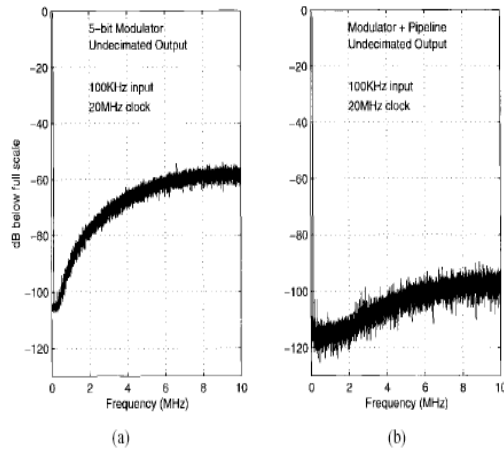
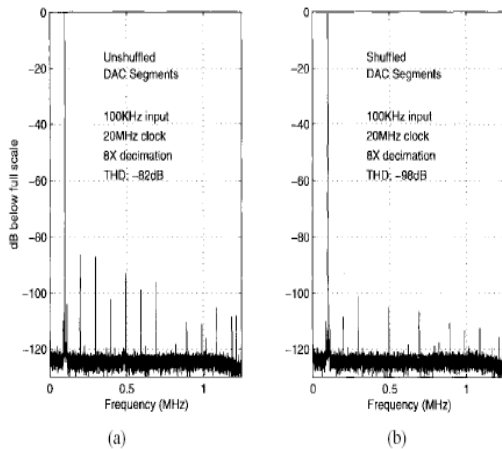
High-Speed Oversampling ADC with 16-Bit Resolution at a 2.5 MHz Output Word Rate



AD9260

Measured spectra for a 100kHz input signal with 8x decimation and filtering of output data:

- (a) shuffling disabled
- (b) shuffling enabled



Measured spectra for a 100kHz input signal, bypassing the decimation filters:

- (a) 5-b modulator output (M_{OUT}) and
- (b) digitally processed 12-b output of the combined modulator and pipeline data (C_{OUT})

9: A-to-D Converter Does Frequency Translation

Design Note #259 [D. Redmayne]
<http://www.linear.com/>

The need to characterize frequency sources, both in the laboratory and in the field, is increasingly important. The circuit in [Figure 1](#) offers some interesting attributes in a compact and relatively inexpensive scheme. It uses an **LTC1420 ADC**¹³ to **undersample** a higher frequency, driving an **LTC1668 DAC**¹⁴, followed by a **filter** to perform a down conversion. The output of the analog filter is subsequently **resampled** to produce a manageable sample (process) rate for a single-chip microcontroller.

In addition to **characterizing** the carrier in an IF strip or the output of a local oscillator, this technique is also useful for characterizing ADCs, DACs, clock sources, signal sources or the effects of logic devices or phase-locked loops on phase noise. Frequency conversion or translation is usually performed by a diode mixer or a Gilbert cell mixer. Down conversion is most often encountered in radio receivers; up conversion is more commonly used in transmitters. The common superheterodyne receiver usually involves one conversion to produce a fixed intermediate frequency (IF). Spectrum analyzers, cellular base stations, cable modems, microwave and satellite receivers, radar and optical communications systems all include frequency conversion blocks.

Down Conversion with an ADC

It may not be commonly known that down conversion can be performed using an ADC, by undersampling a signal frequency. The resulting output signal frequency is the difference between the sample frequency (f_s) (or a multiple of f_s) and the incoming frequency. An ADC may be used to undersample any frequency that is within its full linear bandwidth.

As in the case of a mixer, the result of this operation is a sum and a difference frequency. The sum frequency, however, ends up at the same apparent frequency as the difference frequency in a discrete time sampled system. Essentially, only the difference frequency remains.

The major constraint in an undersampled system is that the bandwidth of the incoming signals must not fall outside the Nyquist zone in use. (A **Nyquist zone** extends over a bandwidth of $f_s/2$, above or below an integral multiple of the sample frequency.) Any signal falling outside the desired Nyquist zone wraps back into the DC-to- $f_s/2$ zone. The above constraint can be relaxed if subsequent bandpass filtering in the digital domain limits the frequency range of interest. So long as an unwanted signal does not wrap back into the frequency range of interest, its effect on the spectrum of interest is negligible.

In [Figure 1](#), the 10MSPs LTC1420 **translates** the 40.455MHz input signal to 455kHz at its output.

When a high speed DAC is used to **reproduce** the 455kHz signal, a subsequent **analog bandpass filter** adds little cost or power dissipation. One advantage of the analog filter is that it does not exhibit mathematical artifacts if the signal frequency is not coherent with the sample rate. In fact, this scheme allows the intermediate frequency to be tailored to suit the conversion rate of the **resampling LTC1417 ADC**¹⁵.

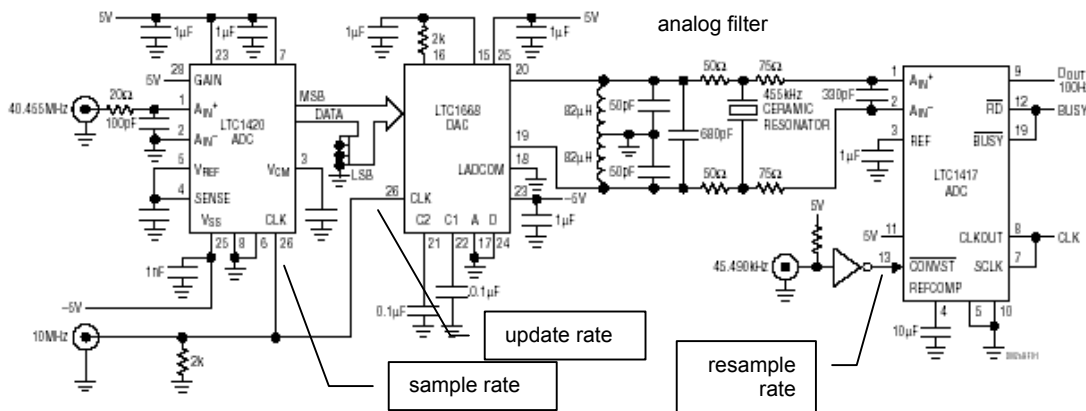


Figure 1. Undersampling 40MHz Performs 2-Stage Frequency Translation to 100Hz

An incentive for using a high speed infinite sample-and-hold in this fashion is the benefit of a high *sample* rate, *without* the need to *process* samples at that rate. The data rate delivered by a high speed ADC can be too fast for a low power processor to handle and data rate decimation may reduce SNR too much.

¹³ 12 bit, 10 MSPS **pipeline** ADC

¹⁴ 16 bit, 50 MSPS **current-steering** DAC

¹⁵ 14 bit, 400 KSPS **charge redistribution** **SAR** ADC

The use of an analog filter after the DAC may seem old fashioned, but the filter characteristics available from ceramic resonators, active filters or tuned LC filters may be hard to match in a digital filter. The use of a higher resolution ADC (LTC1417) following the initial 12-bit quantization allows details to be resolved if the original signal contains a few LSB of noise (dither), as well as improving frequency measurement capability.

The 455kHz intermediate signal was chosen to allow the use of readily available 455kHz ceramic resonators or LC filters. (Note that the LTC1560-1 monolithic 5th order elliptic lowpass filter could also be used in this application.) The LTC1668 DAC, as it is a current output device, can drive a tank circuit tuned to the desired frequency.

The subsequent resampling of this signal at a **submultiple** of 455kHz – 100Hz (45,490sps) produces a sinusoid at 100Hz (!!).

In Figure 2, the resampled output of the DAC is shown. Figure 3 is the result of an FFT performed on of the output of the LTC1417 ADC.

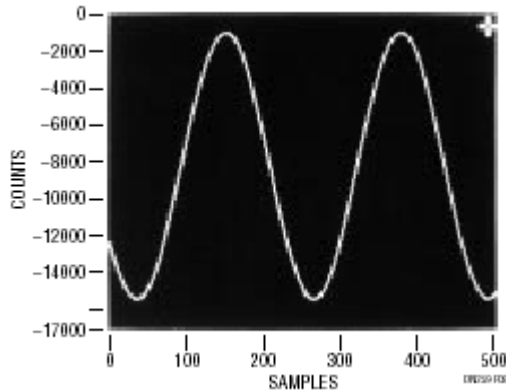


Figure 2. The Downconverted 100Hz Output Exaggerates Phase or Frequency Variation in Original Signal

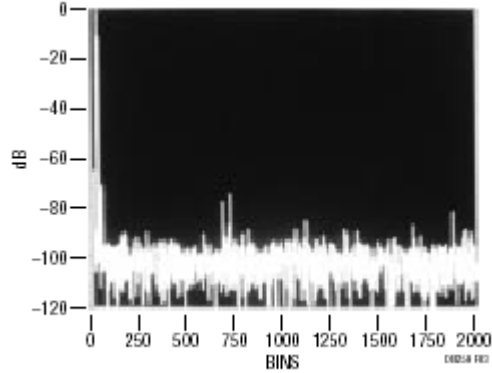


Figure 3. The Spectrum of the 100Hz Signal Can be Processed to Determine Characteristics of the Original Signal

As mentioned earlier, the output of the DAC is not only the difference frequency of 455kHz. The DAC acts like a mixer and produces in addition to the fundamental (455kHz), the sum and the difference frequencies of the 10MHz conversion clock and the 455kHz signal. The lower of these unwanted frequencies, 9.545MHz (10MHz – 455kHz), is approximately 20 times the 455kHz or 4.4 octaves above the carrier. The signal level in these components without filtering is approximately 25dB below the carrier; hence, a lowpass or bandpass filter is required. A **2nd order LPF** with a 12dB/octave roll-off in the transition region will reduce these unwanted components to approximately 77dB below the carrier, the region of other harmonic and noise components. If the signal under scrutiny is a single tone, a lowpass filter is adequate.

