

FREKVENCIA MÉRÉS: RECIPROK MÓDSZER

1. Periódikus események gyakorisága (f frekvenciája) az ismétlődések időtávolsága (a T periódusidő) ismertében *számítható* (reciprok-képzéssel: $f [\text{Hz}] = 1/T[\text{s}]$).

A frekvencia *közvetlenül* is mérhető a fellépő események meghatározott (τ) ideig történő (le)számlálásával, de „ritka” ismétlődés („kis” frekvencia) hosszú τ időtartamot kíván (elfogadható nagyságú mérőszámhoz, mert a mértékegység $\Delta f = 1/\tau$).

Például: a szívdobbanások átlagos üteme percnként 60 (= másodpercnként 1), vagyis $f_{\text{szív}} \approx 1$ [Hz], ezért érzékelünk/számlálunk „hosszú” ideig (legalább egy percig).

2. Kis frekvencia méréséhez előnyösebb a *reciprok* módszer, mert – bár összetettebb eljárás – jóval rövidebb mérési idő mellett is nagyobb felbontású eredményt ad.

Legyen a **MÉRENDŐ** frekvencia $f = 98.7$ Hz, és a display-szóhossz $d = 5$ digit.

(a) Periódusidő mérésnél legyen $n = 1$ (a mért periódusok száma),¹ az időmérés referenciája (órajele) pedig $f_0 = 1 \text{ MHz} = 10^6$ Hz. Így ($n = 1$ esetén) a mértékegység $\Delta T = 1/f_0$, és ezzel a mérendő arány:

$$\frac{T}{\Delta T} = \frac{f_0}{f} = 10131.71\dots$$

Ennek egész része a periódus-mérőszám, s mivel a ± 1 számlálási hiba *háromszög* (Simpson) eloszlású, ezért az eredmény (71%-os eséllyel)²

$$N_i = 10132.$$

(b) A frekvencia számítás metrikai egyenlete³

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{N_i \cdot \Delta T} = \left(\frac{1}{N_i} \cdot 10^k \right) \cdot \left(\frac{f_0}{10^k} \right) = N \cdot \Delta f_{\text{REC}}$$

A mérési adat osztásának (reciprok-képzésének) eredménye, ami 1-nél kisebb,

$$\frac{1}{N_i} = 0.000098697196\dots$$

Az osztás szóhossza „nem korlátos”, **5** digités kijelzéshez most a tizedes pontot $k = 9$ értékkel⁴ lehet (jobbra) eltolni (vagyis a hányadost 10^k -nal szorozni, hogy megkapjuk a frekvencia mérőszámot)

$$N_5 = 98697,$$

aminek mértékegysége

$$\Delta f_{\text{REC}} = (f_0/10^k) = (10^6/10^9) \text{ Hz} = 10^{-3} \text{ Hz} = \mathbf{0.001} \text{ Hz}.$$

A nyers **MÉRÉSI ADAT** tehát

$$f_{\text{mért}} = N_5 \cdot \Delta f_{\text{REC}} = \mathbf{98.697} \text{ Hz}.$$

¹ Mérhetnénk több, egymást követő periódus tartamát is ($n > 1$, egész), de ez a legkisebb mérési idő.

² $N_i = 10131$ (29%-os esélyű) mérőszámmal is végezzük el a számítást.

³ Egyszerű aritmetikai „trükk” (10^k -nal való szorzás/osztás) segít, hogy megkapjuk az frekvencia egész mérőszámát és az azt értelmező mértékegységet. (Az osztás *előtt* k értéke ismeretlen!)

⁴ Ha a display-szóhossz: d , akkor – v számú *vezető nullát* elnyomva (!) – lehet $k = v + d$.

(c) Ellenőrizzük, hogy a mérésből „örökölt” számlálási hiba miatt vajon megengedhető-e ez a Δf_{REC} felbontás? (Vagy lehetne-e még nagyobb is a display szóhossza?)
Tudjuk, hogy az egység célszerű értékére a korlát

$$\Delta f_{REC} \geq \frac{(1/f_0)}{\tau} \cdot f = \frac{\text{"idő_alap"}}{\text{"mérési_idő"}} \cdot \text{"méréndő_frekvencia"}$$

Helyettesítve az adatokat (ahol a „mérési_idő” $\approx T = 1/f$ és $f \approx 100 \text{ Hz} = 10^2 \text{ Hz}$):

$$\Delta f_{REC} \geq (1/10^6) \cdot 10^2 \cdot 10^2 \text{ Hz} = 10^{-2} \text{ Hz} = \mathbf{0.01 \text{ Hz}}$$

Csak $d = 4$ digit kijelzés célszerű ebben az esetben (és nem a kiinduló $d = 5$), így a **MÉRT ÉRTÉK**⁵

$$f_{mért} = N_4 \cdot \Delta f_{REC} = \mathbf{98.69 \text{ Hz.}}$$

(d) Ilyen („század Hz-es”) felbontású eredményhez *közvetlen* frekvencia mérési módszernél jóval nagyobb mérési időre (τ kapuidőre) lenne szükség, hiszen $\Delta f = 1/\tau$ miatt $\tau = 100 \text{ s} = \underline{10^2 \text{ s}}$ kellene.

Ezzel szemben *reciprok* módszernél a „mérési_idő” $\approx T = 1/f \approx 1/100[\text{Hz}] = 0.01 \text{ s} = \underline{10^{-2} \text{ s}}$! Ez *négy* nagyságrenddel kedvezőbb (nem számítva a reciprok-képzés műveleti időtartamát). Növekvő frekvenciával ez az előny ugyan fokozatosan csökken, de egészen $f \leq f_0$ értékig érvényes. Tehát a „kis” frekvencia-jelző valójában elég nagy frekvenciát jelent. (*Kérdés*: miért f_0 a kritikus frekvencia?)

(e) *Átlag* periódusidő ($n > 1$, egész) méréssel – a mérési idő rovására – tovább javítható a felbontás,⁶ hiszen a választott $f_0 (= 10^6 \text{ Hz} = 1 \text{ MHz})$ referencia értékkel a reciprok módszer „**6 digit/sec**” felbontási képességű! (Érdemes ezt ellenőrizni, a mérésnél $n = 100$ periódus érték választásával.)

⁵ Kerekítés helyett itt is egyszerű *csonkítással* adtuk meg az adatot.

⁶ $n > 1$ esetben a ± 1 számlálási hiba nem egyetlen, hanem több, egymást követő, összefüggő periódusra vonatkozik, így a relatív hiba lecsökken.

Az $n = 1$ esetet nevezhetjük *pillanatérték* mérésnek is (mert beszélhetünk-e frekvenciáról, ha nem zajlott le legalább egy periódus?).