These techniques can also be used on the bench to **evaluate the performance** of signal generators and clock sources and of course, ADCs and DACs, as well as performing monitoring functions in the field.

Note: **Serial Data Output During a Conversion (LTC1417 SAR ADC)**

Figure 4 shows data from the previous conversion being clocked out during the conversion *with* the LTC1417 ADC *internal clock* providing both the conversion clock and the SCLK. The internal clock has been optimized for the fastest conversion time; consequently, this mode can provide the best overall speed performance.

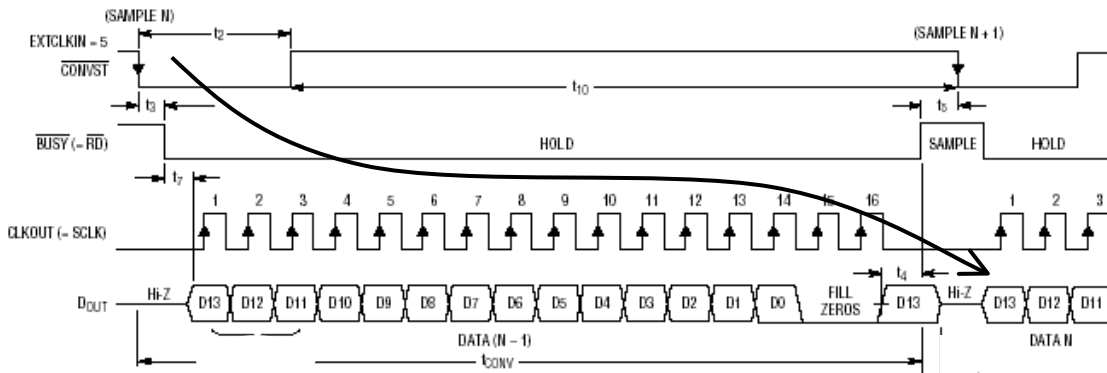
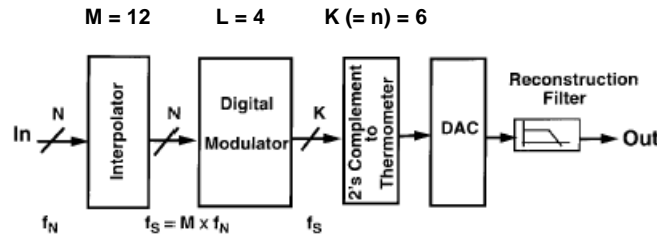


Figure 4. Internal Conversion Clock Selected. Data Transferred During Conversion Using the ADC Clock Output as a Master Shift Clock (SCLK Driven from CLKOUT)

10: A (N=)14-bit, (f_N)10 MSPS DAC Using Multi-bit Delta-Sigma Modulation

System diagram:



The **modulator** was overdesigned so that overall performance of system would be limited only the nonidealities in the analog circuits. Since 2's complement arithmetic is used in this design, the quantizer is implemented by simply truncating the 20-bit output of the fourth integrator stage to its six most significant bits. All multiplier coefficient are designed to be factors of 2. Pipelining were used to reduce the design complexity and power dissipation.

FALAKSHAHI et al.: 14-BIT D/A CONVERTER USING MULTIBIT Delta-Sigma MODULATION
 IEEE JOURNAL OF SOLID-STATE CIRCUITS, VOL. 34, NO. 5, MAY 1999

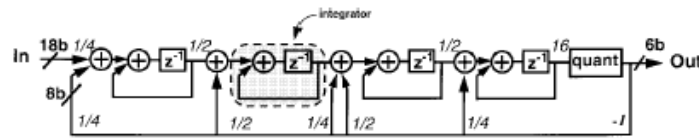


Fig. 4. Block diagram of fourth-order digital modulator.

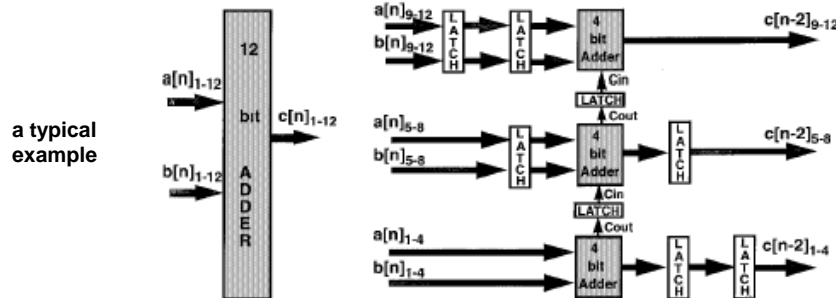


Fig. 5. A 12-bit adder and its pipelined equivalent using 4-bit adders.

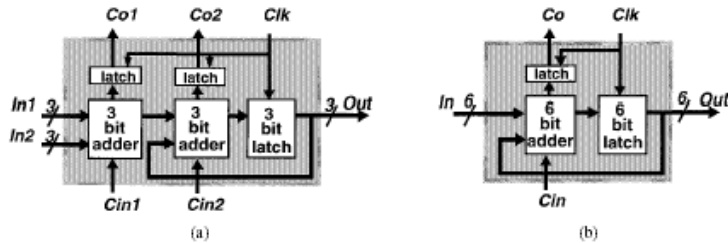


Fig. 6. Diagram of pipelining building blocks for the modulator: (a) main block and (b) LSB block.

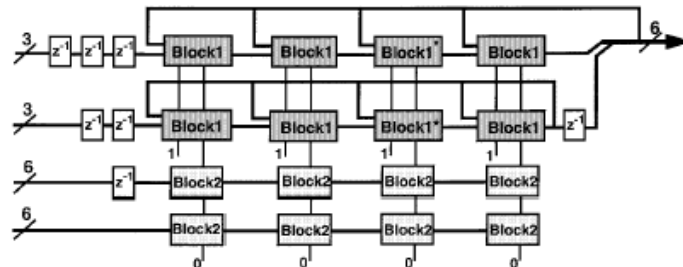
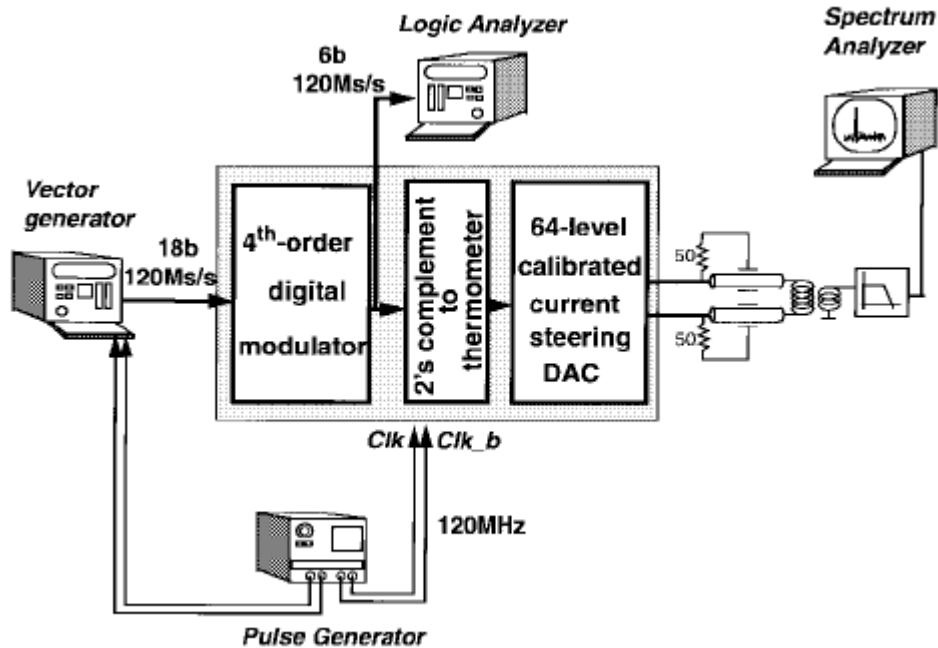


Fig. 7. Implementation of the modulator using pipelined building blocks. Block 1* includes an additional adder to implement the feedback coefficient $1/2 + 1/4$.

Figure shows the setup used for testing the prototype. An HP8131 pulse generator was used to generate the system **clock**.

The oversampled digital **input** is generated by an HP16522A pattern generator, eliminating the need for the interpolation stage. The 6-bit **output** of the digital modulator is converted into a *thermometer* code that drives 63 identical current cells (continuously calibrated to a reference current). Differential-to-single-ended conversion of the analog output was performed using a low-distortion *transformer*, and the resulting **signal** was characterized using an HP3585A spectrum analyzer.

The 6-bit digital **output** of the modulator was also driven off-chip and acquired with an HP16500C logic analyzer to verify the functionality of the digital section independent of the analog circuitry.

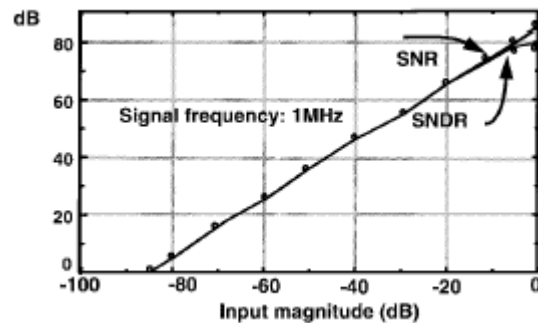


Special care was taken in the test setup to minimize the coupling of digital switching noise into the analog output. The clock input to the chip is a low-swing differential signal.

Figure shows the measured **signal-to-noise ratio (SNR)** and **signal-to-(noise distortion) ratio (SNDR)** as functions of the input signal level for a 1-MHz digital input sine wave sampled at 120 MHz. The noise and distortion components were measured over a 5-MHz bandwidth, corresponding to a 10-MHz Nyquist rate. A frequency of 1 MHz was chosen for the signal, so that the low-order harmonic distortion components fall into the 5-MHz baseband and are included in the SNDR measurements.

These measurements demonstrate 85-dB dynamic range and 80-dB peak SNDR.

The harmonic distortion is dominated by the **second** harmonic at -83 dB for the full-scale fundamental. The second harmonic is attributed to the nonlinearity in the *measurement* equipment.



Feladat megoldások



Funkcionális megosztás

- 1.1 NRZ módú D/A (spektrum csillapítás)
- 1.3 (b) Frekvencia kompresszió („alul” mintavételezés)

Kvantálási zaj csökkentés

- 2.1 L-ed rendű zajformálás (differenciálás)
- 2.5 $SQNR_{\max}$ (n, L, M paraméterű DSM)

Elemi átalakítók

- 3.3 MASH11

Eszköz minősítés („ABC leves”)

- 4.1 D/A linearitás (INL, DNL)
- 4.4 Hasonmás (alias)
- 4.5 (b) SNR becslés (FFT)

Architektúrák (Nyquist rate)

- 5.7 SAR A/D *kontra* ciklikus A/D

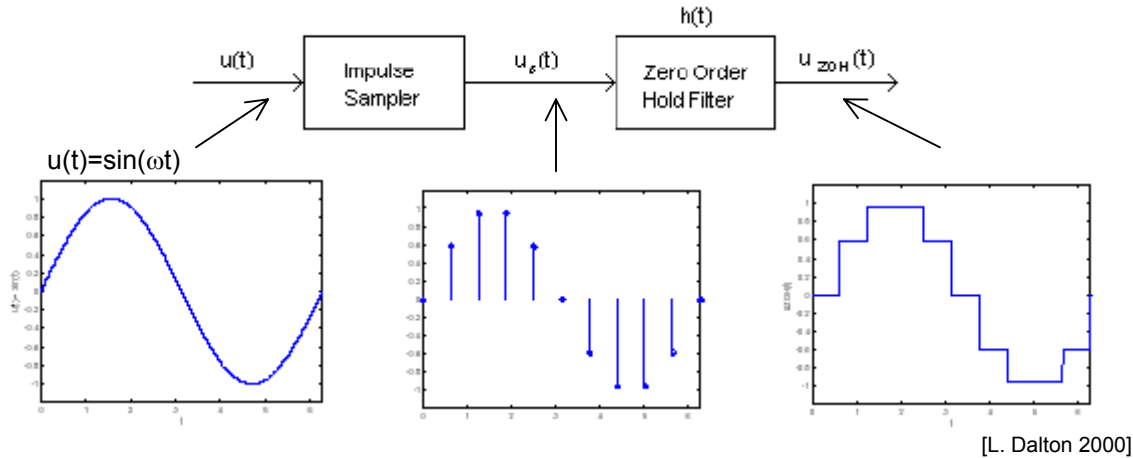
1.1 RZ (return-to-zero: "R2Z") módú D/A átalakító.

Vezessük le a fellépő amplitúdó-spektrum csillapítás frekvencia függését, legyen a tartási idő értéke: $\tau \leq \Delta t$. Szemléltessük a speciális **ZOH ("NRZ mode")**: $\tau = \Delta t$ és HOH ("zero stuffing"): $\tau = \Delta t/2$ eseteket. És mi a helyzet a fázissal?

Megjegyzés: a tartás transzfer függvényének „ Δt szorzó faktora” és az egyenletesen mintavételezett diszkrét idejű jel spektrumának „ $1/\Delta t$ szorzó faktora” kiegyenlíti (!) egymást (ezért ettől eltekinthetünk).
 $f_s = 1/\Delta t$ a mintavételi frekvencia (adatfrissítési gyakoriság).

A domináns **NRZ mód** (\equiv ZOH) elemzésének módszere a példa.

A "lépcsős" hullámformát generáló eljárás sémája:



ahol

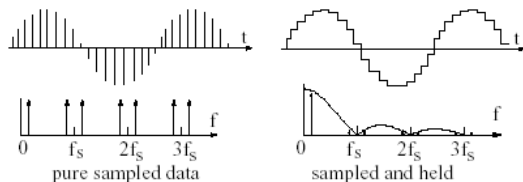
$$u_s(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} u(i \cdot \Delta t) \cdot \delta(t - i \cdot \Delta t) \quad \leftrightarrow \quad U_s(f) = \frac{1}{\Delta t} \sum_{i=-\infty}^{\infty} U\left(f - \frac{i}{\Delta t}\right)$$

$$h(t) = 1, \quad 0 < t / \Delta t < 1 \quad \leftrightarrow \quad H(f) = \Delta t \cdot \text{SINC}(f \cdot \Delta t) \cdot e^{-j2\pi f \cdot (\Delta t / 2)}$$

és ezzel

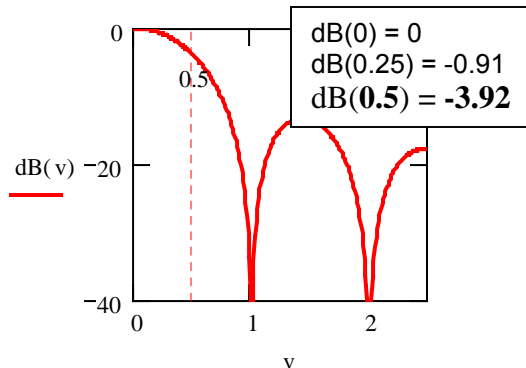
$$u_{ZOH}(t) \quad \leftrightarrow \quad U_{ZOH}(f) = U_s(f) \cdot H(f) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} U\left(f - \frac{i}{\Delta t}\right) \cdot \text{SINC}(f \cdot \Delta t) \cdot e^{-j2\pi f \cdot (\Delta t / 2)}$$

“Burkoló” (roll-off: $\text{SINC}(y) = \sin(\pi y)/\pi y$) típusú spektrum **csillapítás** lép fel, és $\Delta t/2$ **késleltetés**. (Ez utóbbi szemléletesen is belátható: ha $u_{ZOH}(t)$ tartott értékeinek közép-pontjait összekötve “rekonstruáljuk” a jelet, akkor az $u(t)$ jel $\Delta t/2$ -vel eltoló változatát kapjuk.)



$$\text{SINC}(v) := \text{if}\left(v \neq 0, \frac{\sin(\pi \cdot v)}{\pi \cdot v}, 1\right)$$

$$\text{dB}(v) := 20 \cdot \log(|\text{SINC}(v)|)$$



Hasonló a számítási eljárás $\tau \leq \Delta t$ tartási idő esetére is.

1.3(b) Periódikus jel idő-skálázása (harmónikus komponensek **sorrend-tartó** és **arányos** át-helyezése az alapsávba: **frekvencia kompresszió**).

Mutassuk meg, hogy egy $f_m = m \cdot (f_s + \delta)$, $m = 1, 2 \dots$ komponensekből álló jelet f_s gyakorisággal (alul)mintavételezve, az alapsávi frekvencia szegmensből az idő-skálázott ($1/\delta$ periódusú) eredeti jelforma visszaállítható.

Lásd a 4.4 feladat megoldását, a feltétel: legyen $m \cdot \delta < f_s/2$.

Példa a „**sorrend-fordító és fázis-invertáló**” (!!) esetre: $f_m = m \cdot (f_s - \delta)$ [$\leftarrow D:=255$] // Mathcad //

Signal: **D := 1** $a_1 := 1$ $a_2 := 0.39$ $a_3 := 0.2$ (amplitude)

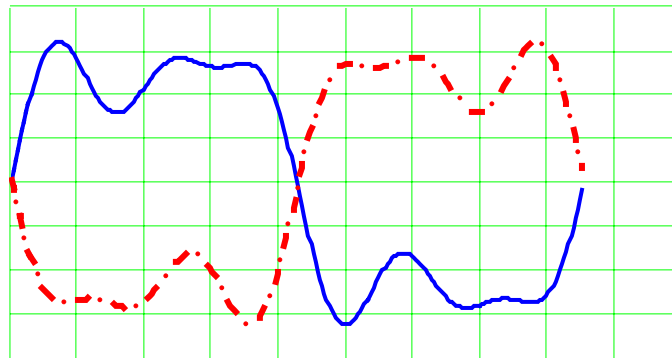
(single period) $p_1 := 0$ $p_2 := 0.3$ $p_3 := -0.5$ (phase)

$$x(t) := \sum_{k=1}^3 a_k \cdot \sin[2 \cdot \pi \cdot D \cdot (2 \cdot k - 1) \cdot t + p_k] \quad (\text{odd harmonics})$$

sampled version: **N := 256** $\Delta := \frac{1}{N}$ $i := 0.. N - 1$ $s1_i := x(\Delta \cdot i)$

"Negative" alias (from 2nd Nyquist-zone), a time-reversed version: **D := 255**

$$x(t) := \sum_{k=1}^3 a_k \cdot \sin[2 \cdot \pi \cdot D \cdot (2 \cdot k - 1) \cdot t + p_k] \quad s2_i := x(\Delta \cdot i)$$



— signal (s1)
- - - "negative" alias (s2)

Note: for **"positive" alias** change $D = 1$ to **D = 257** (3rd Nyquist-zone)

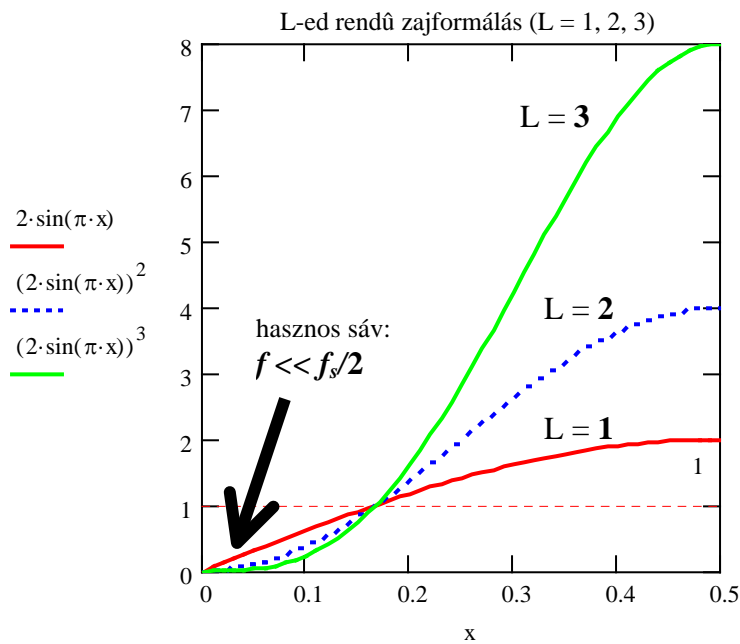
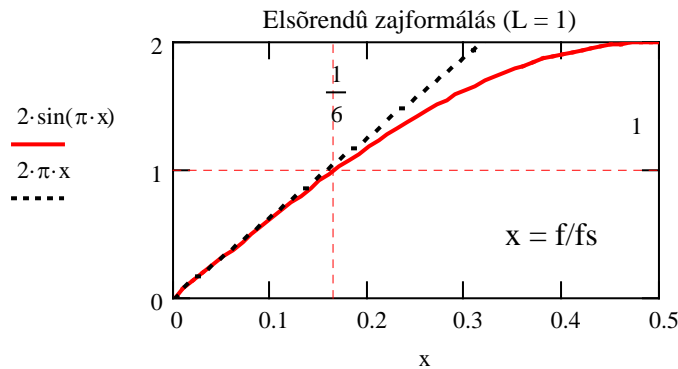
Elemezzük a jelenséget a frekvencia-tartományban is (a fenti adatokkal, $m = 3$)!

2.1 Adjuk meg (részletes levezetéssel) az **L** - ed rendű zaj-differenciálás transzfer függvényét (és közelítését) a *folytonos idejű* frekvencia tartományban. Ábrázoljuk az értelmezési tartományban **LIN** /és LOG (dB)/ amplitúdó skálával, **L** = 1, 2, 3 paraméterrel. Mit tapasztalunk $f/f_s = 1/6$ esetén?

Az **L**-ed rendű **zajformálás** (differenciálás) diszkrét idejű transzfer függvénye $NTF(z) = (1-z^{-1})^L$, ahol a késleltetési operátor a mintagyakoriság reciproka: $\Delta t = 1/f_s$. A folytonos idejű frekvencia tartományban ($0, f_s/2$):

$$\begin{aligned} \left[NTF(z) \Big|_{z=e^{j2\pi f \cdot \Delta t}} \right]^L &= \left| 1 - e^{-j2\pi f \cdot \Delta t} \right|^L \\ &= \left| e^{-j\pi f \cdot \Delta t} (e^{j\pi f \cdot \Delta t} - e^{-j\pi f \cdot \Delta t}) \right|^L \\ &= \left(2 \cdot \sin(\pi f / f_s) \right)^L \\ &\approx \left(2 \cdot (\pi f / f_s) \right)^L \quad \text{ha } f \ll f_s / 2 \end{aligned}$$

Megjegyzés: $f/f_s = 1/6$ esetén $2 \cdot \sin(\pi/6) = 2 \cdot (1/2) = 1$.



2.5 n bites, L - ed rendű, M túlmintavételezési arányú zajformáló (DSM).
 Igazoljuk **(a)** a hasznos sávban elérhető 'maximális jel/zaj arány': $SQNR_{\max}[\text{dB}]$ formuláját, és **(b)** a kétféle forma ekvivalenciáját (mekkora K : 'struktúra függő konstans' értéke és mennyi a felbontás-növekmény?)

Feltételezzük, hogy a kvantálási zaj szélessávú, spektrálisan **“fehér”**: $P_Q = (\Delta x)^2 / 12$.

L-ed rendű formálás (differenciálás) után a kvantálási-zaj spektrum

$$S_N(f) = \left(\left[2 \cdot \sin(\pi f / f_s) \right]^L \right)^2 \cdot \frac{P_Q}{f_s / 2} \approx (2\pi f / f_s)^{2L} \cdot \frac{P_Q}{f_s / 2}, \quad f \ll f_s / 2$$

így a zaj-teljesítmény a hasznos sávban:

$$\begin{aligned} P_B &= \int_0^{f_B} S_N(f) df \approx \frac{P_Q}{f_s / 2} \int_0^{f_B} (2\pi f / f_s)^{2L} df = P_Q \cdot \frac{2 \cdot (2\pi)^{2L}}{f_s^{2L+1}} \cdot \left[\frac{f^{2L+1}}{2L+1} \right]_0^{f_B} \\ &= \frac{P_Q}{M^{2L+1}} \cdot \frac{\pi^{2L}}{2L+1} \quad \text{ahol } M = \frac{(f_s / 2)}{f_B} \quad \text{és} \quad f_B \ll f_s / 2 \end{aligned}$$

Maximális, $X_{FS}/2$ amplitúdójú **szinuszos jel** (teljesítménye: $P = ((X_{FS}/2)/\sqrt{2})^2 = (X_{FS})^2/8$) és **n bites** felbontású **kvantáló** ($\Delta x = X_{FS}/2^n$) esetén a **maximális jel/(kvantálási-)zaj teljesítmény arány**

$$\begin{aligned} SQNR_{\max}[\text{dB}] &= 10 \cdot \log(P / P_B) \\ &= 6 \cdot n + 1.8 + (2L+1) \cdot 10 \cdot \log(M) - C(L), \quad C(L) = 10 \cdot \log \frac{\pi^{2L}}{2L+1} \\ &= 6 \cdot \left(n + \left(L + \frac{1}{2} \right) \cdot \text{ld}(M) - K \right), \quad K = \frac{C(L) - 1.8}{6} \end{aligned}$$

ld : 2-es alapú logaritmus. Praktikusan a M **túlmintavételezési arány** 2 hatványa, ezért szokás „**oktáv**” (**2x-es**) egységben mérni.

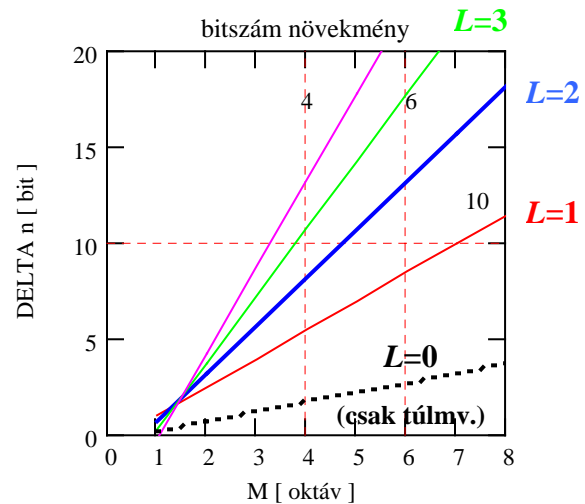
L =	1	2	3	4
C(L) [dB]	5.2	12.9	21.4	30.2
K [bit]	0.6	1.8	3.3	4.7
Δn [M=16=2 ⁴]	5.4	8.2	10.7	13.3
Δn [M=64=2 ⁶]	8.4	13.2	17.7	22.3

ahol

$$\Delta n = \left(L + \frac{1}{2} \right) \cdot \text{ld}(M) - K \quad [\text{bit}]$$

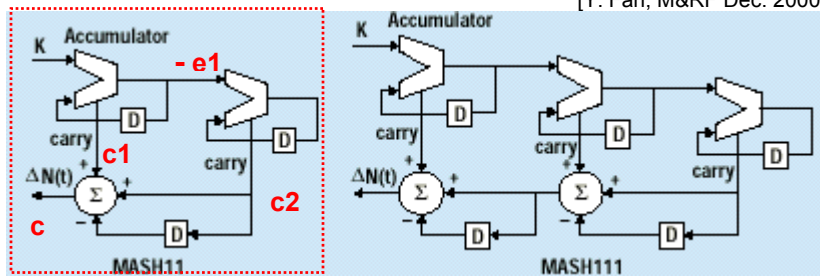
a felbontás max. **bitszám-növekménye** (elvi limit) – a táblázatban rögzített ($M=16 \rightarrow 4$ oktáv ill. $M=64 \rightarrow 6$ oktáv) túlmintavételezési aránynál.

Megjegyzés: az ábrából is jól látható, hogy nagyobb M értéknél **hatásosabb** L növelése.



3.3 Digitális DSM két, kaskád sémáját vázolja az ábra, ahol D : delay (register), K : a bemenet (multi-bit) és $\Delta N(t)$: a kimenet (data stream); a speciális alkalmazás: 'fractional-N PLL' frekvencia szintézisnél a N.K átlagértékű osztáshoz a változó osztásarányú osztó dinamikus vezérlése

[Y. Fan, M&RF Dec. 2000]



Linearizált kvantáló modellel adjuk meg az ekvivalens topológiákat és a transzfer függvényeket

Útmutatásként (az egyik sémára):

ez a **MASH111** topológia megfelel a **2.3** feladat **1-1MASH**, $L = 2$ kaskád átalakító alapváltozatnak, azzal a különbséggel, hogy itt **(a)** a késleltetés (D) a visszacsatoló ágban van és **módosított** az előjel (lásd jegyzet 31.old), **(b)** a hiba kvantáló (második fokozat) bemenete: **- e1**, így a zaj kioltáshoz (**c2** digitális differenciálása után) összegzés kell.

The method of **fractional-N (FN) synthesis** was introduced in an effort to improve the resolution vs. bandwidth relationship of the classical **PLL** structure by removing the restriction that N be an integer.

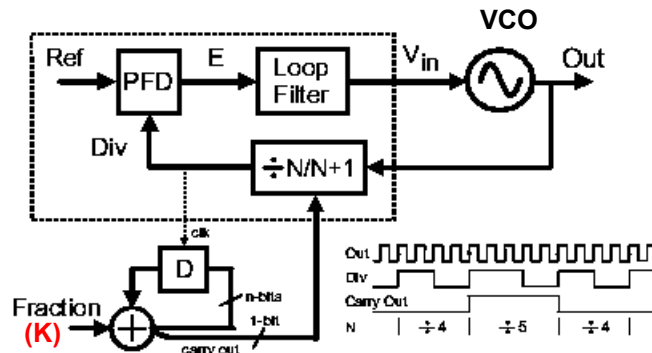
Figure illustrates this technique, and reveals that noninteger N values are produced by dithering between integer values.

[M. Perrot 1997]

PLL: phase locked loop

PFD: phase/frequency detector

VCO: voltage controlled oscillator



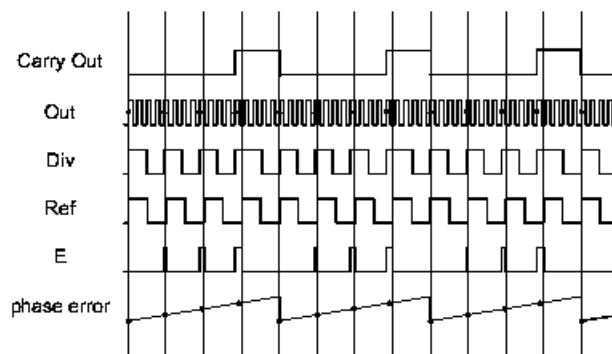
The fractional-N synthesizer architecture.

FN achieves the extra resolution by instantaneously modulating the divider between N and N+1. This duty cycle, which has a value $K/2^n$, determines the fractional value.

The average fractional division ratio

$$N + 0.F = N + K/2^n$$

Note: the main problem of this implementation is the phase perturbation introduced by the programmable frequency divider, when switching from N to N+1.



4.1 n bites, unipoláris D/A átalakítónál jelölje $A[i]$ az $N = i$ adathoz tartozó analóg értéket, amely a *közvetlenül* mérhető kimenetből nullapont és skála korrekcióval¹ kapott (normalizált) érték, vagyis $A[0] = 0$, $A[2^n - 1] = U_{FS} - \Delta$ és $\Delta = U_{FS}/2^n$ az átlagos lépésmagyság (az LSB értéke).

Definíció szerint, az **LSB-ben mért** (relatív) **differenciális és integrális linearitási hiba**

$$DNL[i] = \frac{A[i] - A[i-1]}{\Delta} - 1 \quad \text{és} \quad INL[i] = \frac{A[i]}{\Delta} - i$$

Igazoljuk az *ekvivalenciákat* (amelyek az elnevezéseket is indokolják):

$$DNL[i] = INL[i] - INL[i-1], \quad \text{illetve} \quad INL[i] = \sum_{k=1}^i DNL[k]$$

(a DNL az INL-sorozat elsőrendű differenciája; az INL profilt a kumulatív DNL alakítja ki).

Mutassuk meg: ha *minden* i -re² $|INL[i]| < 0.5$ vagy ebből következően $|DNL[i]| < 1$, akkor az *adott felbontású* átalakító **monoton**: növekvő bemenetre a kimenet is növekszik. (És ez kritikus pl. pozíció beállítás vagy visszacsatolt szabályozási kör esetén.) Az állítás megfordítva nem áll.

Megjegyzés: gyakori szóhasználat szerint, az INL 'a linearitási hiba' (a relatív pontosság); míg nem-normalizált adatokkal számolt INL 'az abszolút hiba' (TUE: total unadjusted error)

Korrigált adat:

Jelölje $U[i]$, $i = 0, 1, 2, \dots, 2^n - 1$ az *aktuális unipoláris* D/A adatokat.

Normalizált - vagyis nullapont (offset; **OE**: offset error) és skála (gain; **GE**: gain error) korrekcióval módosított (!) - értékekkel és **LSB (= Δ) egységben** számolunk.

Végpontokra illesztett jellemzésnél az első (min, $N = 0$ bemenet) és utolsó (max, $N = 2^n - 1$) aktuális kimeneti érték adja a (a korrekcióhoz szükséges) hibákat:

$$OE = \frac{U[0]}{\Delta} - 0,$$

$$GE = \left(\frac{U[2^n - 1]}{\Delta} - OE \right) - (2^n - 1) = \left(\frac{1}{\Delta} \frac{U[2^n - 1] - U[0]}{2^n - 1} - 1 \right) \cdot (2^n - 1)$$

ezeket felhasználva, a *korrigált* érték

$$A[i] = (U[i] - OE \cdot \Delta) - \frac{i}{2^n - 1} \cdot GE \cdot \Delta = \left(\frac{U[i]}{\Delta} - OE - i \cdot \frac{GE}{2^n - 1} \right) \cdot \Delta$$

Megjegyzés: szokás közvetlenül a $GE/(2^n - 1)$ értéket "skála hiba"ként tekinteni, és azonnal $A[i]/\Delta$ adatokkal számolni.

Ekvivalencia:

Egyszerű átrendezéssel kapjuk az ekvivalens formákat, pl.

$$DNL[i] = \frac{A[i]}{\Delta} - i + i - \frac{A[i-1]}{\Delta} - 1 = \left(\frac{A[i]}{\Delta} - i \right) - \left(\frac{A[i-1]}{\Delta} - (i-1) \right)$$

Monotonitás:

Ha $|INL[i]| < 0.5$, akkor $-1 < INL[i] - INL[i-1] < 1$. Ebből, vagyis a $|DNL[i]| < 1$ egyenlőtlenségből pedig az következik, hogy

$$\begin{aligned} -1 < \frac{A[i] - A[i-1]}{\Delta} - 1 < 1 &\longrightarrow 0 < A[i] - A[i-1] < 2 \cdot \Delta &\longrightarrow 0 < A[i] - A[i-1] \\ &\longrightarrow A[i] > A[i-1] \end{aligned}$$

tehát növekvő bemenetnél a kimenet is növekszik.

¹a két végpont linearitási hibája zérus: ún. végpontokra illesztett ("end-points") jellemzés - ez a konzervatív szemlélet a kalibrált "ipari(mérő)"-átalakítók jellegzetessége (szemben a "kommunikációs"-átalakítók ún. "best-fit (in least-squares)" jellemzésével, vagy az abszolút eltérést minimalizáló "min-max" módszerrel)

² a gyártók rendszerint a max. adatot specifikálják

Példa [U[i] - Wooley, 2001]:

// Mathcad //

$$n := 3 \quad i := 0..2^n - 1 \quad U_{FS} := 8 \quad \Delta := \frac{U_{FS}}{2^n}$$

$$\Delta = 1$$

U :=

	0
0	-0.15
1	1.05
2	1.65
3	2.85
4	4.18
5	4.92
6	6.08
7	7.21

$$OE := \frac{U_0}{\Delta}$$

$$OE = -0.15$$

$$GE := \left(\frac{1}{\Delta} \cdot \frac{U_{2^n-1} - U_0}{2^n - 1} - 1 \right) \cdot (2^n - 1)$$

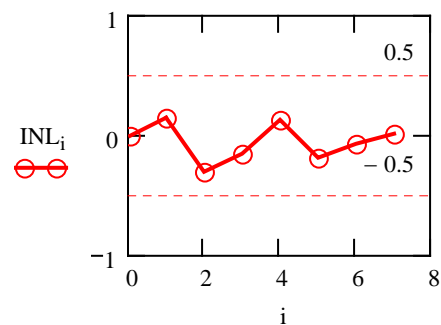
$$GE = 0.36$$

$$\frac{GE}{2^n - 1} = 0.051$$

$$A_i := \left(\frac{U_i}{\Delta} - OE - i \cdot \frac{GE}{2^n - 1} \right) \cdot \Delta$$

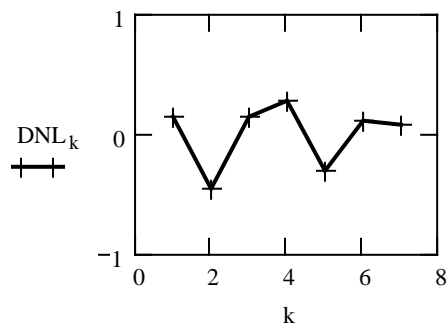
$$INL_i := \frac{A_i}{\Delta} - i$$

i =	A _i =	INL _i =
0	0	0
1	1.149	0.149
2	1.697	-0.303
3	2.846	-0.154
4	4.124	0.124
5	4.813	-0.187
6	5.921	-0.079
7	7	0



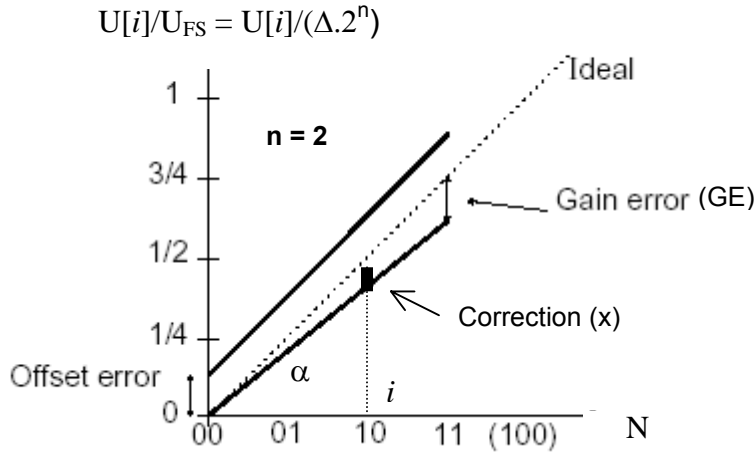
$$k := 1..2^n - 1 \quad DNL_k := \frac{A_k - A_{k-1}}{\Delta} - 1$$

k =	DNL _k =
1	0.149
2	-0.451
3	0.149
4	0.279
5	-0.311
6	0.109
7	0.079



Megjegyzések a korrekcióhoz:

Amíg OE (offset error) minden pont (aktuális D/A kimeneti érték) egyenletes vertikális *eltolódását* eredményezi, addig GE a bemenő *kóddal arányos* vertikális módosulást okoz.



Trigonometrikus összefüggéssel (OE korrekció után és Δ egységben számolva), a bemenő kóddal **arányos** skála korrekció:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{i-x}{i} = \frac{(2^n - 1) - GE}{2^n - 1} \longrightarrow x = \frac{i}{2^n - 1} \cdot GE$$

A linearitási hibák számításához normalizált - nullapont (OE) és skála (GE) korrekcióval módosított - adatokat használunk.

Az *első* INL érték zérus ($\text{INL}[0] = 0$), a második az első DNL értékkel azonos ($\text{INL}[1] = \text{DNL}[1]$), a következő az első két DNL összegével egyezik meg, stb. Az INL a DNL-sorozat kumulatív összege („integrálja”). Az *utolsó* INL érték szintén zérus ($\text{INL}[2^n - 1] = 0$).

A DNL az INL-sorozat elsőrendű differenciájaként is számítható (ezért *nincs* DNL[0] adat).

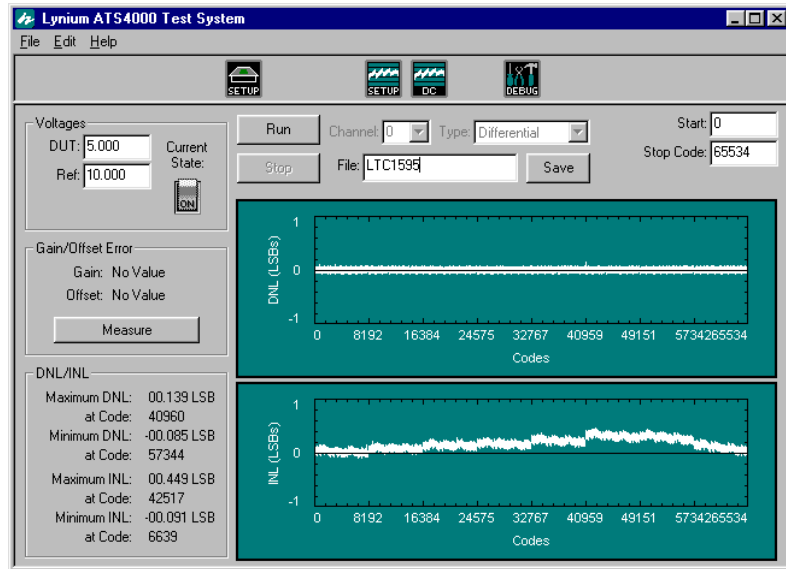
It would be hard to imagine a **16-bit DAC** with better performance than that shown in **Figure**. The LTC1595 has extremely good linearity for a 16-bit DAC, and the result shown in Figure should **not** be taken as representative of all 16-bit DACs.

// There is a mistake in Figure. Can you spot it?

If you can, you know a great deal about DC testing. The mistake does **not** involve the "no value" results shown in the Gain/Offset Error panel. (For these errors, "No Value" is reported because the +10 V reference could not be measured directly by the test setup.)

→The "Stop Code" shown in Figure is incorrect. It should be 65,535 ($2^n - 1$), not 65,534 ($2^n - 2$) //.

[J. Horn, 2001]



4.4 f_s gyakoriságú mintavételezésnél, az $f_h = h \cdot f$, $h = 1, 2 \dots$ harmonikusok átlapolódása az alapsávba (az első Nyquist zónába, **aliasing**) kétféle módon is számítható. Igazoljuk a formulákat!

(a) $\text{mod}(\cdot)$ művelet („hajtogatás”; folding):

$$z_h = \text{mod}\left(\frac{f_h}{f_s}, 1\right) \rightarrow a_h = \text{if}(z_h < 0.5, z_h, 1 - z_h) \rightarrow \text{falias}_h = a_h \cdot f_s < f_s / 2$$

ahol $\text{mod}(a, b)$: a/b osztás maradéka, és $\text{if}(c, t, f)$: ha c (feltétel) igaz, akkor t ; ha c hamis, akkor f .

(b) frekvencia áthelyezés (keverés; beating):

$$k_h = \text{round}\left(\frac{f_h}{f_s}\right) \rightarrow \text{falias}_h = |f_h - k_h \cdot f_s| < f_s / 2$$

ahol $\text{round}(\cdot)$: kerekítés művelet.

Miért "veszélyes", ha a numerikus frekvencia ($f/f_s = J/M$) speciálisan kis egész számok aránya (destructive aliasing)? Lehet-e *hasznos* az átlapolódás jelensége (constructive aliasing)?

Szinuszos jel (single tone) $f_s = 1/\Delta t$ gyakoriságú mintavételezése közvetlenül megmutatja a Nyquist-szabály megsértésének ($f > f_s/2$) következményét.

• Az alapsávba (az első Nyquist-zónába) kerül minden

$$f = k \cdot f_s \pm f_A, \quad f_A < f_s / 2 \text{ és } k = 1, 2, \dots$$

frekvenciájú komponens, mert ezeknek a minta-értékei azonosak (!!)

$$f_A (= \text{falias})$$

komponens mintáival:

$$\begin{aligned} \sin(2\pi \cdot (k \cdot f_s \pm f_A) \cdot t) |_{t=i \cdot \Delta t} &= \sin(2\pi \cdot k \cdot i \pm 2\pi \cdot (f_A / f_s) \cdot i) \\ &= \sin(\pm 2\pi \cdot (f_A / f_s) \cdot i) \end{aligned}$$

A **negatív** előjel **fázis-fordítást**³ jelent. (Ez pl. az FFT *amplitúdó* spektrumban *nem* látszik!)

A $\text{round}(\cdot)$ művelet az ismeretlen k értékét határozza meg, és ezzel a frekvencia transzpozíció:

$$f_A = |f - k \cdot f_s|$$

Megjegyzés: k az „átlapolódás rendje” (order of aliasing), a spektrum képmás(ok) - f_s -re normált - helyét jelöli.

• Más szemlélettel: definíció szerint, a frekvencia a fázis-változással arányos

$$f = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \text{ és } \partial t = \Delta t \text{ (minta időköz) alatt } \partial \varphi = \pm \Delta \varphi + k \cdot 2\pi \text{ fázis-változás léphet fel,}$$

ahol $\Delta \varphi < \pi$ (a + és - előjel a lehetséges kétféle elfordulási irányt jelzi a fázis síkon), a szinuszos jel pedig 2π szerint periódikus ($\text{mod } 2\pi$). Ebből $-1/f_s = \Delta t$ felhasználásával

$$\frac{f}{f_s} = \pm \frac{\Delta \varphi}{2\pi} + k = \pm \frac{f_A}{f_s} + k, \text{ és } f_A < f_s / 2$$

vagyis $\partial t = \Delta t$ időközökre az $f = k \cdot f_s \pm f_A$ komponensek fázis-változásai ($\text{mod } 2\pi$), és így a minta-értékek is, azonosak.

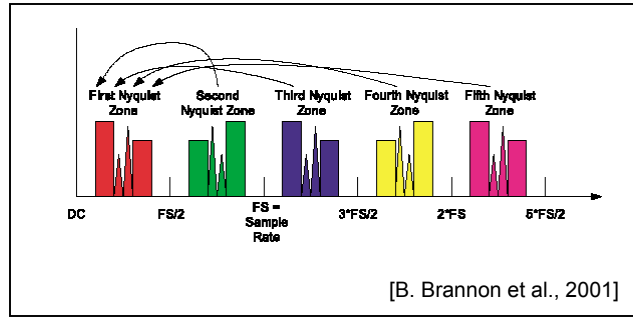
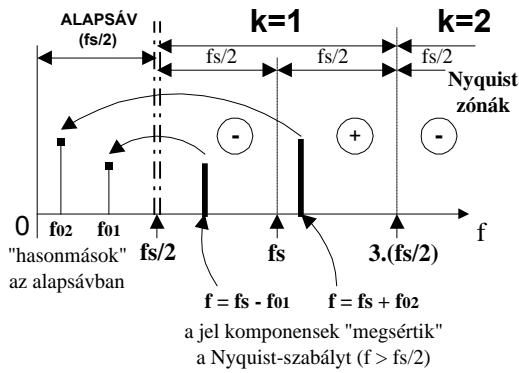
A $\text{mod}(\cdot)$ művelet „választja le” k (egész szám) értékét, az $\text{if}(\cdot)$ művelet az „előjel függést” veszi figyelembe (vagyis azt, hogy a *második* ($z_h > 0.5$): **páros és sorrend-fordító, fázis-invertáló** [-] vagy az **első: páratlan és sorrend-tartó** [+] Nyquist-zónában van-e a komponens).

Praktikusan: $f_s / 2$ sávokra (Nyquist-zónákra) felosztott frekvencia tengelyen

$$\text{egy } f = k \cdot f_s - f_{01} \text{ komponens } f_{01}, \text{ míg egy } f = k \cdot f_s + f_{02} \text{ komponens } f_{02}$$

frekvenciájú komponensként jelenik meg az alapsávban ($f_{0i} < f_s / 2$)

³ $\sin(-x) = -\sin(x)$



Példa: páratlan harmónikusok átlapolódása
(a numerikus frekvencia kis egész számok aránya: 7/32)

// Mathcad //

sinusoid frequency $f := 7 \cdot \text{KHz}$ ODD harmonics $h := 1, 3..15$ $f_h := h \cdot f$
 sampling rate $f_s := 32 \cdot \text{KHz}$

1st method: mapping by **mod()** operation

Nyquist zones **(1, 2)** lines in the 1st Nyquist zone

$$z_h := \text{mod}\left(\frac{f_h}{f_s}, 1\right) \quad a_h := \text{if}\left(z_h < \frac{1}{2}, z_h, 1 - z_h\right) \quad f_{\text{alias}_h} := a_h \cdot f_s$$

2nd method: translating by "**mixing** (beating)" process

position of images (order of aliasing) lines in the 1st Nyquist zone

$$k_h := \text{round}\left(\frac{f_h}{f_s}\right) \quad f_{2\text{alias}_h} := |f_h - k_h \cdot f_s|$$

h =	$f_h =$ KHz	$z_h =$	$f_{1\text{alias}_h} =$ KHz	$f_{2\text{alias}_h} =$ KHz	$k_h =$	signal
1	7	0.21875	7	7	0	
3	21	0.65625	11	11	1	
5	35	0.09375	3	3	1	
7	49	0.53125	15	15	2	
9	63	0.96875	1	1	2	
11	77	0.40625	13	13	2	
13	91	0.84375	5	5	3	
15	105	0.28125	9	9	3	

[overlapped harmonic structure]

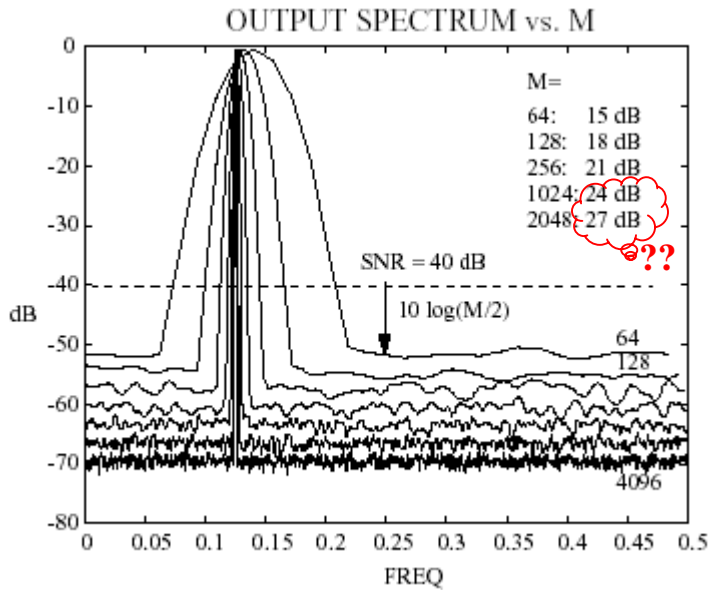
There is a massive **overlapping** if f/f_s is ratio of small integers. Here the periodicity of samples is $N = 32$, hence frequencies will **duplicate** as index h takes on all odd values above $h = 15$.

A hasonló (alias) jelenség kihasználására, példaként, lásd az **1.3** feladatot.

4.5 (b) Egyszerű "trükk" a jel/zaj arány vizuális becslésére: $M = 2^m$ pontszámú adat-rekord FFT ábrájából "szemrevételezéssel" a zaj-küszöb értéke (azaz egy zaj "vonal" átlagos jel/zaj aránya) $\approx Z$ [dB], ebből SNR [dB] $\approx Z - 3 \cdot (m-1)$. Igazoljuk az eljárást!

Legyen P_n egy átlagos „zaj-vonal” teljesítmény, így a teljes zaj-teljesítmény: $\sum P_n = (M/2) \cdot P_n$, a

jel/zaj arány pedig $SNR[dB] = 10 \cdot \log\left(\frac{P_s}{\sum P_n}\right) = 10 \cdot \log\left(\frac{P_s}{P_n}\right) - 10 \cdot \log\left(\frac{M}{2}\right) = Z[dB] - 10 \cdot (m-1) \cdot \log 2$



[T. Rahkonen, 2001]

Another way of looking at this is to consider the FFT itself. The FFT result is actually the output of a group of digital bandpass filters. As the data set is doubled, the width of the filter is reduced by 1/2, and the average noise power within that filter's bandwidth falls by 3 dB. However, the total power remains the same.

I find that the most confusing aspect of the noise floor calculation is to remember to **subtract one** from **m**.

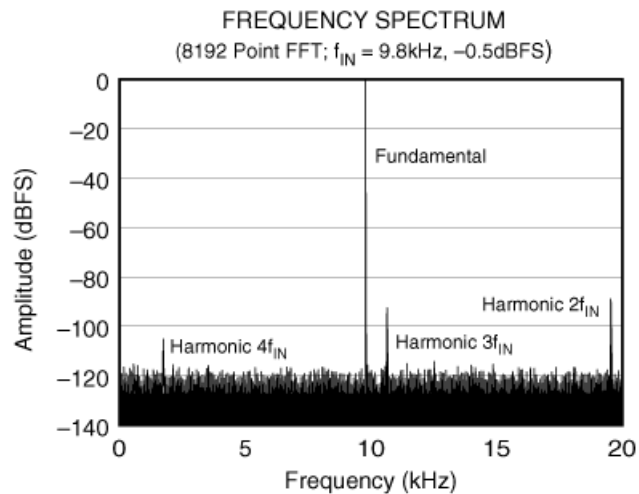
If you look at **Figure**, you can see that the "average" noise floor is around -123 dB. Since the spectrum is based on an **8K FFT**, the noise floor is 36 dB lower than the converter's SNR, which must be **-123dB + 3dB * (13 - 1)**, or around 87 dB.

Actually, the converter's SNR is slightly better than this at around 89 dB.

However, the FFT plot has been done with a fairly thick line width, and this somewhat hides the fact that the average noise floor is slightly lower than shown in Figure.

Still, getting within 2 dB via a simple trick is not bad.

[J. Horn, 2000]



Frequency Spectrum of a 16-bit, 40 kHz ADC Digitizing a 9.8 kHz Input signal

5.7 Hasonlítsuk össze az 1 bites modul használó ciklikus (R^2 : részmaradékokat recirkuláló) **A/D** (\rightarrow hiba kétszerezés) és a SAR **A/D** (\rightarrow referencia felezés) struktúráját (n bit). Mennyi a numerikus minta előállításához szükséges órajel ütem-szám? Lehet-e SAR A/D esetén *közvetlenül* soros adat-kimenetet előállítani?

(a) **SAR A/D** (\rightarrow referencia felezés): a **k-adik** bit (b_k) előállítását meghatározó feltétel

n-bites párhuzamos D/A átalakító

$$0 < x - \sum_{j=1}^n b_j \cdot \left(\frac{X_{FS}}{2^j}\right) \quad \text{ahol} \quad b_j = \begin{cases} (b_j)^*, j = 1, 2, \dots, (k-1) & \text{ismert(!)} \\ b_k = ? : 1 \rightarrow 0 \\ 0, j = (k+1), \dots, n & \text{(!)} \end{cases}$$

a részmaradék képzés magja **n-bites párhuzamos D/A** átalakító.

A **D/A** átalakítót vezérlő **adat-regiszter** (SAR) a kiindulásnál **előírt** tartalmú és **meghatározott karakterkeresési algoritmust** követ (lásd b_j), **különbségképzés** és **nulla-komparálás** művelet adja - minden egyes bit-beállítást („teszt”) követően - a döntési információt.
A lépések **száma**: n. A soros adat-kimenet is „természetesen” előáll.

(b) **Ciklikus (R^2 : részmaradékokat recirkuláló) A/D** (\rightarrow hiba kétszerezés): részmaradék (x_k) szorzással és **fokozatos** részmaradék képzést használva, **egyetlen 1 bites modul ismételt** (ciklikus) felhasználásával is generálható a mérőszám, az **MSB**-vel (b_1) kezdve

$$2^{k-1} \cdot x_k = 2^{k-1} \cdot \left(x - \sum_{j=1}^{k-1} (b_j)^* \cdot \left(\frac{X_{FS}}{2^j}\right) \right) = \left(\left(\left(x - b_1 \cdot \frac{X_{FS}}{2} \right) \cdot 2 - b_2 \cdot \frac{X_{FS}}{2} \right) \cdot 2 - \dots - b_{k-1} \cdot \frac{X_{FS}}{2} \right) \cdot 2$$

1 bites modul (sub-converter : comparator, reference, subtraction, multiplier)

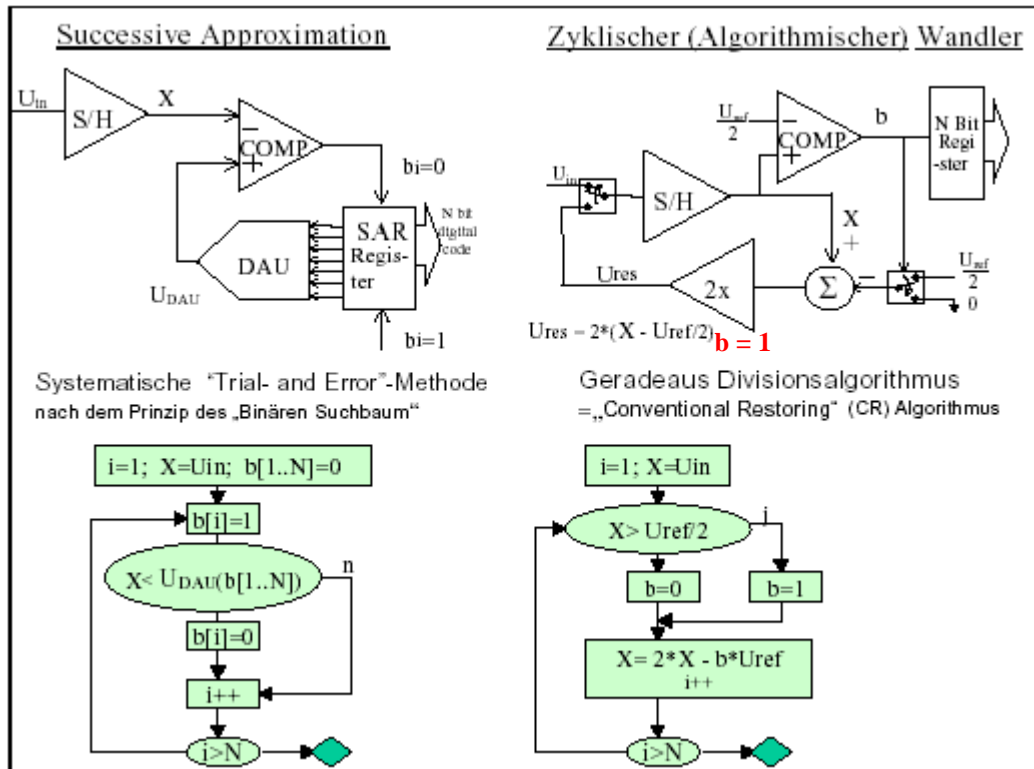
részmaradék szorzás

Természetesen, a keletkező részmaradékokat **tárolni kell** (!!) a következő bit-iterációhoz. (Erre pl. alkalmas a $2x$ erősítő – kapcsolt kapacitás realizálással.)

A lépések **száma**: n. Közvetlenül **csak** soros adat-kimenet van.

SAR- und zyklischer **ADU** (= Analog-Digital Umsetzer [Wandler])

// **DAU** = Digital-Analog Umsetzer//

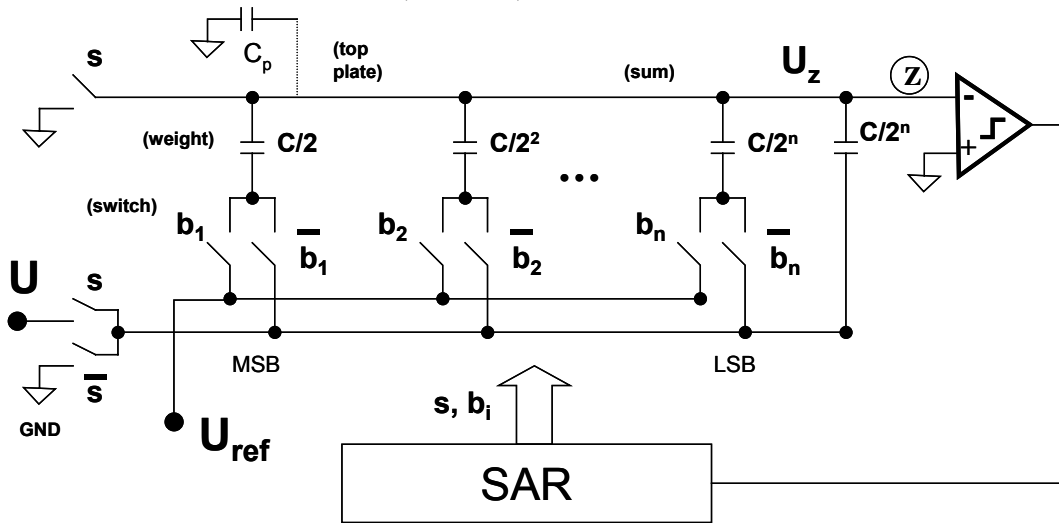


[R. Kindt et al., 2001]

Példa: fokozatos érték-közelítésű **A/D**, kapacitív **D/A** felhasználásával (charge redistribution **SAR ADC**)

- unipoláris bemenet: $0 \leq U < U_{ref}$,
- n bites felbontás: $b_i = 0,1 \quad i = 1,2 \dots n$,
- binárisan súlyozott kapacitások: $C_i = C/2^i$, ezek a bemeneti (U), a föld (GND) ill. a referencia (U_{ref}) potenciálra kapcsolhatók, és az össz-kapacitás értéke:

$$C_{TOT} = \left(\sum_{i=1}^n C/2^i \right) + C/2^n = C$$



Mintavétel (bemenetre kapcsolt C_{TOT})

$s = 1$ (s : zárt és \bar{s} : nyitott), $U_z = 0$ [V]; $b_i = 0, \quad i = 1,2 \dots n$ (\bar{b}_i : zárt és b_i : nyitott), az össz-kapacitás ($C_{TOT} = C$) a bemenő feszültségre töltődik:

$$Q = C \cdot U$$

Tartás (töltés megtartással földre kapcsolt C_{TOT})

$s = 0$ (\bar{s} : zárt és s : nyitott), a változatlan $b_i = 0, \quad i = 1,2 \dots n$ értékek zérus potenciálra kötik a kapacitásokat; mivel az össz-töltés változatlan ($Q = -Q_z$), ezért $U_z = -U$ [V]

Konverzió (SAR algoritmus - töltés átrendezéssel realizált súlyozott U_{ref} és $-U$ összegzés, és feszültség [potenciál] előjel indikálás nulla komparálással)

- Az **első** lépés MSB (b_1) teszt: $b_1 = 1$ (b_1 : zárt és \bar{b}_1 : nyitott), a többi bit változatlanul $b_i = 0, \quad i = 2,3 \dots n$. Az MSB kapacitásra kapcsolt U_{ref} feszültség csak az U_z potenciál értékét módosítja:

$$\begin{aligned} (Q =) -C \cdot U &= (C - C/2) \cdot U_z + C/2 \cdot (U_z - U_{ref}) \quad \rightarrow \quad U_z = -(U - (U_{ref}/2)) \\ &= C \cdot U_z - C/2 \cdot U_{ref} \end{aligned}$$

Ha $U > U_{ref}/2$, akkor $U_z < 0$ és a komparátor logikai 1 értéket ad, ennek megfelelően $(b_1)^* = 1$ (b_1 : zárt marad) az aktuális bit érték.

Ha $U < U_{ref}/2$, akkor $U_z > 0$ és logikai 0 értéket indikál a komparátor, amely módosítja az aktuális bit értéket: $(b_1)^* = 0$ (\bar{b}_1 : zárt és b_1 : nyitott), az MSB kapacitás visszakapcsolódik zérus potenciálra (és ez marad az iteráció következő lépéseiben).

- A **második** lépésben a $C/2^2$ kapacitásra kapcsolunk U_{ref} feszültséget, és i. t.

- A **k-adik** lépésnél tehát már ismertek a megelőző k-1 lépésben meghatározott, aktuális $(b_i)^*$, $i = 1, 2, \dots, k-1$ bit értékek, ezek a C_i , $i = 1, 2, \dots, k-1$ kapacitásokat U_{ref} vagy zérus potenciálra kapcsolják. Általánosan, a k-adik lépésben a töltés megoszlás:

$$(Q=) - C \cdot U = (C - \sum_{i=1}^k C_i) \cdot U_z + \sum_{i=1}^k C_i \cdot (U_z - b_i \cdot U_{ref}), \quad b_i = (b_i)^*, \quad i = 1, 2, \dots, k-1$$

$$b_k = 1,$$

$$= C \cdot U_z - \sum_{i=1}^k C \cdot b_i \cdot U_{ref} / 2^i$$

tehát a döntéshez (nulla komparáláshoz) kialakult U_z potenciál értéke:

$$U_z = - \left(U - \sum_{i=1}^k b_i \cdot \frac{U_{ref}}{2^i} \right),$$

valóban a részmaradék képzéshez szükséges **párhuzamos D/A** funkció valósul meg, amely egyben a **mintavevő** szerepét is betölti (!) és a **különbségképzés** is „benne van”.

Ha $U_z < 0$, akkor „kell ez a bit”: $(b_k)^* = 1$ (**b_k : zárt marad**); ha pedig $U_z > 0$, akkor az aktuális bit érték $(b_k)^* = 0$ (visszaváltás - **\bar{b}_k : zárt**).

- Az **utolsó, n-edik** lépésben, az LSB (b_n) teszt után, U_z “igen közel” kerül a zérus potenciálhoz.

Megjegyzések:

1. a C_p parazita kapacitás csak a feszültség komparálás viszonyait rontja (potenciál csillapítás), de *nem* módosítja az A/D funkciót!
2. pl. az utolsó $C/2^n$ értékű kapacitást a **tartás (és konverzió)** fázisban GND helyett $-U_{ref}/2$ potenciálra kapcsolva, $+1/2 \cdot \Delta x$ eltolás (**half-LSB offset**) valósítható meg – lásd **5.6(d)** feladat